



التعلّم المبني على المفاهيم والنتائج الأساسية

الرياضيات

١٠

الصف العاشر

الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

الحقوق جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم

عمّان - الأردن/ ص.ب: 1930

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:

د. نواف العقيل العجارمة/ الأمين العام للشؤون التعليمية

د. نجوى ضيف الله القبيلات/ الأمين العام للشؤون الإدارية والمالية

د. محمد سلمان كنانة/ مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية

د. أسامة كامل جرادات/ مدير المناهج

د. زايد حسن عكور/ مدير الكتب المدرسية

نفين أحمد جوهر / عضو مناهج الرياضيات

المتابعة والتنسيق: د. زبيدة حسن أبوشويمة/ ر.ق المباحث المهنية

لجنة تأليف المادة التعليمية:

د. سميرة حسن أحمد تهاني عبد الرحمن العملة لينافتحى الجمل

التحرير العلمي: نفين أحمد جوهر

التحرير الفني: نيرمين داود العزة

الرسم: عمر أحمد أبوعليان

التحرير اللغوي: ميسرة عيد الحليم صويص

التصميم: عمر أحمد أبوعليان

الإنتاج: سليمان أحمد الخلايلة

راجع الطباعة: نفين أحمد جوهر

دقق الطباعة: د. سميرة حسن أحمد

قائمة المحتويات

المجال / المحور	الموضوع	رقم الصفحة
	المقدمة	
المجال: الأنماط والجبر والاقترانات	أولاً: الفرق بين مربعين وتحليله.	٧
المحور: المقادير الجبرية وتحليلها	ثانياً: مجموع مكعبين وتحليله.	١٠
	ثالثاً: تحليل العبارة التربيعية.	١٣
المجال: الأنماط والجبر والاقترانات	أولاً: الاقتران التربيعي.	١٩
المحور: الاقترانات والمعادلات	ثانياً: حل المعادلة التربيعية.	٢٣
المجال: الأعداد والعمليات	أولاً: الأسس النسبية وقوانينها.	٣١
المحور: الأسس النسبية		
المجال: الهندسة والقياس	أولاً: المسافة بين نقطتين.	٣٨
المحور: الهندسة الإحداثية	ثانياً: معادلة الخط المستقيم.	٤١
المجال: الهندسة والقياس	أولاً: النسب المثلثية الأساسية	٤٧
المحور: حساب المثلثات	للزوايا الحادة.	

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

وبعد، فانطلاقاً من رؤية وزارة التربية والتعليم إلى تحقيق التعليم النوعي المتميز على نحو يلائم حاجات الطلبة، وإعداد جيل من المتعلمين على قدر من الكفاية في المهارات الأساسية اللازمة للتكيف مع متطلبات الحياة وتحدياتها، مزودين بمعارف ومهارات وقيم تساعد على بناء شخصياتهم بصورة متوازنة.

بُنِيَ هذا المحتوى التعليمي على المفاهيم والنتائج الأساسية لمبحث الرياضيات للصف العاشر الذي يشكل أساس الكفاءة العلمية لدى الطلبة، ويركّز على المفاهيم التي لا بدّ منها لتمكين الطلبة من الانتقال إلى المرحلة اللاحقة انتقالاً سلساً من غير وجود فجوة في التعلّم؛ لذا حرصنا على بناء المفهوم بصورة مختزلة ومكثّفة ورشيقة بعيداً عن التوسّع الأفقيّ والسرد وحشد المعارف؛ إذ غُني بالتركيز على المهارات، وإبراز دور الطالب في عملية التعلّم، بتنفيذ إستراتيجية التعلّم الذاتي، وإشراك الأهل في عملية تعلّم أبنائهم. وقد اشتمل هذا المحتوى التعليمي على أربعة موضوعات رئيسة، يتضمّن كلّ منها المفاهيم الأساسية لتعلّم مهارات الرياضيات ومحاورها، بأسلوب شائق ومركّز.

لذا؛ بني هذا المحتوى على تحقيق النتائج العامة الآتية:

- يحل معادلات مستعملاً طرائق التحليل المختلفة (الفرق بين مربعين، مجموع مكعبين أو الفرق بينهما، تحليل العبارة التربيعية، إخراج العامل المشترك، القانون العام لحل المعادلة التربيعية).
- يتعرف الاقتران التربيعي وخصائصه ومجاليه ومداه.
- يجد معادلة الخط المستقيم في حالات مختلفة.
- يتعرف النسب المثلثية الأساسية (الجيب، وجيب التمام، والظل) للزاوية الحادة موظفاً لها في إيجاد أطوال وقياسات زوايا.

والله ولي التوفيق

المجال: الأنماط والجبر والاقترانات

المحور: المقادير الجبرية وتحليلها



تحليل العبارة التربيعية

- أتعرف العبارة التربيعية على الصورة: $أس^2 + ب س + ج$ حيث أ، ب، ج أعداد حقيقية، $أ \neq صفر$
- أحلل العبارة التربيعية.



مجموع مكعبين وتحليله

- أتعرف مجموع مكعبين.
- أتعرف الفرق بين مكعبين.
- أحلل مجموع مكعبين أو الفرق بينهما.



الفرق بين مربعين وتحليله

- أتعرف الفرق بين مربعين.
- أحلل الفرق بين مربعين.

أكتب عاملاً من عوامل:
 $٤ س^2 - ١٠ س + ١٢$

خزانا ماءً على شكل مكعب ممثلنان، حجمهما بالمترات المكعبة على الترتيب:
١، ص^٢. أفرغاً في خزان ثالث على شكل متوازي مستطيلات، ارتفاعه بالأمتار ص + ١؛ فما مساحة قاعدته؟

أكتب العدد ١١٩ على صورة فرق بين مربعي عددين.

أختبر نفسي

(١) أجد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

$$(١) \text{ س } (٢ - \text{س})$$

$$(٢) (١ - \text{س}) (٤ + \text{س})$$

$$(٣) (٩ - \text{س}) (٩ - \text{س})$$

(٢) أجد مكعب كل من:

$$(١) ٩$$

$$(٢) \text{ س ص}$$

$$(٣) \text{ س }^٢$$

(٣) أحل كلًا من المعادلات الآتية:

$$(١) ٩ = ٤ + \text{س}$$

$$(٢) ١٤ = (٥ + \text{س}) ٢$$

أتذكر

مثال (١): أجد ناتج ما يأتي: $(١ + \text{س})(٣ - \text{س})$

$$\text{الحل: } (١ + \text{س})(٣ - \text{س})$$

٣ س - ٢ س + ٣ س - ٦ س - ٦ خاصية توزيع الضرب على الجمع.

٣ س - ٢ س - ٣ س - ٦ س - ٦ تجميع الحدود المتشابهة:
(٦ - س + ٣ س - ٣ س)

مثال (٢): أجد مكعب ٤ س.

الحل:

$$\text{مكعب } (٤ \text{ س}) = (٤ \text{ س})^٣$$

$$= ٤ \text{ س} \times ٤ \text{ س} \times ٤ \text{ س}$$

$$= (٤ \times ٤ \times ٤) (\text{س} \times \text{س} \times \text{س}) = ٦٤ \text{ س}^٣$$

مثال (٣): أحل المعادلة $٧ \text{ س} + ٤ = ١٨$

الحل:

$$٧ \text{ س} + ٤ = ١٨ \quad \text{طرح ٤ من طرفي المعادلة.}$$

$$\frac{١}{٧} \times ٧ \text{ س} = \frac{١}{٧} \times ١٤ \quad \text{ضرب الطرفين في النظير الضربي للعدد ٧}$$

$$\text{س} = ٢$$

أولاً: الفرق بين مربعين وتحليله



اشترت عائشة بيتاً قاعدته مربعه الشكل في الكرك، طول ضلعه ١٢,٥ م، واشترى أخوها خطاب بيتاً قاعدته مربعه الشكل في إربد، طول ضلعه ١٣,٥ م. ما الفرق بين مساحتي قاعدتي البيتين؟

ماذا سأتعلم؟

- الفرق بين مربعين.
- تحليل الفرق بين مربعين.

أتذكر

تحليل العدد إلى العوامل الأولية
تعني كتابته على صورة حاصل ضرب عوامله الأولية.
مثال:

$$٤٢ = ٢ \times ٧ \times ٣$$

أجد ناتج كل مما يأتي:

$$(١) (١ - ب) (١ + ب) = \dots\dots\dots$$

$$(٢) (١ - ع) (١ + ع) = \dots\dots\dots$$

$$(٣) (١ - هـ) (١ + هـ) = \dots\dots\dots$$

$$(٤) (١ - و) (١ + و) = \dots\dots\dots$$

$$(٥) \text{ (الاحظ أن: ناتج ضرب الفروع (١)، (٢)، (٣) يُمثّل } \dots\dots\dots$$

نشاط



يُسمى المقدار الجبري $س^٢ - ص^٢$ **الفرق بين مربعين**؛ حيث $س^٢$ مربع $س$ ، و $ص^٢$ مربع $ص$ ، ويكون تحليل الفرق بين مربعين على الصورة:

$$س^٢ - ص^٢ = (س - ص) (س + ص)$$

مثال (١)

أحلل المقدار الجبري الآتي:

$$(١) س^٢ - ٩ \quad (٢) س^٤ - \frac{١٤٤}{٢٢٥}$$

الحل:

الفرق بين مربعين.

تحليل الفرق بين مربعين.

الفرق بين مربعين.

تحليل الفرق بين مربعين.

$$(١) س^٢ - ٩ = (س - ٣) (س + ٣)$$

$$(س - ٣) (س + ٣) =$$

$$(٢) س^٤ - \frac{١٤٤}{٢٢٥} = (س^٢ - \frac{١٢}{١٥}) (س^٢ + \frac{١٢}{١٥}) =$$

$$(س^٢ - \frac{١٢}{١٥}) (س^٢ + \frac{١٢}{١٥}) =$$

أحاول

أحلّ ما يأتي:

$$(1) \text{ س}^2 - 36 \quad (2) \text{ س}^2 - \frac{1}{4}$$

مثال (٢)

أحلّ كلّ ممّا يأتي:

$$(1) (3 - \text{س})^2 - 4 \quad (2) \text{س}^2 - 2\text{س}$$

الحلّ:

$$(1) (3 - \text{س})^2 - 4 = 0 \quad (2) \text{س}^2 - 2\text{س} = 0$$

$$= (3 - \text{س})(3 + \text{س}) - 4 = 0 \quad = \text{س}(\text{س} - 2) = 0$$

$$= (3 - \text{س})(5 - \text{س}) = 0$$

الفرق بين مربّعين.

تحليل الفرق بين مربّعين.

بتجميع الحدود المتشابهة.

إخراج (س) عاملاً مشتركاً.

تحليل المقدار $\text{س}^2 - 1$ فرقاً بين مربّعين.

$$(2) \text{س}^3 - \text{س} = \text{س}(\text{س}^2 - 1)$$

$$= \text{س}(\text{س} - 1)(\text{س} + 1)$$

أحاول

أحلّ كلّ ممّا يأتي:

$$(1) (4 + \text{س})^2 - 36 \quad (2) \text{س}^4 - 4\text{س}^2$$



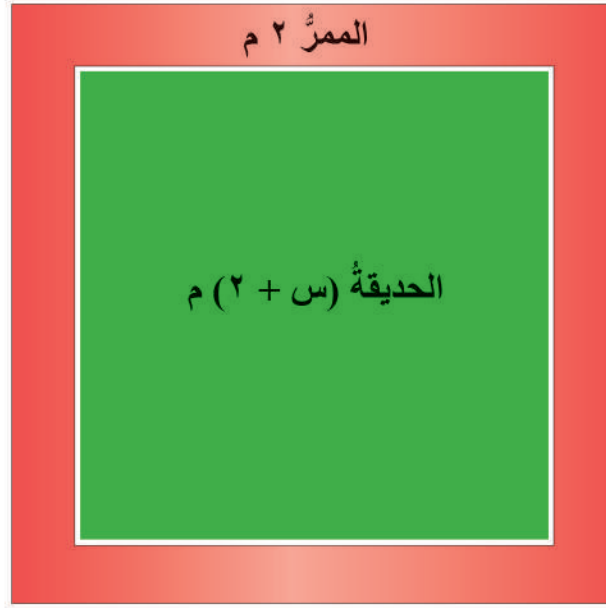
(١) أحلّ ما يأتي:

(أ) $س^٢ - ١٢١$ (ب) $س^٢ - ٢٠٠$ (ج) $س^٥ - س^٣$

(٢) أكتب مثالا لفرق بين مربعين، وأحلّله.

(٣) قال أسعدُ إنّ تحليل مقدارٍ جبريٍّ يُغيّرُ من قيمة المقدار. هل هو على صوابٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

(٤) حديقةٌ مربعة الشكل طول ضلعها بالأمتار $(س + ٢)$ ، يُحيطُ بها ممرٌ عرضه ٢م. ما مساحة هذا الممر؟



مساحة المربع = (طول الضلع)^٢

(٥) باستعمال الفرق بين مربعين؛ أجد زوجاً من العوامل للعدد ٩٩

ثانيًا: مجموع مكعبين وتحليله



خزاناء ماء مكعبا الشكل متلئان، طولاً حرفيئهما بالأمتار على التوالي: ص، ٢، أفرغ الماء الذي فيهما في خزان ثالث على شكل متوازي مستطيلات، ارتفاعه يساوي (ص + ٢) متراً. ما مساحة قاعدته؟

ماذا سأتعلم؟

- تحليل مجموع مكعبين.
- تحليل الفرق بين مكعبين.

أتذكر

مكعب العدد هو حاصل ضرب العدد في نفسه ثلاث مرات.
مكعب ٥ = $5 \times 5 \times 5 = 125$
مكعب ص = $ص \times ص \times ص$
ص = $ص^3$

أتعلم

يسمى المقدار $ص^3 + ص^2$ مجموع مكعبين.
تحليل $ص^3 + ص^2 = (ص + ص)(ص^2 - ص + ص + ص^2)$.
أي إن تحليل مجموع مكعبين يساوي:
(الحد الأول + الحد الثاني) (مربع الحد الأول - الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني)

مثال (١)

أحل ما يأتي:

$$٣٢ ص^٣ + ٤$$

$$١٢٥ ص^٣ + ١$$

الحل:

كتابة المقدارين على صورة مكعبات كاملة.

$$١ ص^٣ + ١٢٥ = (ص)^٣ + (٥)^٣$$

تحليل مجموع مكعبين.

$$= (ص + ٥) (ص^٢ - ٥ ص + ٢٥)$$

إخراج ٤ عاملاً مشتركاً.

$$٣٢ ص^٣ + ٤ = ٤ (٨ ص^٣ + ١)$$

كتابة الحدود على صورة مكعبات كاملة.

$$= ٤ ((٢ ص)^٣ + (١)^٣)$$

تحليل.

$$= ٤ (٢ ص + ١) (٢ ص^٢ - ٢ ص + ١)$$

$$(٢ ص)^٢ = ٢ ص^٢ \times ٢ ص$$

$$= ٤ (٢ ص + ١) (٤ ص^٢ - ٢ ص + ١)$$

$$٤٠ ص^٣ + ٤$$

أحاول

مثال (٢)

$$\frac{27}{8} + {}^2(1 + س) \text{ أحلّ}$$

الحل:

كتابة المقدار على صورة مجموع مكعبين.

$${}^2\left(\frac{3}{2}\right) + {}^2(1 + س) = \frac{27}{8} + {}^2(1 + س)$$

$$\text{تحليل: } \left(\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} \times (1 + س) - {}^2(1 + س) = \left(\frac{3}{2} + (1 + س)\right) =$$

تبسيط:

$$\left(\frac{9}{4} + \frac{3}{2} - س\right) - {}^2(1 + س) = \left(\frac{9}{4} + \frac{3}{2} - س - {}^2(1 + س)\right) =$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9+6-}{4} = \frac{9}{4} + \frac{2 \times 3}{2 \times 2} -$$

$$\left(\frac{3}{4} + س - {}^2(1 + س)\right) = \left(\frac{3}{4} + س - 1 + س + س\right) =$$

تبسيط المقدار (س+١)

$$\left(\frac{3}{4} + س - 1 + س + س\right) = \left(\frac{3}{4} + س - 1 + س + س\right) =$$

تجميع الحدود المتشابهة.

$$\left(\frac{3}{4} + س - 1 + س + س\right) = \left(\frac{3}{4} + س - 1 + س + س\right) =$$

أحاول

$$\frac{1}{4} + {}^2(8 + س) \text{ أحلّ}$$

يُسمّى المقدار س^٢ - ص^٢ **فرقًا بين مكعبين**. ويحلّل الفرق بين المكعبين بالرموز على الصورة:

$$س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص) \text{، وبالكلمات:}$$

(الحدّ الأوّل - الحدّ الثاني) (مربع الحدّ الأوّل + الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربع الحدّ الثاني)

مثال (٣)

أحلّ كلّ ممّا يأتي إلى عوامله:

$$(١) ٤٠ س^٢ - ٥ (٢) ٢ ل م^٣ - ٣ ن$$

الحل:

إخراج ٥ عاملاً مشتركاً.

$$(١) ٤٠ س^٢ - ٥ = ٥ (٨ س^٢ - ١)$$

فرق بين مكعبي المقدارين ٢ س، ١

$$٥ = (٢(١) - (٢ س)) =$$

تحليل:

$$٥ = (٢ - س) (١ + ٢ س + ٢ س^٢) =$$

تجميع الحدود المتشابهة.

$$٥ = (٢ - س) (١ + ٢ س + ٢ س^٢) =$$

الفرق بين المكعبي ل م، ن.

$$(٢) ٢ ل م^٣ - ٣ ن = (٢ ل م - ٣ ن) (٢ ل م^٢ + ٣ ن)$$

تحليل الفرق بين مكعبي.

$$= (٢ ل م - ٣ ن) (٢ ل م^٢ + ٣ ن)$$

أكتب المقدار في أبسط صورة.

$$= (٢ ل م - ٣ ن) (٢ ل م^٢ + ٣ ن)$$

$$(س \text{ ص}) = س \text{ ص} = س \text{ ص}$$

$$(س \text{ ن}) = م = س \text{ ن} \times م$$

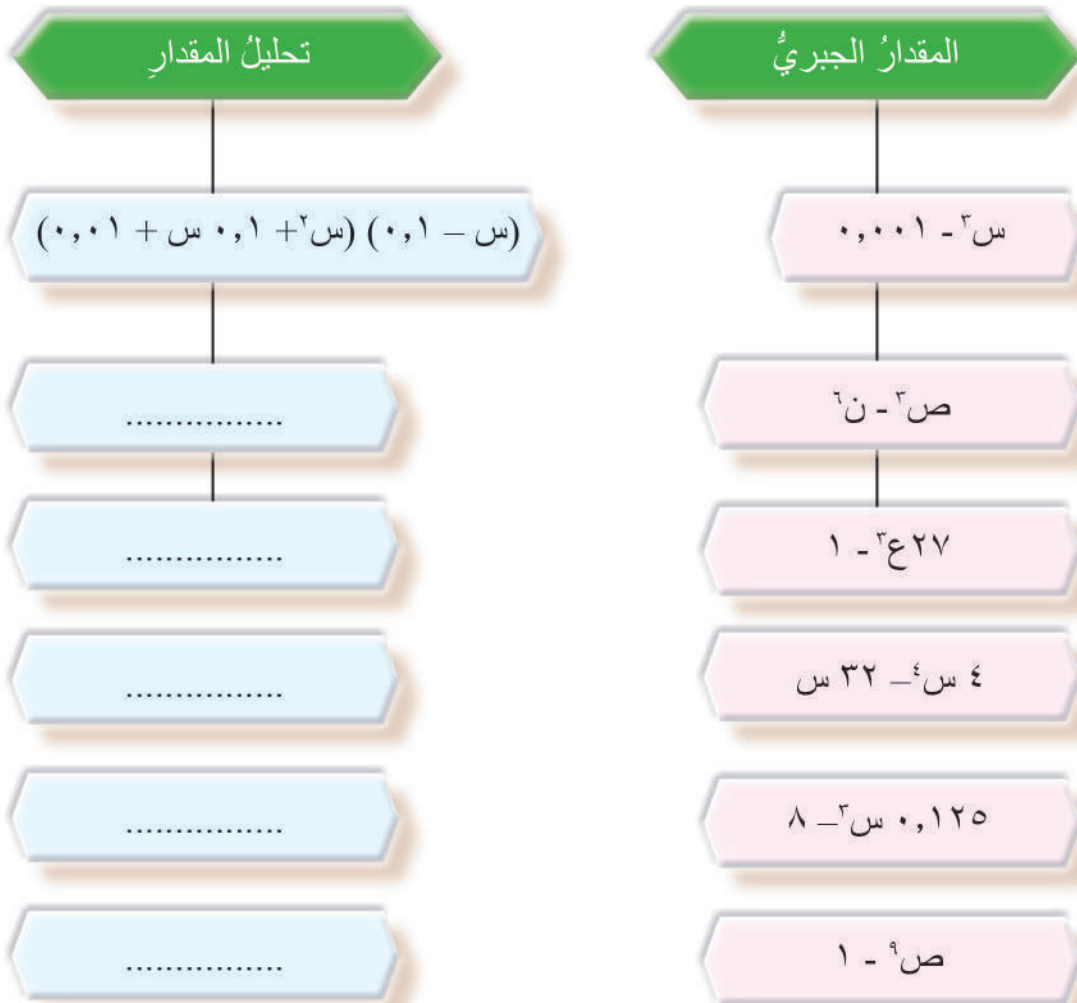
أَحْلُلْ ١٢٥ س^٣ - ٦٤ ص^٣ ع^٣

أَحْلُولُ

أَخْتَبِرُ تَعَلَّمِي

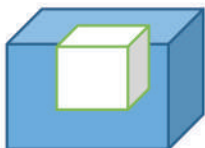


(١) أَحْلُلْ كَلًّا مِمَّا يَأْتِي:



(٢) أَحْلُلْ س^٦ - ع^٦ بطريقتين مختلفتين وأوضّحهما.

(٣) صندوقٌ على شكلٍ مكعبٍ طولُ ضلعه بالسنتيمتراتِ (س + ٣)، وُضِعَ في داخلِهِ مكعبٌ طولُ ضلعه بالسنتيمتراتِ (س + ١). ما الجزء المتبقي من الصندوق؟



ثالثًا: تحليل العبارة التربيعية

لوحة مستطيلة الشكل مساحتها بالوحدات المربعة (س² + ٤س + ٣). إذا كان طولها (س + ٣) وحدة طول؛ فما عرضها؟



ماذا سأتعلم؟

- العبارة التربيعية.
- تحليل العبارة التربيعية.

يسمى المقدار $أس^2 + بس + ج$ ، $أ \neq ٠$ ، $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعداد حقيقية؛ العبارة التربيعية.

تحليل العبارة التربيعية

ثانيًا: إذا كان معامل س^٢، $أ \neq ١$

أولًا: إذا كان معامل س^٢، $أ = ١$

مثال (١)

أحلل كلاً مما يأتي:

$$(٣) س^2 + ٣س - ٤$$

$$(٢) س^2 - ١١س + ٢٤$$

$$(١) س^2 + ٥س + ٦$$

الحل:

$$(١) س^2 + ٥س + ٦$$

$$= (س + ٢) (س + ٣)$$

$$(٢) س^2 - ١١س + ٢٤$$

$$= (س - ٣) (س - ٨)$$

$$(٣) س^2 + ٣س - ٤$$

$$= (س - ١) (س + ٤) + ٣س$$

البحث عن عددين حاصل ضربهما ٦، وناتج جمعهما ٥ (هما: ٢ و ٣).

البحث عن عددين حاصل ضربهما ٢٤، وناتج جمعهما -١١ (هما: -٣، -٨).

البحث عن عددين حاصل ضربهما -٤، وناتج جمعهما ٣ (هما: -١، ٤).

للتأكد من الحد الأوسط؛ نضرب الحدين على الطرفين والحددين الأوسطين ونجمعهما (-س + ٤س = ٣س).

أحاولُ أُحلُّلُ كلاً ممَّا يأتي:

$$(1) \text{ س } ٢ + ٧ \text{ س } + ١٢ \quad (2) \text{ س } ٢ - ٨ \text{ س } + ١٦ \quad (3) \text{ س } ٢ - ٤ \text{ س } - ٦٠$$

مثال (٢)

أحلُّلُ كلاً ممَّا يأتي:

$$(1) \text{ س } ٣ + ٤ \text{ س } + ١ \quad (2) \text{ س } ٢ - ٧ \text{ س } - ٤$$

الحل:

تحليل ٣ س^٢ إلى عواملها وتحليل الحد المطلق إلى عوامله؛ مع مراعاة إشارات الحدود.
أناكّد من التحليل؛ بضرب الحدين في الطرفين والحدين الأوسطين ثم أجمعهما.

$$\begin{array}{c} \text{س} + \\ \hline (1 + \text{س}) (1 + 3\text{س}) = \\ \hline 1 + 3\text{س} \end{array}$$

للتأكّد من الحد الأوسط: (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين = الحد الأوسط).

$$\begin{array}{c} 2\text{س}^2 - 7\text{س} - 4 \\ \hline 2\text{س} \times -4 \\ \hline (2\text{س} + 1)(-4 - \text{س}) = \\ \hline 1 \times -4 \end{array}$$

أحاولُ أُحلُّلُ ما يأتي إلى عوامله:

$$(1) \text{ س } ٢ + ١٠ \text{ س } + ٨ \quad (2) \text{ س } ٥ + ٤٥ \text{ س } + ٧٠$$



(١) أحلّل كلّ ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحة:

$$٣٢ - ٤س + ٢س$$

$$(٨ + س) (٤ + س)$$

$$(١٦ + س) (٢ - س)$$

$$(١٦ - س) (٢ + س)$$

$$(٨ + س) (٤ - س)$$



$$٢٨ + ١١س + ٢س$$

$$(٧ - س) (٤ + س)$$

$$(١٤ + س) (١٤ + س)$$

$$(١٤ + س) (٢ + س)$$

$$(٧ + س) (٤ + س)$$



$$٦س - ٢س - ٢$$

$$(٢ - س) (١ - ٦س)$$

$$(٢ - ٣س) (١ - ٢س)$$

$$(١ + ٢س) (٣ - ٢س)$$

$$(٢ - ٣س) (١ + ٢س)$$



(٢) أجدُ ٣ قيمٍ للرمز (ك) لتُصبح العبارة التربيعية الآتية قابلةً للتحويل إلى العوامل، ثمّ أحلّل كلّ حالة:

$$٣س - ٣س + ك$$

(٣) أكتبُ تعبيرًا جبريًا يُمثّل محيطَ لوحِ خلايا شمسيةٍ مستطيلة الشكل، مساحتها $(٢س + ٤س - ٨١)$ وحدةً مربعةً.

(٤) ما قيمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلّ ممّا يأتي صحيحًا:

$$١٩ - ٢س + ك = (١٩ - س) (١ + س)$$

$$٢١ - ٢س + ك = (٢ - س) (٣ + س)$$

(٥) أنا أحدُ عواملِ العبارة التربيعية $٥س - ٢١س + ٤$ ، إذا كان أحدُ العوامل $(٤ - س)$ ؛ فما العاملُ الآخرُ؟

لا تَنْظُرْ إِلَى الْخَلْفِ، وَلَا تُعَدِ الطَّرِيقَ مَرَّتَيْنِ.



المجال: الأنماط والجبر والاقترانات

المحور: الاقترانات والمعادلات



حل المعادلة التربيعية

- أتعرف الصورة القياسية للمعادلة التربيعية.
- أحل المعادلة التربيعية.

هل توجد معادلة تربيعية ليس لها حلول حقيقية؟ أبرر إجابتي.



الاقتران التربيعي

- أتعرف الاقتران التربيعي وصورته العامة:
- ق (س) = $اس^2 + بس + ج$ حيث أ، ب، ج أعداد حقيقية، $ا \neq 0$
- أتعرف مجال الاقتران التربيعي ومداه.
- أمثل الاقتران التربيعي بيانياً.

كيف أجد القيمة العظمى للاقتران: ق (س) = $-س^2 - 4س + 1$ ؟

أَتَذَكَّرُ

مثال (١): أكتب الصورة العامة للاقتران الخطي.
وأجدُ مقطعهِ السيني والصادي.

الحل:

الصورة العامة للاقتراح الخطي:

ق (س) = أ س + ب حيث أ ≠ صفراً، أ، ب أعداد حقيقية.

المقطع السيني عندما $v = 0$ أي $u = b$ ومنها $\frac{b}{a}$

المقطع الصادي عندما $s = 0$ أي $q(0) = b$

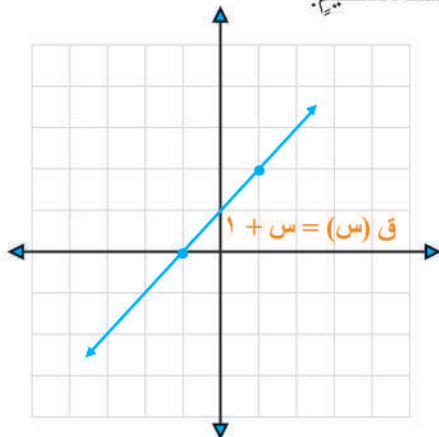
مثال (۲): اُمثل الاقتِرانَ $ق(س)$ = $س + ۱$ بيانياً.

الحل:

- أختارُ قِيَمًا لـ (س)، وأعوّضُها في قاعدة الاقتران.

س	۱-	۱
ق (س)	۰	۲
(س، ص)	(۰، ۱-)	(۲، ۱)

- أَعْيُنُ النُّقْطَتَيْنِ عَلَى الْمَسْتَوَى الْإِحْدَاثِيِّ، وَأَصْلُ بَيْنَهُمَا بَخْطٌ مُسْتَقِيمٌ.



أختبر نفسي

(١) إِذَا كَانَ ق (س) = ٣ س + ١؛ فَأُجِيبُ ب (نَعَمْ أَوْ لَا):

(أ) () الاقتران (ق) اقتران خطي مجاله ومداه مجموعه الأعداد الحقيقية.

ب) () ق (-) = ٤

٧ = (٢) ق () (جـ)

(د) () نقطه تقاطعه مع محور (ص)
هي: (0, 1).

(۲) اُمْتُ الْاِقْتِرَانِ هـ (س) = ۲ س + ۶ بیانیاً.

أولاً: الاقتران التربيعي



رمت لاعبة كرة فأتخذت مساراً وفق العلاقة $l = 20 - 5t^2$ حيث t الزمن بالثواني، l ارتفاع الكرة بالأقدام. ما أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة؟

ماذا سأتعلم؟

- الاقتران التربيعي.
- تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً.
- خصائص الاقتران التربيعي.

تعلمت سابقاً الاقتران الخطي، وسأتعلم الاقتران التربيعي.

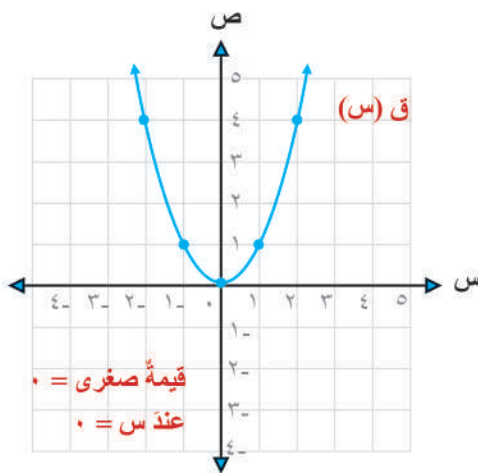
الاقتران التربيعي اقتران على الصورة:

ق (س) = $اس^2 + بس + ج$ ، حيث $ا$ ، $ب$ ، $ج$ أعداد حقيقية، $ا \neq 0$ صفراً، وتسمى **الصورة العامة للاقتران التربيعي**.

ألاحظ في ما يأتي التمثيلات البيانية لاقترانات تربيعية، وأملأ الفراغ أمام كل تمثيل:

الاقتران

علاقة تربط كل عنصر في المجال، بعنصر واحد فقط في المدى.



١) الاقتران ق (س) = $اس^2 + بس + ج$ ، حيث $ا = 1$ ، $ب = 0$ ، $ج = 0$ ،

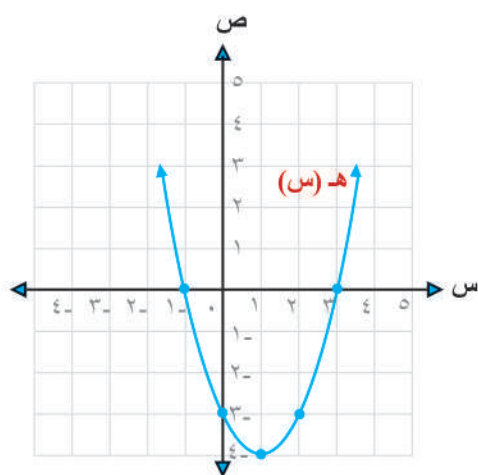
إشارة أ

مجال الاقتران ق ومداه

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي



٢) الاقتران هـ (س) = $s^2 - 2s - 3$

أ = ... ، ب = ... ، ج = ...

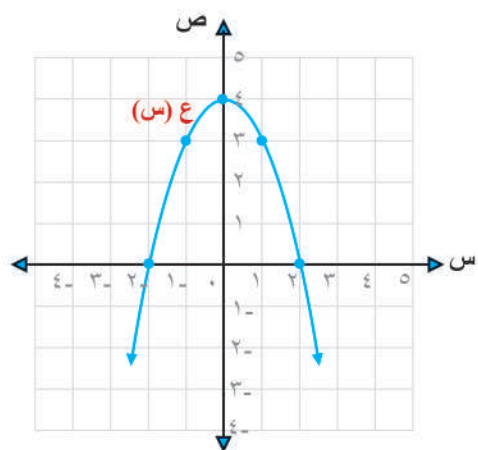
إشارة أ

مجال الاقتران هـ ، ومداة

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي



٣) ع (س) = $-s^2 + 4$

أ = ... ، ب = ... ، ج = ...

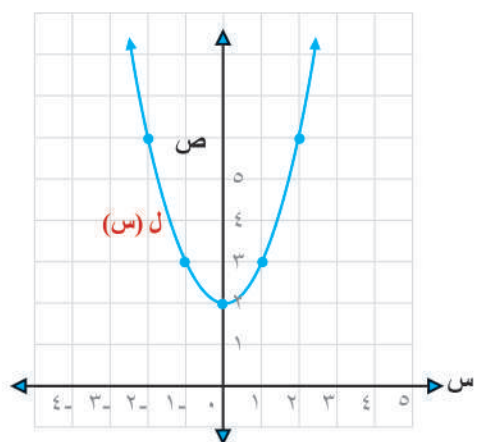
إشارة أ

مجال الاقتران ع ، ومداة

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي



٤) ل (س) = $s^2 + 1$

أ = ... ، ب = ... ، ج = ...

إشارة أ

مجال الاقتران ل ، ومداة

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي

ألاحظُ ممّا سبق أنّ منحنى الاقتران التربيعي مفتوح للأعلى أو للأسفل، ورأس المنحنى النقطة التي يكون للاقتران عندها قيمة عظمى أو صغرى، وإحداثيات رأس المنحنى هي $(\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$ ، ومحور التماثل هو مستقيم رأسي يمرُّ برأس المنحنى.

الصورة العامة للاقتران التربيعي ق (س) = أس^٢ + ب س + ج ، أ ≠ ٠ ، أ ، ب ، ج أعداد حقيقية.

أ سالبة	مفتوح للأسفل	أ موجبة	مفتوح للأعلى
المجال		المجال	ح
المدى		المدى	$c \leq c - \frac{b^2}{4a}$
معادلته محور التماثل		معادلته محور التماثل	$s = -\frac{b}{2a}$

مثال (١)

أمثلُ الاقتران ق (س) = س^٢ + ٢ س - ٤ بيانياً.

الحل:

لتمثيل الاقتران بيانياً؛ أتبع الخطوات الآتية:

(١) أحدد معاملات الحدود أ = ١ ، ب = ٢ ، ج = -٤

(٢) أجد إحداثيات رأس القطع $(\frac{-b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}) = ((-1), 5)$

ق (١ -) = (١ -) + ٢(١ -) - ٤

٥ = ٤ - ٢ + ١ =

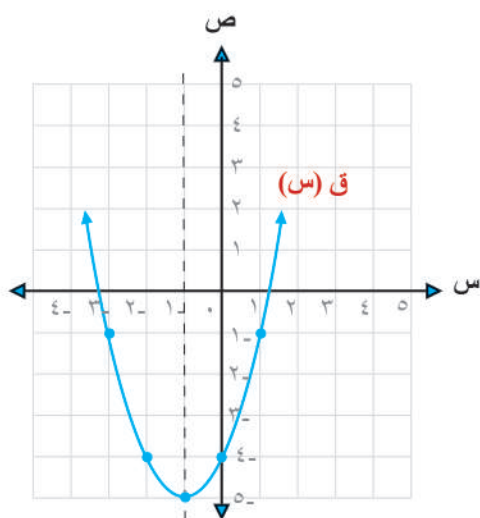
المستقيم الرأسي

مستقيم يوازي محور
الصادات، معادلته

س = أ

حيثُ أ عدد حقيقي.

(٣) أنشئ جدولاً للنقاط، ثم أعينها على المستوى الإحداثي.



س	١	٠	١-	٢-	٣-
ق(س)	١-	٤-	٥-	٤-	١-

مجال الاقتران يساوي ح، مدى الاقتران هو $ص \leq -٥$ ،
معادلته محور التماثل $س = ١$

أُمثلُ الاقتران ك (س) $= ٩ - س^٢$ ، وأذكرُ المجالَ والمدى ومعادلةَ محور التماثل.

أحاول

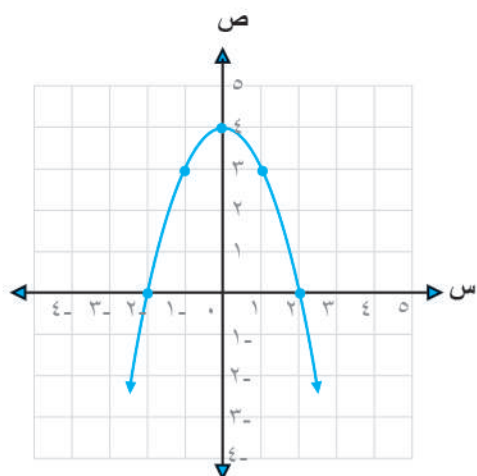
أختبرُ تعلّمي



(١) أُمثلُ بيانياً الاقترانات الآتية:

أ (س) $= س^٢ - ١$

ب هـ (س) $= س^٢ - ٤س + ١$



(٢) أدرس الرسم المجاور، ثم أجيب عن الأسئلة الآتية:

أ (ما إحداثيا رأس القطع؟

ب) للاقتران قيمة عظمى أم صغرى؟ أحددها.

ج) ما مجال الاقتران؟

د (ما إشارة معامل $س^٢$ ؟

هـ) ما نقاط التقاطع مع محور $س$ ؟

(٣) أطلق صاروخ إلى أعلى، وكان ارتفاعه بالأمتار فوق سطح البحر بعد (ن) ثانية من إطلاقه وفق العلاقة:
ل (ن) $= -٤ن^٢ + ١٦ن + ٥٠٠٠$ ؛ أجد أقصى ارتفاع يبلغه الصاروخ.

ثانيًا: حلّ المعادلة التربيعية



مربعان يزيد طول أحدهما على الثاني
بالسنتيمترات بمقدار ٣، وكان مجموع
مساحتهما بالسنتيمترات المربعة ٢٦٩
ما طول ضلع كل منهما؟

ماذا سأتعلّم؟

- المعادلة التربيعية.
- حلّ المعادلة التربيعية.
- القانون العامّ لحلّ المعادلة التربيعية.
- مميّز العبارة التربيعية.

الصورة العامة للمعادلة التربيعية بمتغيّر واحد هي: $أس^٢ + ب س + ج = ٠$: أ، ب، ج أعداد حقيقية $أ \neq ٠$

أما حلّ المعادلة فهو إيجاد قيم (س) التي تُحقّق المعادلة، وتُسمّى جذور المعادلة. ويوجد عدّة طرائق لحلّ المعادلة التربيعية.

حلّ المعادلة التربيعية بالتحليل إلى العوامل:

خطوات حلّ المعادلة التربيعية بالتحليل:

(١) أكتب المعادلة التربيعية بالصورة العامة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

(٢) أحلّ المعادلة التربيعية إلى عواملها الأولية؛ بكتابتها على شكل حاصل ضرب عبارتين خطّيتين.

(٣) أستمع الخاصية الصفرية.

(٤) أحلّ المعادلتين الخطّيتين التي حصلتُ عليهما في الخطوة السابقة.

أتعلّم

إذا كان أ، ب عددين حقيقيين، وكان $أ \times ب = ٠$ صفرًا؛ فإنّ $أ = ٠$ صفرًا أو $ب = ٠$ صفرًا أو كليهما يساوي صفرًا.

تُسمّى هذه الخاصية الخاصية الصفرية.

مثال (١)

أحلّ المعادلتين الآتيتين:

$$(١) \text{ س } ٤ - ٥ = ٥ \quad (٢) \text{ س } ٧ + ٢ - ٨ = ٠$$

الحل:

$$(١) \text{ س } ٤ - ٥ = ٥ \quad (٢) \text{ س } ٧ + ٢ - ٨ = ٠$$

$$\text{س } ٩ - ٢ = ٠$$

$$\text{س } (٣ - ٣) = ٠$$

$$\text{إما س } ٣ - ٠ = ٣ \text{ ، ومنه س } ٣ =$$

$$\text{أو س } ٣ + ٠ = ٣ \text{ ، ومنه س } ٣ =$$

إذن: مجموعة الحل هي: $\{٣ - ، ٣\}$.

$$(٢) \text{ س } ٧ + ٢ - ٨ = ٠$$

$$\text{س } (١ - ٨) = ٠$$

$$\text{إما س } ١ - ٠ = ١ \text{ ، ومنه س } ١ =$$

$$\text{أو س } ٨ + ٠ = ٨ \text{ ، ومنه س } ٨ =$$

مجموعة حلّ المعادلة هي: $\{٨ - ، ١\}$.

كتابة المعادلة بالصورة العامة.

تحليل المعادلة باستعمال الفرق بين مربعين.

استعمال الخاصية الصفرية.

البحث عن عددين حاصل ضربهما $(٨-)$ ومجموعهما $(٧+)$.

باستعمال الخاصية الصفرية.

أجد حلّ المعادلتين الآتيتين:

أحاول

$$(١) \text{ س } ٣ + ٢ = ٥ \quad (٢) \text{ س } ٤ - ٥ = ٠$$

حلّ المعادلة التربيعية باستعمال القانون العام:

$$\text{أتأمل المعادلات الآتية: } ٢ \text{ س } ٤ - ١ = ٠ ، ٢ \text{ س } ٢ - ١٠ = ٠ ، ٢ \text{ س } ٣ + ٧ = ٠$$

سأجد صعوبة في حلّ هذه المعادلات بالتحليل إلى العوامل الأولية؛ لذا، **أستعمل القانون العام**

لحلّ المعادلة التربيعية.

أي معادلة تربيعية $أس^٢ + بس + ج = ٠$ ، حيث $أ، ب، ج$ أعداد حقيقية، $أ \neq ٠$ ، يُمكنني حلّها باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية، وهو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

ويُسمّى المقدار $ب^٢ - ٤أج$ **مميّز المعادلة التربيعية** ويُرمز له بالرمز Δ : $ب^٢ - ٤أج \leq ٠$ (لماذا؟)

ألاحظ أنّ المميّز يُمكن استعماله للكشف عن إمكانية تحليل المعادلات التربيعية وتحديد عدد الحلول الحقيقية (إن وجدت).

إذا كان:

(١) $\Delta < ٠$ فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقيين مختلفين.

(٢) $\Delta > ٠$ فإنه لا يوجد للمعادلة التربيعية جذور حقيقية.

(٣) $\Delta = ٠$ فإن للمعادلة التربيعية جذراً حقيقياً مكرراً هو $س = -\frac{ب}{٢أ}$

مثال (٢)

أجد قيمة المميّز للمعادلة التربيعية $٣س^٢ - ٤س - ١٠ = ٠$ ، ثم أثبت إذا كان للمعادلة حلول حقيقية.

الحل:

كتابة المعادلة بالصورة العامة.

$$٣س^٢ - ٤س + ١٠ = ٠$$

تحديد معاملات الحدود

$$أ = ٣، ب = -٤، ج = ١٠$$

كتابة مميّز المعادلة التربيعية.

$$\Delta = ب^٢ - ٤أج$$

تعويض قيم $أ، ب، ج$.

$$= (-٤)^٢ - ٤ \times (٣) \times (١٠)$$

$$= ١٦ - ١٢٠$$

$$= -١٠٤ \text{ المميّز } < ٠$$

∴ لا يوجد حلول حقيقية للمعادلة التربيعية

أجد قيمة المميز للمعادلة التربيعية $س^2 + 1 + 3س = 0$ ؛ ثم أثبت أن إذا كان للمعادلة حلول حقيقية.

مثال (٣)

أجد حل المعادلة $س^2 + 3س - 3 = 0$ باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية:

الحل:

تحديد معاملات الحدود.

$$ا = ١، ب = ٣، ج = -٣$$

كتابة مميز المعادلة التربيعية.

$$\Delta = ب^2 - ٤ \times ا \times ج$$

تعويض.

$$= (٣)^2 - ٤ (١) (-٣)$$

$$= ٩ + ١٢ = ٢١ > ٠$$

إذن: يوجد للمعادلة حلان حقيقيان.

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ ا ج}}{٢ ا}$$

كتابة القانون العام لحل المعادلة التربيعية.

$$س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٢١}}{٢}$$

التعويض في القانون، ثم التبسيط.

أجد حل المعادلة $س^2 - 3س = 4$ باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية.

حل المعادلة التربيعية على الصورة: $(ا س + ب)^2 = ج$

مثال (٤)

أجد حل المعادلة $س^2 = 4(س + 3)$

الحل:

$$(س + 4)^2 = ٢٣$$

$$\sqrt{(س + 4)^2} = \sqrt{٢٣}$$

$$س + 4 = \pm \sqrt{٢٣}$$

$$س = 4 - \sqrt{٢٣}، ومنه س = ١ -$$

$$أو س = 4 + \sqrt{٢٣}، ومنه س = ٧ -$$

فائدة

$$\sqrt{س^2} = |س|$$

إذا كان $|س| = ا$ ؛ حيث

$ا \geq ٠$ ، فإن:

$$س = ا أو س = -ا$$

أخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة.

تطبيق القاعدة.

حل المعادلة الخطية.

أفكر

هل للمعادلة $s^2 - 4 = 0$ حل؟ لماذا؟

أحل المعادلة $(s - 3)^2 - 49 = 0$

أحاول



أختبر تعلمي

(١) أحل المعادلات الآتية:

(أ) $s^2 - 25 = 0$ (ب) $s^2 + 6 = 5$

(٢) إذا كانت $s^2 + 2s + 4 = 3$ ، فأجد قيمة (أ) التي تجعل للمعادلة حلًا وحيدًا.



(٣) يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها بالسنتيمترات: ٤، $(s+2)$ ، $(s+2)$ ، وحجمها يساوي ١٠٠ سم^٣. أجد قيمة (س).

(٤) أحل المعادلة $s^3 + 2s + 4 = 1$

(٥) ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤؟

(٦) حلت بيان المعادلة $(s + 1)^2 = 100$ كالآتي:

$$(s + 1)^2 = 100$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$s + 1 = 10$$

$$s = 9$$

أبين الخطأ الذي وقعت فيه.



التقويم الختامي

أمامي عددٌ من الأسئلة، لكلِّ سؤالٍ عددٌ من الخياراتٍ أحدها صحيحٌ، ولكلِّ خيارٍ عددٌ من النقاط. أستعملُ الجدولَ في الانتقالِ من مربعٍ إلى آخرٍ حسبَ عددِ نقاطِ الإجابة. سأصلُ لهدفي إذا كانتِ إجاباتي جميعُها صحيحةً.

البداية	٢	٣	٤	٥	٦
٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨ النهاية

للاقتتران ق (س) $2 = 4س + 2$
 أ (قيمة عظمى = صفراً. (٤ نقاط)
 ب (قيمة صغرى = صفراً. (٣ نقاط)
 ج (قيمة صغرى -2 (نقطة واحدة)

مجموعة حل المعادلة $5س + 5 = 84$ هي:
 أ ($\{12\}$ (٥ نقاط)
 ب ($\{7, 12\}$ (٤ نقاط)
 ج ($\{7, 12\}$ (نقطة واحدة)

حل المعادلة: (س - ٦) $= 81$ هو:
 أ (س $= 15$ (٤ نقاط)
 ب (س $= 3$ أو س $= 15$ (نقطتان)
 ج (س $= 15$ أو س $= -3$ (نقطة واحدة)

للاقتتران ق (س) $8 = 3س - 8$
 أ (قيمة عظمى $= 8$ (٣ نقاط)
 ب (قيمة عظمى = صفراً. (٤ نقاط)
 ج (قيمة صغرى $= 8$ (نقطتان)

حل المعادلة $3س + 6 = 9$
 أ (س $= 3$ أو س $= -3$ (٣ نقاط)
 ب (س $= 1$ أو س $= -3$ (نقطتان)
 ج (س $= 3$ أو س $= -1$ (٣ نقاط)

مدى الاقتران ق (س) $= 4س + 2$ ، هو:
 أ ($ص \leq -2$ (نقطتان)
 ب ($ص \geq -4$ (٣ نقاط)
 ج ($ص \geq -2$ (٥ نقاط)

المعادلة التي ليس لها حلول حقيقية:
 أ ($2س - 4 = 1 + 0$ (٣ نقاط)
 ب ($2س + 4 = 6 + 0$ (نقطتان)
 ج ($2س + 3 = 11 - 0$ (٤ نقاط)

المجال: الأعداد والعمليات

المحور: الأسس النسبية



الأسس النسبية وقوانينها

- أتعرف قوانين الأسس النسبية.
- أحل مسائل على قوانين الأسس.

كيف أستعمل قوانين الأسس النسبية، في تبسيط التعابير العددية؟

أختبر نفسي

(١) أكتب كلاً ممّا يأتي على صورة أُسس:

(أ) $\frac{1}{\sqrt[3]{7}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{7}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{7}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{7}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{7}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{7}}$ = _____

(ب) $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ = _____

(٢) أكتب كلاً ممّا يأتي على صورة أُسٍّ واحدٍ:

(أ) ${}^{\circ}ع \times {}^{\circ}ع$

(ب) ${}^{\circ}س \div {}^{\circ}س$

(ج) ${}^{\circ}١٠ \times {}^{\circ}١٠$

(د) $\frac{{}^{\circ}٨}{{}^{\circ}٢}$

(هـ) $({}^{\circ}٦)^{\circ} \times (\frac{{}^{\circ}٦}{\sqrt[3]{}})^{\circ}$

(٣) أحلّ الأعداد الآتية إلى عواملها الأولية، ثمّ

أكتبها باستعمال الأسس:

(أ) ٣١٢٥

(ب) ٢١٦

(ج) ٨٠٠٠

(د) ١٠٢٤

أتذكّر

مثال (١): أكتب $(-3 \times -3 \times -3 \times -3)$ على

صورة أُسس.

الحلّ:

الأساس -3 ، الأس 4

$\therefore (-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 \times -3$

مثال (٢): أكتب كلاً ممّا يأتي على صورة أُسٍّ

واحدٍ:

(أ) ${}^{\circ}٨ \times {}^{\circ}٨$ (ب) ${}^{\circ}٥ \div {}^{\circ}٥$

الحلّ:

(أ) ${}^{\circ}٨ \times {}^{\circ}٨ = {}^{\circ}٨ + {}^{\circ}٨ = {}^{\circ}١٦$

(ب) ${}^{\circ}٥ \div {}^{\circ}٥ = {}^{\circ}٥ - {}^{\circ}٥ = {}^{\circ}٠$

مثال (٣): أحلّ العدد ٢٤٣ إلى عوامله الأولية،

ثمّ أكتبه باستعمال الأسس.

الحلّ:

أستعمل القسمة المتكرّرة:

$\therefore$ العدد $243 = 3^5$

٣	٢٤٣
٣	٨١
٣	٢٧
٣	٩
٣	٣
	١

أولاً: الأسس النسبية وقوانينها



هل أنا بارع بلعب المكعب السحري (روبك)؟
إذا علمت أن حجم المكعب السحري المسموح
به في المباراة هو ٢٧٠٠٠ مم^٣، فما طول
ضلع هذا المكعب؟

ماذا سأتعلم؟

- الأسس النسبية.
- قوانين الأسس.
- تبسيط التعابير.

أنأمل البطاقات الآتية، وأملأ الفراغ في كل منها:

نشاط

$$\frac{1}{3^8}$$

$$3-8$$

$$3^8$$



$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \times \frac{1}{\square} \times \frac{1}{\square}$$

$$\square = 8 \times 8 \times 8$$

ألاحظ أن:

البطقتين الأولى والثانية، تحتوي على أسس لأعداد صحيحة وقد درستها سابقاً. ولكن، كيف سأجد
الحل في البطاقة الثالثة؟ ما نوع الأس فيها؟
تكتب $\sqrt[3]{8}$ على الصورة $8^{\frac{1}{3}}$ ويُسمى $(\frac{1}{3})$ **أساً نسبياً**.

أتعلم

$\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$ (إذا كان (ن) عدداً زوجياً موجباً، و(س) عدداً حقيقياً ليس سالباً).

$\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$ (إذا كان (ن) عدداً فردياً موجباً، و(س) عدداً حقيقياً).

مثلاً: $\sqrt[3]{13} = 13^{\frac{1}{3}}$ (الأس النسبي) $\rightarrow \frac{1}{3}$ (الأس) $\rightarrow \sqrt[3]{13}$ (دليل الجذر)

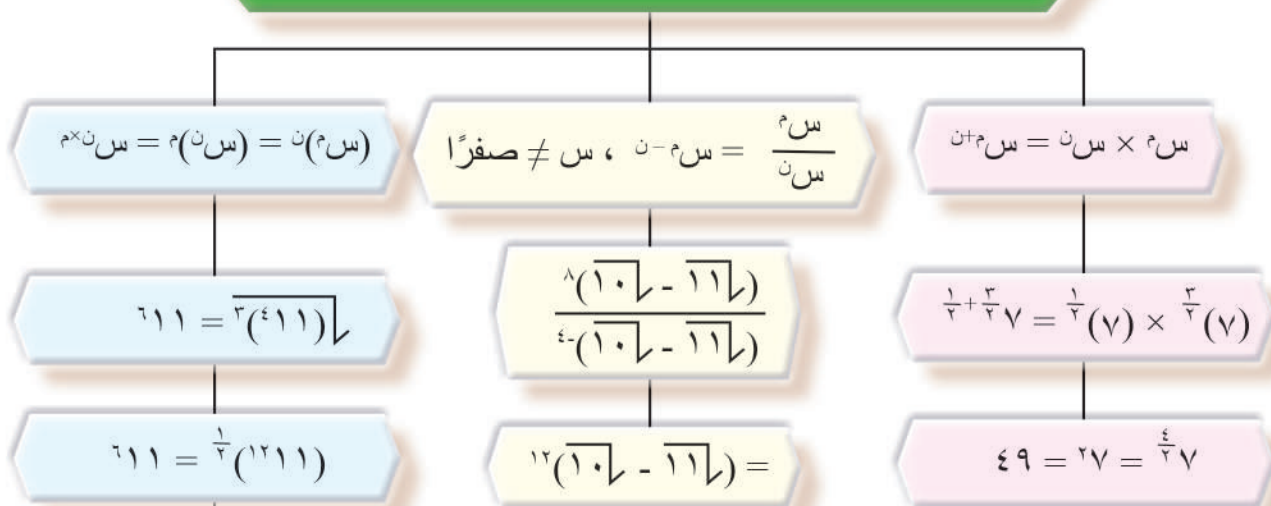
مثال (١)

أكتب $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$ على صورة أسس نسبية، ثم أجد قيمتها:

الحل: $\frac{1}{64} = \frac{1}{4^3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

$$\sqrt[6]{\frac{729}{64}}, \sqrt[4]{625}, \text{ أجد قيمة كلٍّ من: } \sqrt[4]{625}, \sqrt[6]{\frac{729}{64}}$$

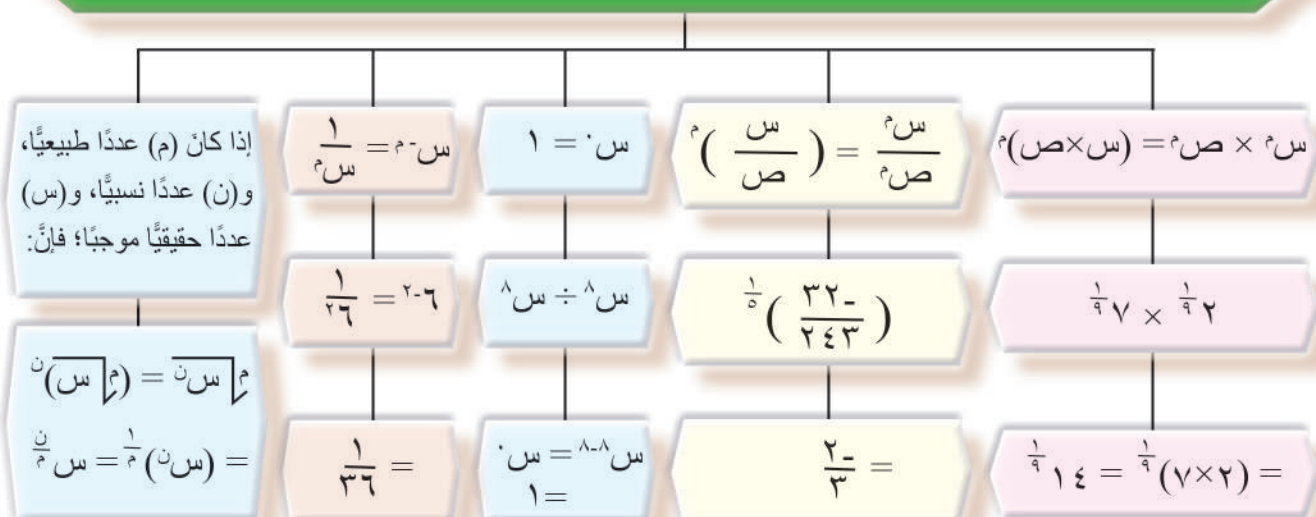
إذا كان (س) عددًا حقيقيًا، وكان (م)، (ن) عددَيْن نسبِيَيْن؛ فإن:



أجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

$$\sqrt[3]{(-62)^{-4}}, \frac{^{18}(\sqrt[3]{-7})}{^{16}(\sqrt[3]{-7})}, \sqrt[4]{64} \times \sqrt[4]{64}$$

إذا كان (س) و(ص) عددَيْن حقيقيَيْن، حيثُ $س \neq 0, ص \neq 0$ ، وكان (م) عددًا نسبيًا؛ فإن:



يمكنني تبسيط العبارات التي تتضمن أسسًا نسبيّة؛ عن طريق تحويل الأسس السالبة إلى موجبة، ثم التبسيط باستعمال قوانين الأسس.

مثال (٢)

أجد قيمة المقدار الآتي في أبسط صورة: $(\sqrt[9]{\frac{9 \cdot 5 \times 2 \cdot 3}{11 \cdot 3}})$

تبسيط ما داخل الجذر باستعمال قوانين الأسس.

$$\sqrt[9]{9 \cdot 5 \times 2 \cdot 3} = \sqrt[9]{9 \cdot 5 \times 11 \cdot 2 \cdot 3}$$

تحويل الجذر إلى أس نسبي.

$$\frac{1}{9}(9 \cdot 5 \times 2 \cdot 3) =$$

تغيير الأس السالب إلى موجب $(\frac{1}{9} = 9^{-1})$.

$$\frac{3}{5} = 9^{-1} \times 13 = (9^{-1} \times \frac{9}{3}) =$$

أجد قيمة المقادير الآتية في أبسط صورة:

أحاول

$$\sqrt[5]{\frac{10 \cdot 9 \times 8}{10 \cdot (4 \times 2)}} \quad (ب)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{6 \cdot 7 \times 5 \cdot 4}{3 \cdot 4 \times 4 \cdot 7} \right) \quad (أ)$$

أختبر تعلمي



(١) أجد قيمة كل مما يأتي:

$$\begin{aligned} (أ) & \sqrt[2]{25} \quad (ب) \sqrt[3]{64} \quad (ج) \sqrt[4]{32} \quad (د) \sqrt[7]{(13)^7} \end{aligned}$$

(٢) أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$\begin{aligned} (أ) & \frac{\sqrt[5]{(6 \cdot 11)} - \sqrt[5]{(6 \cdot 11)}}{\sqrt[10]{(6 \cdot 11)}} \quad (ب) \left(\frac{1}{\sqrt[5]{(3 \cdot 6)}} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ج) & \sqrt[2]{(4 \cdot 8) \times 6 \cdot 8} \quad (د) \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 2 \times 5 \times 2}{8 \cdot 0 \times 10}} \end{aligned}$$

٣) أجاب رشيدٌ عن ورقة عملٍ خاصّةٍ بقوانين الأسس كالآتي، أساعدهُ على الحكم على صحّة إجابة كلِّ سؤالٍ؛ موضّحاً ذلك في العمود الثاني من الجدول:

السؤال	الإجابة (مع التوضيح)
$٤^{٠.٢٥} \times ٤^{٠.٧٥} = ٤$	
$٣ع \div ٧ع = ١٠ع$	
$\sqrt[٦]{س} = -٦س$	
$(٣-٦)٣ = ٣-٦$	
$\sqrt[٧]{ص} = \sqrt[٣]{(٢-ص)} \times \sqrt[٨]{ص}$	
$٥\sqrt[٥]{١٠} = ٥\sqrt[٥]{٩} + ٥\sqrt[٥]{١}$	
$\frac{٣}{٥} = \sqrt[٢]{\left(\frac{٤٥}{١٢٥}\right)^{\frac{٤}{٥}}}$	

مسألة مفتوحة: أكتب مسألةً رياضيّةً تعتمد على الأسس، توضّح انتشار فيروس كورونا.

أمسح رمز الاستجابة السريعة المجاور؛ لمشاهدة الفيديو الذي يشرح النمو المتسارع لفيروس كورونا.



أبحث عن اسم العالم المسلم الذي يُعدُّ أوّل من استعمل الأسس السالبة، وعن اسم أوّل عالم استعمل الأسس النسبيّة في الرياضيات.





المجال: الهندسة والقياس

المحور: الهندسة الإحداثية



معادلة الخط المستقيم

- أجد معادلة الخط المستقيم؛
إذا علمت ميله ونقطة واقعة عليه.
- أجد معادلة الخط المستقيم؛
إذا علمت نقطتين عليه.

ما معادلة الخط المستقيم
الذي يمر بالنقطتين (أ، ب)،
(ل، ن)؟



المسافة بين نقطتين

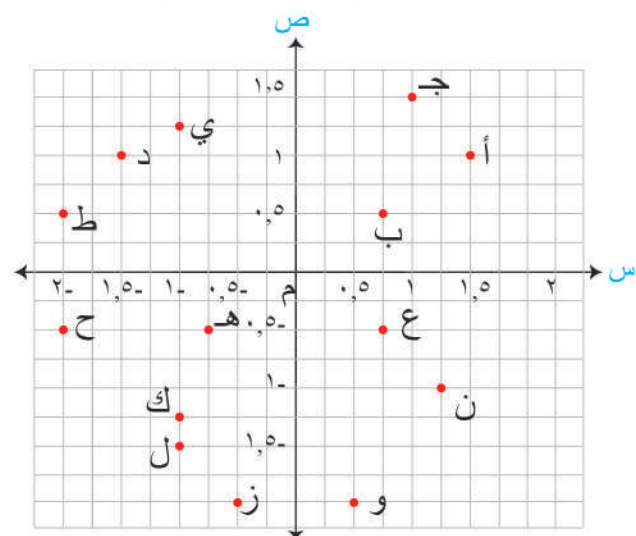
- أجد المسافة بين نقطتين في
المستوى الإحداثي.

كيف أجد طول نصف قطر
دائرة مركزها (أ، ب)، وتمر
بالنقطة (س، ص)؟

أختبر نفسي

- (١) أجد طول الضلع الثالث في كلٍّ مما يأتي:
 أ (المثلث هـ ع ل قائم الزاوية في ع، فيه هـ ع = ٩ سم، ع ل = ١٢ سم، فما طول هـ ل؟
 ب (المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص، فيه س ص = ١٥ سم، س ع = ٢٥ سم، فما طول ص ع؟

- (٢) بناءً على الشكل الآتي، أجد ما يأتي:
 أ (إحداثيات النقاط: أ، ط، ل، و.
 ب (النقاط التي إحداثياتها:
 (١، ٢٥)، (١، ٢٥)، (١، -٢٥).



- (٣) أحل كلًّا من المعادلات الآتية:

أ ($٧ = ٥ - \frac{٤}{٧}$ س

ب ($٥٨ = ٩ + ٢$ س

أتذكر

- مثال (١): المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ٥ سم، ب ج = ١٢ سم، فما طول أ ج؟

الحل:

(أ ج)² = (أ ب)² + (ب ج)² نظرية فيثاغورس.

٢٥ + (١٢)² = ٢ (تعويض.

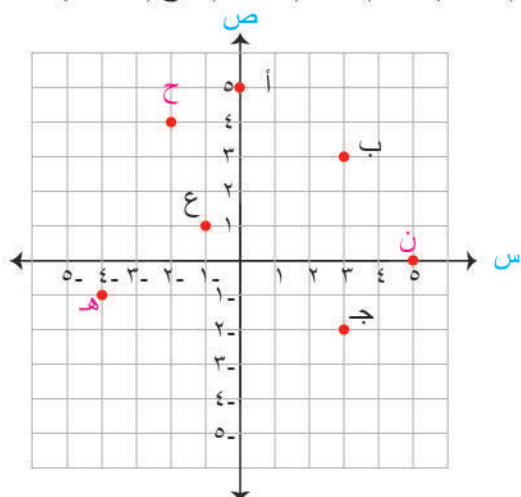
١٦٩ = ١٤٤ + ٢٥ =

∴ أ ج = ١٣ سم بأخذ الجذر التربيعي للطرفين.

مثال (٢):

- أ (أمثل النقاط الآتية في المستوى الإحداثي:
 أ (٥، ٠)، ب (٣، ٣)، ج (٣، -٢)، ع (١، -١)

الحل:



- ب (بناءً على الشكل أعلاه؛ أكتب إحداثيات النقاط:

ن، ح، هـ

الحل: ن (٥، ٠)، ح (٣، -٢)، هـ (١، -٤)

- مثال (٣): أجد حلَّ المعادلة: $١٨ = ٧ - ٢$ س

الحل: $١٨ = ٧ - ٢$ س

$٢٥ =$ س بإضافة العدد ٧ إلى الطرفين.

$٥ =$ س بأخذ الجذر التربيعي للطرفين.

أو $٥ =$ س

أولاً: المسافة بين نقطتين

كيف يعمل نظام GPS؟

ماذا سأتعلم؟

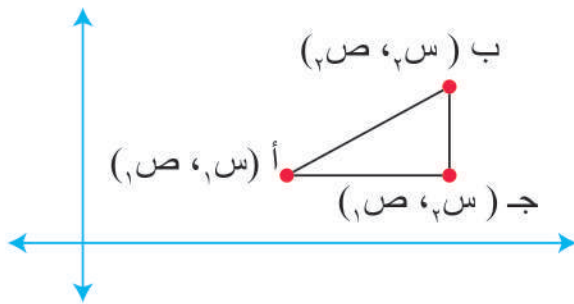
- المسافة بين نقطتين.



تستطيع طائرة الإنقاذ المروحية التحليق ٩٠٠ كم قبل إعادة تزويدها بالوقود. إذا كانت مهمة الطائرة نقل شخص من مكة المكرمة إلى الرياض، وافترضنا أن المدينة المنورة هي نقطة الأصل، ومكة المكرمة عند النقطة (٠، ٤٠٠) والرياض عند النقطة (٨٠٠، ٠)؛ فهل يمكن للطائرة إكمال المهمة من دون التزود بالوقود في أثناء الطريق؟

نشاط

في الشكل المجاور، إذا كان إحداثيا النقطة أ (س_١، ص_١)، وإحداثيا النقطة ب (س_٢، ص_٢)، فإن:



طول $\overline{AB} = \sqrt{(\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^2 + (\text{س}_2 - \text{س}_1)^2}$

وطول $\overline{AC} = \dots\dots\dots$

باستعمال نظرية فيثاغورس،

طول $\overline{AB} = \dots\dots\dots$

أتعلم

إذا كانت النقطتان أ (س_١، ص_١)، ب (س_٢، ص_٢) نقطتين في المستوى الإحداثي؛ فإن المسافة بينهما

$$\text{هي: } \overline{AB} = \sqrt{(\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^2 + (\text{س}_2 - \text{س}_1)^2}$$

مثال (١)

أجد المسافة بين النقطتين ل (٣، ٣)، ن (٩، ٢-)

س_١ = ٣، ص_١ = ٣، س_٢ = ٩، ص_٢ = ٢- تحديد الإحداثي السيني والصادي في كل نقطة؛ (المعطيات).

المسافة بين النقطتين ل، ن هي طول $\overline{LN} = \sqrt{(\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^2 + (\text{س}_2 - \text{س}_1)^2}$ القانون

$$= \sqrt{(\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^2 + (\text{س}_2 - \text{س}_1)^2} \quad \text{التعويض}$$

$$= \sqrt{(\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^2 + (\text{س}_2 - \text{س}_1)^2} \quad \text{التبسيط}$$

$$= \sqrt{144 + 25}$$

$$= \sqrt{169} = 13 \text{ وحدة طول}$$

مثال (٢)

أجد القيم الممكنة جميعها للمتغير (أ)، إذا علمت أن المسافة بين النقطتين ك (-٥، أ)، ل (٣، ١) تساوي $\sqrt{89}$ وحدة طول.

تحديد الإحداثيين السيني والصادي في كل نقطة.

القانون.

التعويض.

تربيع الطرفين للتخلص من الجذور.

تبسيط المعادلة.

طرح ٦٤ من الطرفين.

أتعلم

إذا كان |س| = ب،
فإن س = ب،
أو س = -ب

$$\text{الحل: س} = -٥، ص = ١، أ = ٣، س = ٣، ص = ١$$

$$\text{المسافة بين النقطتين} = \sqrt{(س - ص)^2 + (س - ص)^2}$$

$$\sqrt{(أ - ١)^2 + (٥ - ٣)^2} = \sqrt{89}$$

$$^2(أ - ١) + ^2(٨) = ٨٩$$

$$^2(أ - ١) + ٦٤ = ٨٩$$

$$^2(أ - ١) = ٢٥$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين: إما ١ - أ = ٥ ومنها أ = -٤

وإما ١ - أ = -٥ ومنها أ = ٦

إذا كانت أ ب قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{41}$ وحدة طول، وكانت أ (-١، س)، ب (٤، -٤)، فما قيم (س) الممكنة؟

أختبر تعلمي



(١) أحدد اسم البطاقة التي تحمل الإجابة الصحيحة، للمسافة بين النقطتين لكل من النقاط الآتية:

البطاقة الخضراء
١٠

البطاقة الوردية
٩

البطاقة الزرقاء
٨، ٤٩

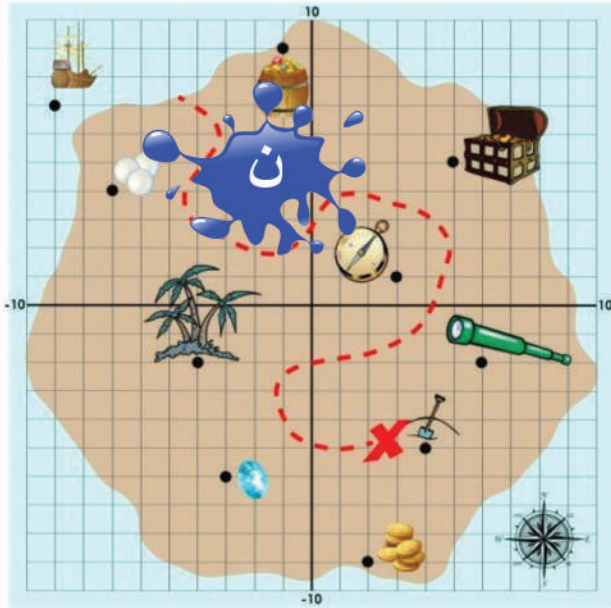
البطاقة الصفراء
٧

أ) م (-٥، ٢)، ن (-١، ٦) :

ب) س (٣، -٢)، ص (-٣، ٤) :

ج) ل (٣، ٣)، ع (-٤، ٣) :

- (٢) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين؛ أجد طريقة لتحديد إذا كان المثلث أ ب ج قائم الزاوية أم لا:
حيث: أ: (٣، ٧)، ب: (٠، ٤)، ج: (-٤، ٤).
- (٣) دائرة مركزها النقطة م (٨، ٠)، وتمر بالنقطة هـ (٨، ١٤). ما طول قطرها؟



- (٤) بينما كان أيهم يحسب المسافة الأقصر ليصل إلى الكنز، وقعت بقعة من الحبر على إحدى النقاط المهمة، ولم يتمكن من تذكر أحد إحداثياتها. أساعد أيهم على إيجاد القيمة (القيم المحتملة) لهذه النقطة؛ علمًا بأن المسافة بين النقطتين:
م (أ، ٧)، ن (٣، ٢) هي ٥ وحدات طول.

أفسر؟
لماذا توجد قيمتان ممكنتان عند البحث عن الإحداثي المجهول لنقطة؛ عند إعطاء إحداثيات نقطتين والمسافة بينهما؟



- (٥) أراد سعد وجمال أن يلتقيا في مطعم السفينة، فاستعمل سعد القارب ليصل إلى المطعم، بينما استعمل جمال سيارته (أتأمل الشكل المجاور).
- أ) ما المسافة التي قطعها كل منهما ليصل إلى المطعم؟
ب) من منهما كانت طريقته أقصر من حيث المسافة؟
ج) كم يبعد بيت سعد عن بيت جمال؟

- (٦) أجد مساحة الشكل الذي يقع في المستوى الإحداثي عند النقاط: ن (٣، ٩)، ل (٣، ٥)، هـ (٥، ٩).
- (مساعدة: أحدد النقاط بالمستوى الإحداثي ثم أصل بينها لأعرف الشكل الناتج)



أبحث نظرًا لأن الأرض ليست مسطحة ولأنها سطح منحني؛ فهل حساب المسافة باستعمال نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) تُقاس كما تعلمت اليوم باستعمال المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي، أم تُستعمل طريقة أخرى؟ أبحث عن الإجابة الصحيحة موضِّحًا إجابتي.

ثانيًا: معادلة الخط المستقيم

هل مدرستي مُعدّة لدمج الطلبة ذوي الإعاقة؟

من الإرشادات الخاصة التي يُمكن اتّباعها لدمج الطلبة ذوي الإعاقة في مدارسنا، توفير السطوح المائلة لهم؛ لتسهيل حركة الكراسي المدوّلة الخاصة بهم. ويُمكن استعمال القياسات الموصى بها عالميًا بارتفاع عمودي مقداره متر واحد لكل ١٢ مترًا أفقيًا للسطوح المائلة*.



النسبة $(\frac{1}{12})$ تُسمّى ميل السطح المائل وتصفُ شِدّة انحداره. إذا كان الارتفاع العمودي $(\frac{1}{12})$ م، فما أقلُّ بعد أفقي مناسب؟ وما ميل سطحه؟

ماذا سأتعلّم؟

- ميل الخط

المستقيم.

- معادلة الخط

المستقيم.

أتعلّم

ميل الخط المستقيم الذي يمرُّ بالنقطتين $(س_١ ، ص_١)$ ، $(س_٢ ، ص_٢)$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$
 $س_١ \neq س_٢$ ، ويُرمز للميل بالرمز (م).

مثال (١)

أجد ميل الخط المستقيم المارَّ بالنقطتين $(٥ ، ٣)$ ، $(٢- ، ٠)$.

المعطيات:

الحل: $س_١ = ٣$ ، $ص_١ = ٥$ ، $س_٢ = ٠$ ، $ص_٢ = ٢-$

قانون ميل الخط المستقيم.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

تعويض:

$$\frac{٧}{٣} = \frac{٧-}{٣-} = \frac{٥-٢-}{٣-٠} =$$

أجد ميل الخط المستقيم المارَّ بالنقطتين $(٣ ، ٤-)$ ، $(٨ ، ١٥)$.

أحاول

أتعلّم

معادلة الخط المستقيم الذي ميله (م) ويمرُّ بالنقطة أ $(س_١ ، ص_١)$ هي:

$$ص - ص_١ = م (س - س_١)$$

معادلة الخط المستقيم

الذي يمرُّ بالنقطتين أ (س، ص)، ب (س، ص).

الذي ميله (م) ويمرُّ بالنقطة أ (س، ص) هي:

أولاً: أجد الميل كما تعلّمت سابقاً.

ثانياً: أعوض في المعادلة: ص - ص = م(س - س)

$$ص - ص = م(س - س)$$

مثال: أجد معادلة الخط المستقيم الذي يمرُّ بكلِّ من النقطتين أ (٢، ٤)، ب (٨، ٢).

مثال: أجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله (٥) ويمرُّ بالنقطة أ (٢، ٢).

$$\text{الحل: } ص - ٦ = س$$

$$\text{الحل: } ص = ٥س + ١٢$$

مثال (٢)

أكتب معادلة الخط المستقيم، في كلّ حالة من الحالات الآتية:

أ) ميله ٤ ويمرُّ بالنقطة (٥، ٣). ب) يمرُّ بالنقطتين أ (١، ٧)، ب (٤، ٢).

المعطيات:

$$\text{الحل: أ) } م = ٤، س = ٣، ص = ٥$$

معادلة الخط المستقيم:

$$ص - ص = م(س - س)$$

تعويض:

$$ص - (٥) = ٤(س - ٣)$$

تبسيط:

$$ص + ٥ = ٤س - ١٢$$

$$ص = ٤س - ١٧$$

المعطيات:

$$\text{ب) } س = ١، ص = ٧، س = ٤، ص = ٢$$

قانون، تعويض، تبسيط:

$$م = \frac{ص - ص}{س - س} = \frac{٧ - ٢}{١ - ٤} = \frac{٩}{٣} = ٣$$

معادلة الخط المستقيم:

$$ص - ص = م(س - س)$$

تعويض (بجور استعمال النقطة (ب) بالتعويض).

$$ص - (٧) = ٣(س - ١)$$

تبسيط:

$$ص - ٧ = ٣س - ٣$$

$$ص = ٣س - ١٠$$

أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيم لكلِّ ممَّا يأتي:
 أ (ميلُهُ يُساوي ٥، ويمرُّ بالنقطة ن (-٢، ٣).
 ب) يمرُّ بالنقطتين: أ (٢، -١)، ب (١، ١).

المقطع الصادي للمستقيم عندما تكون قيمة الإحداثي السيني صفراً، وتكون إحداثيات النقطة (٠، ص).
المقطع السيني للمستقيم عندما تكون قيمة الإحداثي الصادي صفراً، وتكون إحداثيات النقطة (س، ٠).

أختبرُ تعلّمي

١) أكتبُ معادلةَ الخطِّ المستقيم في كلِّ ممَّا يأتي:
 أ) ميلُهُ -٦، ويمرُّ بنقطة الأصل.
 ب) يمرُّ بالنقطتين (-٤، ٣)، (١، ٠).

٢) أساعدُ سلمى في البحثِ عن الحالةِ الصحيحة التي تكون فيها معادلةُ الخطِّ المستقيم، هي:
 $ص = ٥س + ١٣$

الميل = ٥
 يمرُّ بالنقطة (-٢، ٣)

يمرُّ بالنقطتين:
 (٢، -٥)
 (-٢، ٣)

الميل = ٥
 المقطع الصادي = ٣

٣) إذا كانتِ النقطة (١، -٢) تقعُ على الخطِّ المستقيم الذي معادلتهُ $أس + ٢ص - ٧ =$ صفراً؛ فأحسبُ قيمة (أ).



في مسابقة من سيربح المليون، بقيَ لَدَي ٤ أسئلة فقط وأحصلُ على المليون! ولكن مع الأسف لم يبقَ لَدَي أي وسيلة مساعدة.



(١) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدتان، أي النقاط الآتية تقع على الدائرة:

(ب) $(-٢, ١)$

(أ) $(١, ٢)$

(د) $(٢, ١)$

(ج) $(٣, ١)$

(٢) إذا كان البعد بين النقطتين (أ، ٧)، $(-٢, ٣)$ يُساوي ٥؛ فإن قيمة (أ) تُساوي:

(ب) $-٧, ٣$

(أ) $-١, ٥$

(د) $-٣, ٧$

(ج) $-٥, ١$

(٣) معادلة الخط المستقيم الذي ميله $(٠, ٥)$ ، ويمرُّ بالنقطة $(-٢, ٥)$ ، هي:

(ب) $ص = ٥, ٠ - س - ٤$

(أ) $ص = ٤ - ٥, ٠ س$

(د) $ص = ٥, ٠ س - ٦$

(ج) $ص = ٥, ٠ س + ٦$

(٤) ميل الخط المستقيم الذي معادلته $ص - ٤ = ٧ (س - ٤)$ ، يُساوي:

(ب) -٤

(أ) ٤

(د) -٧

(ج) ٧

المجال: الهندسة والقياس

المحور: حساب المثلثات



النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.

- أحسب النسب المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل) للزاوية الحادة في مثلث قائم الزاوية.
- أحسب قياس الزاوية؛ إذا علمت إحدى نسبها المثلثية.

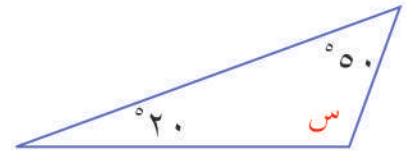
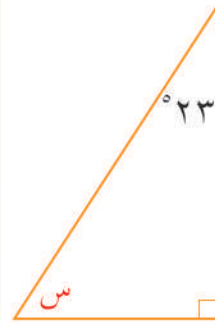
- ما علاقة جيب الزاوية وجيب تمامها بظل الزاوية؟

أختبر نفسي

(١) تقف سيارة على نقطة تبعد ٨ م عن قاعدة بناية ارتفاعها ٦ م، ما البعد بين السيارة وقمة البناية؟

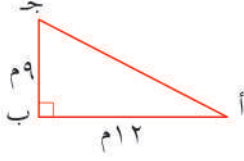
(٢) مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين، طول وتره يساوي ١٠ سم. أجد طول كل من الضلعين الآخرين.

(٣) أجد قياس الزاوية (س) في كل من المثلثات الآتية:



أتذكر

مثال (١): يقف سليم على النقطة (أ) التي تبعد ١٢ م، عن قاعدة بناية ارتفاعها ٩ م. أجد البعد بين النقطة (أ) وقمة البناية.



الحل:

$$\begin{aligned} \text{نظرية فيثاغورس.} \quad & (أج)^2 = (أب)^2 + (بج)^2 \\ \text{تعويض.} \quad & (أج)^2 = (٩)^2 + (١٢)^2 \\ \text{تبسيط.} \quad & ٢٢٥ = ٨١ + ١٤٤ = \\ \text{أخذ الجذر التربيعي.} \quad & \therefore أج = ١٥ \text{ م} \end{aligned}$$

مثال (٢): مثلث قائم الزاوية إحدى زواياه يساوي ٤٧°. أجد قياس الزاوية الثالثة.

$$\begin{aligned} \text{الحل:} \quad & \text{مجموع زوايا المثلث} = ١٨٠^\circ \\ & ٩٠^\circ + ٤٧^\circ + س = ١٨٠^\circ \\ & \therefore س = ٤٣^\circ \end{aligned}$$

أولاً: النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

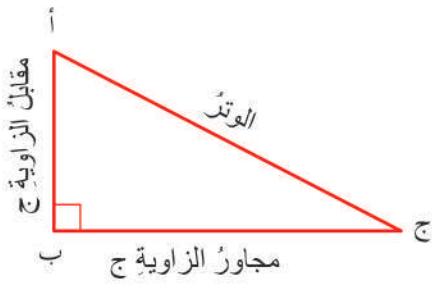


هل سمعت بطائر الكويتزال؟

وقع طائر الكويتزال بشباك أحد الصيادين؛ فأرادت لجنة حماية البيئة إنقاذه لأنه مهدد بالانقراض. ثبت سلم طوله ١٠ م على غصن شجرة بزاوية ٥٧° بين حافة السلم و سطح الأرض. ما ارتفاع الشجرة؟

ماذا سأتعلم؟

- جيب الزاوية (جا).
- جيب التمام (جتا)
- الظل (ظا)
- مقابل الزاوية.
- مجاور الزاوية.



ألاحظ أن إيجاد المطلوب في مسألة طائر الكويتزال؛ يتطلب قانوناً يربط الزاوية مع الوتر، فهما المعطيان الوحيدان في المسألة. يمكنني إيجاد ارتفاع الشجرة باستعمال نسبة جيب الزاوية، إذ إن:

$$\text{جيب الزاوية ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{ج}}{\text{أ}}$$

$$\text{جيب تمام الزاوية ج} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{ب}}{\text{أ}}$$

- الزاويتان ج ، أ زاويتان _____ ؛ لأن قياس كل منهما أكبر من صفر وأقل من ٩٠°

- أسمى المثلث أ ب ج مثلثاً _____ ؛ لأن قياس الزاوية ب = ٩٠°

- الضلع المقابل للزاوية أ هو _____ ، وجيب الزاوية أ = جا أ = $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$

- الضلع المجاور للزاوية أ هو _____ ، وجيب تمام الزاوية أ = جتا أ = $\frac{\text{ج}}{\text{أ}}$

- ظل الزاوية أ = ظا أ = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}}$

أتعلم

- **جيب الزاوية** الحادة هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل $\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}\right)$ وهي نسبة طول الضلع

المقابل للزاوية الحادة إلى طول الوتر، ويرمز لها بالرمز **(جا)** وبالإنجليزية **(Sine)** واختصاراً **(sin)**.

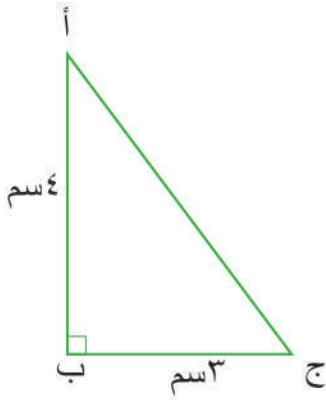
- **جيب تمام** الزاوية الحادة هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل $\left(\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}\right)$ وهي نسبة طول

الضلع المجاور للزاوية الحادة إلى طول الوتر، ويرمز لها بالرمز **(جتا)** وبالإنجليزية **(Cosine)** واختصاراً **(cos)**.

- **ظل الزاوية** الحادة هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل $\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}\right)$ وهي نسبة طول الضلع

المقابل للزاوية الحادة إلى طول الضلع المجاور، ويرمز لها بالرمز **(ظا)** وبالإنجليزية **(Tangent)** واختصاراً **(tan)**.

مثال (١)



نظرية فيثاغورس.

تعويض.

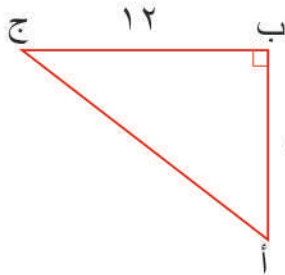
أخذ الجذر التربيعي للطرفين.

نسبة جيب الزاوية، تعويض.

نسبة جيب الزاوية، تعويض.

نسبة جيب تمام الزاوية، تعويض.

نسبة ظل الزاوية، تعويض.



الشكل المجاور يُبين المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب،

فيه أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم. أجد: جا أ، جتا ج، ظا ج.

الحل: أجد طول الوتر (أ ج) باستعمال نظرية فيثاغورس.

$$(\text{الوتر})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب ج})^2$$

$$(\text{أ ج})^2 = 3^2 + 4^2$$

$$(\text{أ ج})^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore \text{أ ج} = \sqrt{25} = 5 \text{ سم}$$

$$\text{جا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{جتا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{جتا ج} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ظا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}} = \frac{4}{3}$$

أحاول

بناءً على الشكل المجاور، أجد جا أ، جتا ج، ظا أ، ظا ج

أتعلم

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد جيب زاوية معلومة حسب الخطوات الآتية:

أضغط على
المفتاح (sin).



أدخل قياس
الزاوية المطلوبة.



أتأكد أن النظام في الآلة الحاسبة
بالدرجات (Degrees).

تنويه: - في بعض الآلات الحاسبة؛ أحتاج إلى الضغط على مفتاح (sin) أولاً، ثم إدخال قياس الزاوية المطلوبة.

- لإيجاد جيب تمام زاوية معلومة، أستعمل المفتاح (cos).

- لإيجاد ظل زاوية معلومة، أستعمل المفتاح (tan).

مثال (٢)



أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد جا ٤٨°

الحل:

(١) أتأكد من ضبط نظام الدرجات (Deg).

(٢) أدخل قياس الزاوية (٤٨°).

(٣) أضغط على المفتاح (sin).

(٤) الناتج: جا ٤٨° ≈ ٠,٧٤

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد ما يأتي:

أحاول

(١) جا ٧٩° (٢) - جا ١٥° (٣) جتا ٦٥° (٤) ظا ٨٠°

أتعلم

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد قياس الزاوية؛ إذا علمت قيمة الجيب لها حسب الخطوات الآتية:

أدخل قيمة جيب الزاوية. ← أضغط على مفتاح (Inv) أو (shift). ← أضغط على المفتاح (sin).

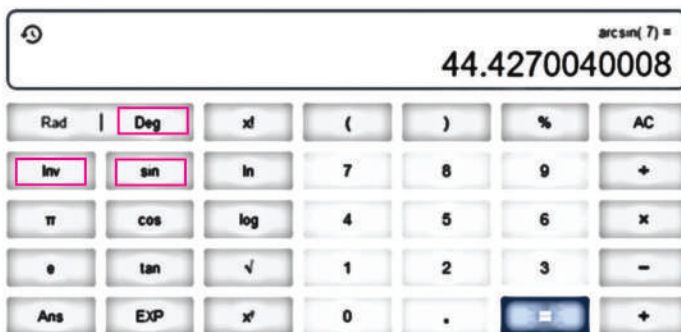
تنويه

(١) توجد آلات حاسبة فيها مفتاح $(\sin^{-1})$ ، وبهذه الحالة أضغط على المفتاح $(\sin^{-1})$ ، ثم أدخل قيمة الجيب لأحصل على الزاوية المطلوبة.

(٢) توجد آلات حاسبة أخرى أضغط بها على مفتاح (Inv) ثم $(\sin)$ أو $(\sin^{-1})$ ، وبعدها أدخل قيمة النسبة المثلثية للزاوية المطلوبة ثم (=) أو (enter).

مثال (٣)

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قياس الزاوية س؛ حيث جا س = ٠,٧



الحل:

(١) أتأكد من ضبط الآلة على نظام الدرجات.

(٢) أدخل قيمة جيب الزاوية ٠,٧

(٣) أضغط على المفتاح (Inv) ثم $(\sin)$.

(٤) الناتج: قيمة الزاوية س ≈ ٤٤,٤°

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد قياس الزاوية س في كل مما يأتي:

أحاول

(١) جا س = ٠,٦٥ (٢) جتا س = ٠,٣٧ (٣) ظا س = ٠,٥٨



١) المثلثُ أ ب ج قائمُ الزاويةِ في ب، فيه أ ب = ١٢ سم، أ ج = ٢٠ سم. أجدُ كلاً ممَّا يأتي:

أ) ب ج

ب) ج أ

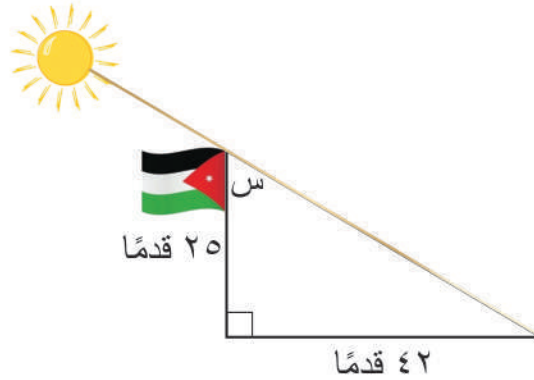
ج) جتا ج

د) ظا أ

هـ) قياسُ الزاويةِ (أ) باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ (إلى أقربِ عددٍ صحيحٍ).

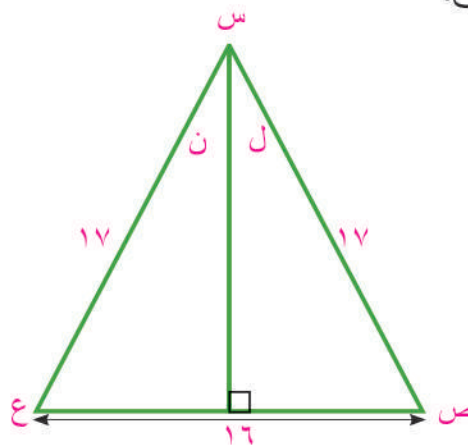
و) قياسُ الزاويةِ (ج).

٢) ساريةُ علمٍ بطولٍ ٢٥ قدماً تُلقي بظلً طوله ٤٢ قدماً. ما قياسُ الزاويةِ س التي تضربُ فيها الشمسُ قَمَّةَ ساريةِ العلم؟

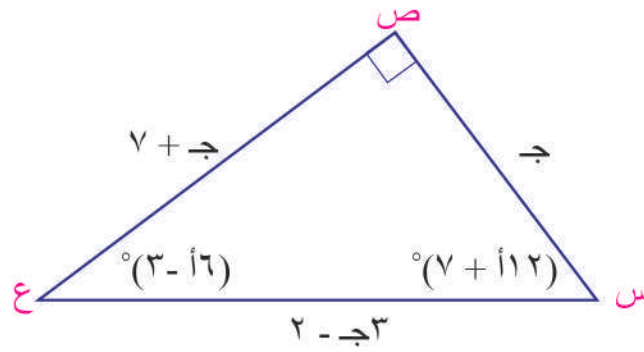


٣) أنأملُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أجدُ ج ا ن، ج ا ص،

وقياسَ كلِّ من الزوايا س، ص، ع.



٤) المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص، كما يوضح الشكل المجاور، أجد قيمة كل من: أ، ج، جتا س، ظا ع.



٥) أقرأ البطاقات الآتية، ثم أختار البطاقة (البطاقات) الصحيحة منها. أبرر إجابتي:

كلما زاد قياس الزاوية الحادة زادت قيمته ظلها.

إذا كانت (س) زاوية حادة، بحيث $\text{جا س} = \text{جتاس}$ ؛ فإن $\text{س} = ٤٥^\circ$

إذا كانت: $٩٠^\circ > \text{هـ} > ٤٥^\circ$ فإن $\text{ظا هـ} < ١$

إذا كانت هـ زاوية حادة؛ فإن $\text{جا هـ} < ١$

كلما زاد قياس الزاوية الحادة، زادت قيمته جيب تمامها.

إذا كانت هـ زاوية حادة؛ فإن $\text{ظا هـ} \geq ١$

إذا كانت هـ زاوية حادة؛ فإن $\text{جتا هـ} > ١$

إذا كانت (س) زاوية حادة، بحيث $\text{ظا س} = ١$ فإن $\text{س} = ٤٥^\circ$

أبحث



- عن أكبر قيمة لجيب الزاوية وأقل قيمة له.
- عن سبب تسمية جيب الزاوية هذا الاسم.
- للعرب والمسلمين إنجازات مهمة في علم حساب المثلثات، أبحث عن العالم المسلم الذي يُعد أول من استعمل مصطلحي جيب الزاوية وجيب التمام، وأكتب عنه وعن إنجازاته.

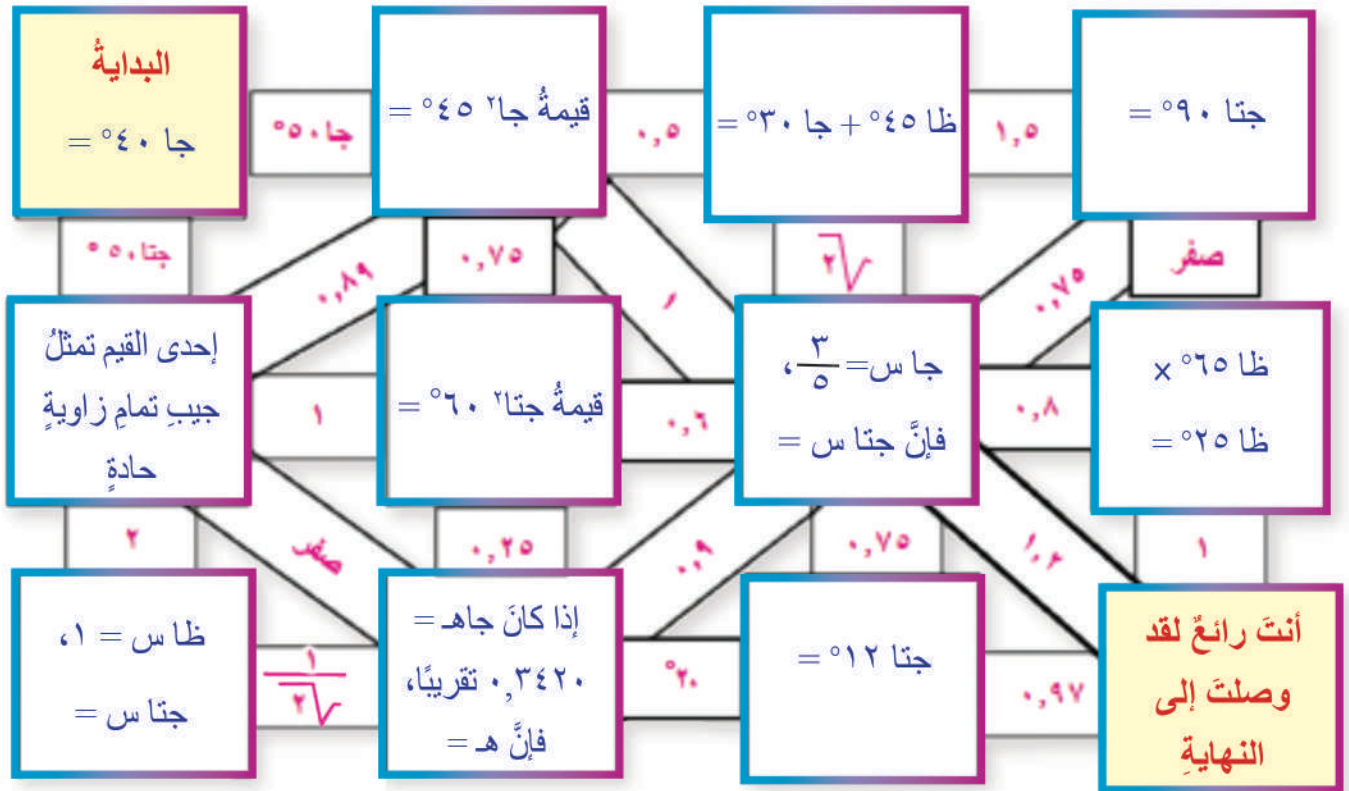


- امسح رمز الاستجابة السريعة المجاور؛ لأخذ لمحة عن أهمية علم حساب المثلثات.



المتاهة

تضمّ المتاهة عدّة أسئلة عن حساب المثلثات متبوعة بخياراتٍ محيطيّةٍ بكلّ سؤالٍ، كلّ إجابةٍ صحيحةٍ تنقلّني إلى السؤال التالي، عليّ تتبّع الإجابات الصحيحة كي أستطيع الخروج من المتاهة.



تَمَّ بِحَمْدِ اللَّهِ تَعَالَى