



إدارة المناهج والكتب المدرسية

التعلم المبني على المفاهيم والنتائج الأساسية

الرياضيات

الصف الثامن

الناشر

وزارة التربية والتعليم

إدارة المناهج والكتب المدرسية

الحقوق جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم
الأردن - عمان / ص.ب (1930)

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:

د. نواف العقيل العجارمة/الأمين العام للشؤون التعليمية

د. نجوى ضيف الله القبليات/الأمين العام للشؤون الإدارية والمالية

د. محمد سلمان كنانة/ مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية

د. أسامة كامل جرادات/ مدير المناهج

د. زايد حسن عكور / مدير الكتب المدرسية

د. عاصم مصطفى النمرات / عضو مناهج الرياضيات

المتابعة والتنسيق:

د. زبيدة حسن أبوعويضة / رق المباحث المهنية

لجنة تأليف المادة التعليمية:

مهند ابراهيم العسود

رائد فرمان الظبيدي

ندا أحمد الحندي

التحرير اللغوي: ميسرة عبد الحليم صويفص	التحرير العلمي: د. عاصم مصطفى النمرات
التصميم: محمد راتب عباس	التحرير الفني: نداء فؤاد أبو شنب
الإنتاج: سليمان أحمد الخليلة	الرسـم: ابراهيم محمد شاكر

دقيق الطباعة وراجعها: د. عاصم مصطفى، النمرات

قائمة المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع	المجال / المحور
4		المقدمة
6	أولاً: العدد النسبي.	المجال: الأعداد والعمليات.
8	ثانياً: القيمة المطلقة.	المحور: الأعداد والعمليات عليها.
11	ثالثاً: جمع الأعداد النسبية.	المجال: الأعداد والعمليات عليها. المحور: الأساس والجذور والأعداد.
16	الأسس.	المجال: الأعداد والعمليات عليها. المحور: الأساس والجذور والأعداد.
20	أولاً: الحدود الجبرية المتشابهة.	المجال: الأنماط والجبر والاقترانات
21	ثانياً: جمع المقادير الجبرية وطرحها.	المحور: المقادير والمعادلات
22	ثالثاً: ضرب المقادير الجبرية.	
25	رابعاً: حل المعادلة الخطية.	
27	أولاً: الإقتران.	المجال: الأنماط والجبر والاقترانات
30	ثانياً: تمثيل الاقتران الخطّي بيانياً.	المحور: الاقترانات
33	زوايا المثلث.	المجال: الهندسة والقياس المحور: العلاقات بين الزوايا
36	أولاً: التناسب.	المجال: الأعداد والعمليات.
39	ثانياً: التناسب الطردي.	المحور: الأعداد والعمليات عليها.
41	ثالثاً: التناسب العكسي.	
44	رابعاً: التقسيم التناصي.	
47	أولاً: محيط الدائرة.	المجال: الهندسة والقياس
48	ثانياً: مساحة الدائرة.	المحور: الدائرة
50	الوسط الحسابي.	المجال: تحليل البيانات والاحتمالات المحور: مقاييس النزعة المركزية
55	الاحتمالات.	المجال: تحليل البيانات والاحتمالات المحور: الاحتمالات

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلوة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

وبعد، فانطلاقاً من رؤية وزارة التربية والتعليم وسعيها في تحقيق التعليم النوعي المتميز على نحو يلائم حاجات الطلبة، وإعداد جيل من المتعلمين على قدر من الكفاية في المهارات الأساسية اللازمة للتكييف مع متطلبات الحياة وتحدياتها، مزودين بمعارف ومهارات وقيم تساعده على بناء شخصياتهم بصورة متوازنة؛ بني هذا المحتوى التعليمي وفق المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات للصف الثامن الذي يُشكّل أساس الكفاية العلمية لدى الطلبة، ويركز على المفاهيم التي لا بد منها لتمكين الطلبة من الانتقال إلى المرحلة اللاحقة انتقالاً سلساً من غير وجود فجوة في التعلم؛ لذا حرصنا على بناء المفهوم بصورة مختزلة ومكثفة ورشيقه بعيداً عن التوسيع الأفقي والسرد وحشد المعرف؛ إذ عُني بالتركيز على المهارات، وإبراز دور الطالب في عملية التعلم، بتفعيل استراتيجية التعلم الذاتي، وإشراك الأهل في عملية تعلم ابنائهم.

وقد اشتمل المحتوى التعليمي على موضوعات انتقىت بعناية، يتضمن كلّ منها المفاهيم الأساسية لتعلم مهارات الرياضيات، بأسلوب شائق ومركز.

لذا؛ بُني هذا المحتوى على تحقيق النتائج العامة الآتية:

- يتعرّف العدد النسبي ويمثله على خط الأعداد.
- يتعرّف الاقتران الخطي، ويعبّر عنه بطرائق مختلفة ويمثله بيانياً.
- يميّز أنواع التناسب الطردي ويكتب معادلة التناسب بإيجاد ثابت التناسب.
- يبّرر العلاقات بين الزوايا الداخلية والخارجية في مثلث، ويجد قياسات زوايا مجهرولة ناتجة عن تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين.
- يحسب الوسط الحسابي لبيانات مفردة أو منظمة في جداول تكرارية.

والله ولي التوفيق

المجال الأعداد والعمليات

المحور الأعداد النسبية

العدد النسبي

- أكتب العدد النسبي على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث

$$b \neq 0$$

- أمثل العدد النسبي على خط الأعداد.

- أكتب كل عدد نسبي مما يأتي على صورة

$$\cdot \frac{a}{b}$$

1) 0.27 2) 50% 3) -6

- أمثل العدد -0.8 على خط الأعداد.

- أحوال الأعداد الكسرية الآتية إلى كسور عاديّة:

1) $7\frac{3}{4}$ 2) $5\frac{2}{9}$ 3) $1\frac{7}{100}$

أولاً: العدد النسبي

خضار: ذهب عمر إلى سوق الخضار؛ فوجَدَ الأسعار مكتوبةً كما في الجدول المجاور، ما اسم مجموعة الأعداد التي تنتهي إليها هذه الأعداد؟

ماذا سأتعلم؟

أكتب العدد النسبي على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث $b \neq 0$ ، وأمثله على خط الأعداد.

نوع الخضار	سعر الكيلوغرام الواحد بالدينار
بطاطا	$\frac{1}{2}$
ليمون	1.65
فليفلة	0.70
ثفاح	$\frac{1}{14}$

العدد النسبي: العدد الذي يمكنني كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ ، حيث a, b عدوان صحيحان $b \neq 0$.
الكسور العشرية والأعداد العشرية المنتهية أو الدورية، والأعداد الكسرية والكسور الفعلية وغير الفعلية والأعداد الصحيحة؛ كلُّها يمكنني كتابتها على صورة كسر $\frac{a}{b}$.

مثال: أكتب كلَّ عددٍ نسبيٍّ مما يأتي على صورة كسر $\frac{a}{b}$.

أحولُ العدد العشري إلى عددٍ كسريٍّ: $-11.7 = -11 \frac{7}{10}$

أحولُ العدد الكسري إلى كسرٍ غيرٍ فعليٍّ: $= -\frac{(11 \times 10) + 7}{10} = -\frac{117}{10}$

أضربُ العدد الصحيح في المقام: $1 \frac{3}{7} = \frac{(1 \times 7) + 3}{7} = \frac{10}{7}$

ثم أجمعُ البسط: $\frac{10}{7}$

أحوال

- 1) 2.8 2) 70% 3) -9 4) $-5 \frac{6}{11}$
- أكتب كُلَّ عددٍ نسبيٍّ مما يأتي على صورة $\frac{a}{b}$:

المجال الأعداد والعمليات

المحور الأعداد النسبية

القيمة المطلقة للعدد النسبي

- أجد القيمة المطلقة للعدد النسبي، وأمثلها على خط الأعداد.

معكوس العدد النسبي

- أميّز معكوس العدد النسبي، وأمثله على خط الأعداد.

- أجد القيمة المطلقة للأعداد الآتية:

$$\left| \frac{3}{4} \right|, |-5.9|, |8|.$$

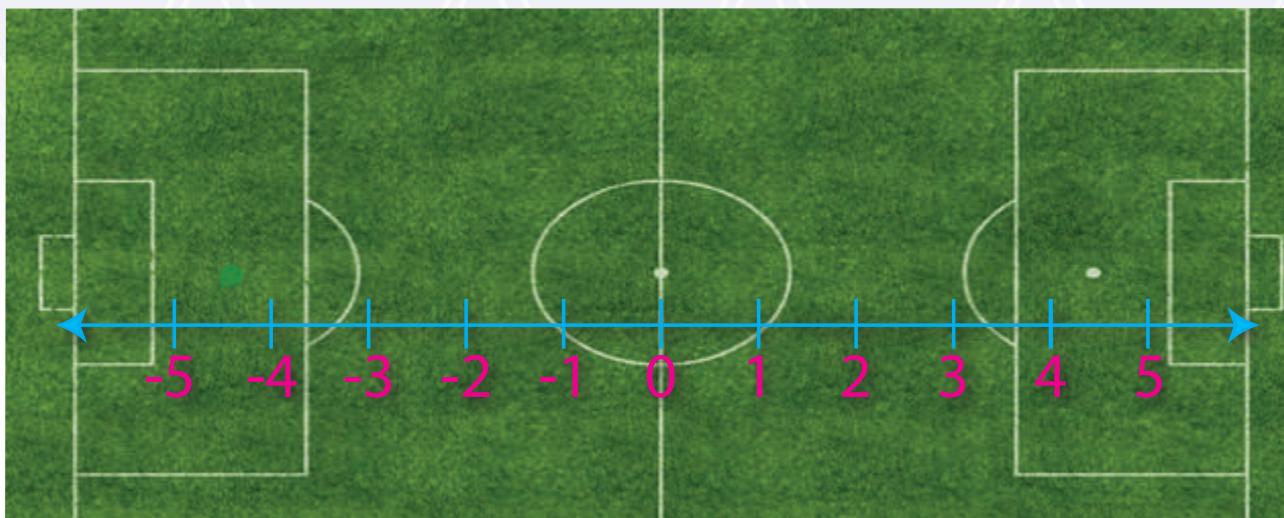
- أجد معكوس $\frac{5}{2}$ العدد، وأعيّنه على خط الأعداد؟

ثانية: القيمة المطلقة

موقفٌ مثيرٌ: لاحظَ معلمُ الرياضياتِ أنَّ إحدى علامتِ ركلةِ الجزاءِ قدْ مُسحتُ منْ أرضيَّةِ ملعبِ المدرسةِ؛ فطلبَ إلى طلبةِ الصفِ السابعِ تحديدَ مكانِ العلامةِ الممسوحةِ منْ دونِ استعمالِ المتر.

ماذا سأتعلّم؟

- أجُدُّ معكوسَ العدِ النسبيِّ.
- أجُدُّ القيمةَ المطلقةَ للعدِ النسبيِّ.



قال المعلمُ بعدَ أنْ رسمَ الملعبَ على اللوحِ، ورسمَ خطًّا الأعدادِ أسفلَ منهُ؛ الاحظُ أنَّ موقعَ نقطةِ ركلةِ الجزاءِ تُمثلُ العدَّ 4.5 على خطِ الأعدادِ، وأنَّ موقعَ النقطةِ الممسوحةِ تُمثلُ العدَّ -4.5 . على خطِ الأعدادِ، أيْ إنَّها انعكاسُ لنقطةِ الظاهرةِ، ثمَّ قال: تذكّروا دائمًا أنَّ العدَّ الذي يبعدُ المسافةَ نفسها عنِ الصفرِ منَ الجهةِ الأخرى على خطِ الأعدادِ؛ يُسمّى معكوسَ العدِ النسبيِّ.

معكوسُ العدد	العدد
$-2 \frac{2}{7}$	$2 \frac{2}{7}$
4.6	-4.6
-8	8

مثال: يحتوي الجدولُ المجاورُ العددَ ومعكوسَهُ الجماعيَّ.

المعلمُ: كم المسافةُ بينَ الصفرِ والعددِ 4.5 ؟
أحدُ الطلبةِ: 4 وحداتٍ ونصفٌ.

المعلمُ: ممتازٌ، السؤالُ الآن: كم المسافةُ بينَ الصفرِ والعددِ -4.5 ؟
خالدُ: 4 وحداتٍ ونصفٌ أيضًا، وأضافَ جملةً في غايةِ الأهميَّةِ: "المسافةُ لا تكونُ سالبةً يا أستاذُ".

المعلم: أحسنت يا خالد. وهذا هو مفهوم (القيمة المطلقة للعدد): وهي المسافة بين ذلك العدد والصفر على خط الأعداد، ويُعبر عنها بالرمز | . وبما أنَّ القيمة المطلقة مسافة فهي موجبة دائمًا.

هنا سأَلَ أَحْمَدَ: ما الفرق بين معكوس العدد والقيمة المطلقة؟

المعلم: معكوس العدد هو (عدد) إِمَّا أَنْ يكون موجباً وإِمَّا أَنْ يكون سالباً. أمَّا القيمة المطلقة فهي (المسافة) بين ذلك العدد والصفر، والمسافة موجبة دائمًا.

مثال: أجذ:

$$1) \left| \frac{4}{9} \right|$$

$$2) \left| \frac{4}{9} \right|$$

$$3) \left| -4.6 \right| - 8.4$$

الحل:

$$1) \left| \frac{4}{9} \right| = \frac{4}{9}$$

$$2) \left| \frac{4}{9} \right| = \frac{4}{9}$$

$$3) \left| -4.6 \right| - 8.4 = 4.6 - 8.4 = -3.8$$

أَتَذَكَّرُ

لكلِّ من العدد

النَّسْبِيُّ وَمَعْكُوسِهِ

القيمة المطلقة

نفسُها.

بعدَمَا استمعَ سعيدٌ إلى شرح المعلم، قال: إذْن يا أستاذ باستعمال مفهوم (معكوس العدد): نستطيع تحديد موقع علامة ركلة الجزاء الممسوحة من دون استعمال المتر.

وخرجَ إلى الملعب وثبتَ طرفَ حبلٍ في نقطةِ المنتصفِ وسحبَ الطرفَ الآخرَ إلى أنْ وصلَ إلى علامة ركلةِ الجزاء الظاهرة، ثمَّ سارَ بالاتِّجاهِ المعاكسِ وهو يمسُك طرفَ الحبل، حتى وصلَ إلى النقطةِ التي لا يستطيعُ أن يشدَّ الحبلَ بعدها وقال: هذا موقعُ ركلةِ الجزاء التي مُسحتْ؛ لأنَّها تبعدُ بُعدَ العلامةِ الأخرى نفسَةٌ عن نقطةِ منتصفِ الملعب.

المعلم: رائعٌ يا سعيد.

المواد التعليمية للمفاهيم والنتائج الأساسية

المجال الأعداد والعمليات

المحور العمليات على الأعداد

العمليات على الأعداد النسبية

الطرح

- أجري عملية الطرح على الأعداد النسبية.

الجمع

- أجري عملية الجمع على الأعداد النسبية.

كيف أطرح عددين نسبيين؟

كيف أجمع عددين نسبيين؟

القسمة

- أجري عملية القسمة على الأعداد النسبية.

الضرب

- أجري عملية الضرب على الأعداد النسبية.

كيف أقسم عددين نسبيين؟

كيف أضرب عددين نسبيين؟

ثالثاً: جمع الأعداد النسبية

زيت الزيتون زيت ناتج من عصر أو ضغط ثمار الزيتون، وتحدُّد 85% من الدهون الموجودة فيه صديقة للقلب، كما تساعد على التقليل من نسبة الكوليسترول في الدم. ويُفضل حفظه في عبوات من الستانلس أو عبوات زجاجية. قررَ أَحْمَدُ أَنْ يُساعِدَ وَالدِّيْهِ فِي تَقْرِيرِ صَفِيحةِ الزيتِ الَّتِي سَعَثَهَا 16 L فِي عَدِّ مِنَ الْعَبَوَاتِ الزَّجاجِيَّةِ، وَكَانَ لَدِيهِ حَجْمَانِ مِنَ الْعَبَوَاتِ؛ الْأَوْلَى زَجاجَةٌ صَغِيرَةٌ سَعَةُ $\frac{8}{5}\text{ L}$ وَالثَّانِيَةُ زَجاجَةٌ كَبِيرَةٌ سَعَةُ $2\frac{1}{4}\text{ L}$.

ماذا سأتعلّم؟

- أجمع عددَين نسببيَّين.
- أطرح عددَين نسببيَّين.
- أضرب عددَين نسببيَّين.
- أقسِّم عددَين نسببيَّين.



$$16\text{ L}$$

$$2\frac{1}{4}\text{ L}$$

$$\frac{8}{5}\text{ L}$$

الجمع

(1) لجمع عددَين نسببيَّين لهما المقام نفسه؛ أجمع البسطَين ويبقى المقام كما هو، والقاعدة هي:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

مثال: أجد سعة عبواتٍ من النوع نفسه؟

$$\frac{8}{5} + \frac{8}{5} = \frac{16}{5} = 3.2\text{ L}$$

(1) سعة عبواتٍ صغيرتين:

$$2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} = \frac{2 \times 4 + 1}{4} + \frac{2 \times 4 + 1}{4} = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = \frac{18}{4}\text{ L}$$

(2) سعة عبواتٍ كبيرتين:

(2) لجمع عددَين نسببيَّين لهما مقاماتٌ مختلفةٌ، أتبع القاعدة الآتية:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}$$

مثال: أجد سعة عبوتين مختلفتين.

ملحوظة: حولنا العدد الكسري إلى كسر عادي.

$$2\frac{1}{4} + \frac{8}{5} = \\ 2\frac{1}{4} = \frac{2 \times 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

حساب سعة عبوة كبيرة مع عبوة صغيرة:

$$\frac{9}{4} + \frac{8}{5} = \frac{9 \times 5 + 8 \times 4}{4 \times 5} = \frac{45 + 32}{20} = \frac{77}{20} = 3.85 \text{ L}$$

أحاول

أجد مجموع كل من الأعداد النسبية الآتية:

$$1) \frac{3}{7} + \frac{2}{7} =$$

$$2) \frac{4}{5} + \frac{2}{3} =$$

$$3) -2\frac{1}{2} + 1.2 =$$

الطرح

لإيجاد ناتج طرح عددين نسبيين؛ فذلك لا يختلف عن جمع عددين نسبيين، أي يجب أن تكون المقامات متشابهةً.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$$

مثال: أجد الفرق بين سعة العبوتين المختلفتين:
الفرق بين العبوتين، هو:

$$\frac{9}{4} - \frac{8}{5} = \frac{9 \times 5 - 8 \times 4}{4 \times 5} + \frac{45 - 32}{20} = \frac{13}{20} = 0.65 \text{ L}$$

أحاول

أجد ناتج طرح كل من الأعداد النسبية الآتية:

$$1) \frac{2}{5} - \frac{1}{3} =$$

$$2) 1\frac{2}{9} - 3 =$$

$$3) (-0.9) - \frac{2}{3} =$$

الضرب

الاحظ أنَّه:

- 1) لا توجُّد حاجةٌ لتوحيدِ المقاماتِ.
- 2) يُمكِّنني اختصارُ الكسورِ قبل إجراءِ عمليةِ الضربِ.

لضربِ عدَّدين نسبيَّين، أستعملُ القاعدةَ الآتيةَ:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

مثال: أجدُ سَعَةً 7 عبواتٍ صغيرَةٍ.

$$7 \times \frac{8}{5} = \frac{7}{1} \times \frac{8}{5} = \frac{7 \times 8}{1 \times 5} = \frac{56}{5} = 11.2 \text{ L}$$

مثال: أجدُ سَعَةً 3 وأربعَةِ أخماسِ العبوَةِ منَ الحجمِ الكبيرِ.

$$3\frac{4}{5} \times 2\frac{1}{4} = \frac{3 \times 5 + 4}{5} \times \frac{2 \times 4 + 1}{4} = \frac{19}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{171}{20} = 8.55 \text{ L}$$

أحاوُن

أجدُ ناتجَ ضربِ كُلٌّ منَ الأعدادِ النسبيَّةِ الآتيةَ:

- 1) $\frac{5}{7} \times -\frac{2}{3} =$
- 2) $\frac{-1}{7} \times -4\frac{2}{3} =$
- 3) $(0.01) \times \frac{1}{10} =$

القسمة

الخطوات:

- 1) أبقي العددَ النسبيَّ الأوَّلَ كما هوَ.
- 2) أحوّلُ عمليةَ القسمةِ إلى عمليةٍ ضربٍ.
- 3) أضعُ مقلوبَ الكسرِ الثاني.
- 4) أجري عمليةَ ضربِ عدَّدين نسبيَّين.

لقسمةِ عدَّدين نسبيَّين، أستعملُ القاعدةَ الآتيةَ:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

مثال: تريد عائلة أحمد استهلاك عبوة كبيرة خلال $\frac{17}{4}$ من الأيام. أجد كمية الزيت التي يجب استهلاكها يومياً.

$$\frac{9}{4} \div \frac{17}{4} =$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{4}{17} = \frac{9}{17} = 0.52 \text{ L}$$

أحاول

أجد ناتج قسمة كل من الأعداد النسبية الآتية:

$$1) \frac{4}{7} \div \frac{-5}{14} =$$

$$2) \frac{3}{2} \div \frac{-1}{5} =$$

$$3) \frac{7}{4} \div (0.5) =$$

قوانين الأسس

المجال الأعداد والعمليات

المحور الأسس والجذور والأعداد الحقيقية

قوانين الأسس الصحيحة

- أحسب قيمة مقادير عدديّة باستعمال الأسس وأولويّات العمليات.

الصيغة الأسية لعدد (الأُس والأسس)

- أكتب الأعداد الكليّة بالصيغة الأسية.

$$- \text{أجد قيمة } (2)^3 \times (5)^3$$

$$- \text{أكتب ما يأتي بالصيغة الأسية:}$$

$$0.71 \times 0.71 \times 0.71$$

المرحلة	عدد البكتيريا
الأولى	2
الثانية	2×2
الثالثة	$2 \times 2 \times 2$
الرابعة	$2 \times 2 \times 2 \times 2$

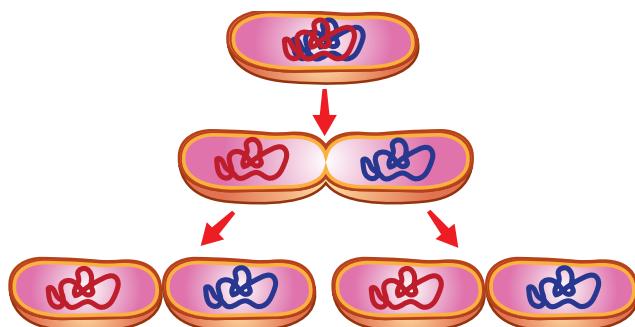
تكاثر البكتيريا: تتكاثر بعض أنواع البكتيريا بالانشطار الثنائي بنسب هندسية متصاعدة وفق الجدول المجاور، كم سيصبح عدد البكتيريا في المرحلة السابعة؟

ماذا سأتعلم؟

- أكتب الأعداد الكلية بالصيغة الأسيّة.
- أحسب قيمة مقادير عدديّة باستخدام الأسس.

أتذكر

يقرأ العدد 2^6 كما يأتي:
(اثنان أس ستة)، أو (اثنان قوة ستة)، أو القوة السادسة للعدد اثنين.



يمكنني التعبير عن الضرب المتكرر للعدد في نفسه باستخدام الأسس، وعندئذ يُسمى عدد مرات تكرار الضرب الأساس (القوة)، أما العدد نفسه فيُسمى الأساس.

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 \quad \leftarrow \text{الأسس}$$

الأساس

تسمى الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر باستخدام الأساس الصيغة الأسية، مثلاً: 3^5 :
أما الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر من دون استخدام الأساس؛ فتُسمى الصيغة القياسية، مثلاً:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3$$

أحاوٌ

أكتب ما يأتي بالصيغة الأسيّة:

- 1) $0.4 \times 0.4 \times 0.4 \times 3 \times 3$
- 2) $(-13) \times (-13) \times (-13) \times (-13)$

التعريف اللفظي	الرموز	توضيح
ضرب القوى: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه؛ أجمع الأسس.	$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$	$a^2 \times a^3 = (a \times a) \times (a \times a \times a) = a^5$
قسمة القوى: لقسمة قوتين لهما الأساس نفسه؛ أطرح الأساس.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$	$\frac{a^5}{a^3} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a^2$
قوة القوة: لإيجاد قوة القوة؛ أضرب الأساس.	$(a^m)^n = a^{(m \times n)}$	$(a^5)^2 = a^5 \times a^5$ $(a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a) = a^{10}$
قوة حاصل الضرب: لإيجاد قوة حاصل الضرب؛ أجذب قوة كل عدد ثم أضرب. توزيع الأس على الضرب.	$(ab)^n = a^n b^n$	$(a \times b)^4 =$ $(a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) =$ $(a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b) =$ $a^4 \times b^4$
قوة ناتج القسمة: لإيجاد قوة ناتج القسمة؛ أجذب كلًا من قوة البسط والمقام ثم أقسّم. توزيع الأس على البسط والمقام.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$	$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$ $= \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a^3}{b^3}, b \neq 0$
الأس الصفرى: أي عدد غير الصفر مرفوعًا للأس (صفر) يساوي (1).	$a^0 = 1$	$1 = \frac{a^7}{a^7} = a^{7-7} = a^0$
الأسون السالبة: القوة السالبة لأي عدد غير الصفر، هي مقلوب لقوة الموجبة، والقوة الموجبة هي مقلوب لقوة السالبة.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$a^{-4} = a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1}$ $= \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a^4}$

مثال: أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيمة كلٌّ مما يأتي:

$$1) 2^3 \times 2^2$$

$$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2}$$

قاعدة ضرب القوى

$$2^5 = 32$$

أجمع الأسس

$$2) \frac{7^8}{7^6}$$

$$\frac{7^8}{7^6} = 7^{8-6}$$

$$7^2 = 49$$

قاعدة قسمة القوى

أطرح الأسس

أحاول

أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيمة كلٌّ مما يأتي:

$$1) (-10)^4 \times (-10)^3$$

$$2) \frac{6^{10}}{6^9}$$

مثال: أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيمة كلٌّ مما يأتي:

$$1) (2^4)^2$$

$$(2^4)^2 = 2^{4 \times 2}$$

قاعدة قوة القوة

$$2^8 = 256$$

أضرب الأسس

$$2) (2 \times 5)^3$$

$$(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$$

أجد قوة كل عدد ثم أضرب

$$8 \times 125 = 1000$$

$$3) \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

قاعدة قوة ناتج القسمة

$$= \frac{4}{9}$$

$$2) 6^{-2}$$

$$6^{-2} = \frac{1}{6^2}$$

قاعدة الأسس السالبة

$$= \frac{1}{36}$$

تعريف الأسس

أحاول

أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيمة كلٌّ مما يأتي:

$$1) ((-3)^2)^2$$

$$2) (3 \times 4)^3$$

$$3) \left(\frac{1}{7}\right)^2$$

$$4) 2^{-5}$$

$$5) (23)^0$$

العمليات على المقادير الجبرية

المجال

الأنمط والجبر والاقترانات

المحور

المقادير والمعادلات

ضرب المقادير الجبرية

- أجد حاصل ضرب عدد في مقدار جبري.
- أجد حاصل ضرب مقدارين جبريين.

جمع المقادير الجبرية وطرحها

- أجد ناتج جمع مقدارين جبريين وطرحهما.

الحدود الجبرية المشابهة

- أميز الحدود الجبرية المشابهة.

كيف أضرب مقدارين جبريين؟ وهل يمكن أن تكون عملية ضربهما غير ممكنة؟

كيف أجمع المقادير الجبرية وأطرحها؟

متى تكون الحدود الجبرية مشابهة؟

أولاً: الحدود المتشابهة

اشترى أَحْمَدُ مِنَ السُّوقِ 3 كِيلُو غُرَامَاتٍ مِنَ التَّفَّاحِ، وَ5 كِيلُو غُرَامَاتٍ مِنَ الْبَرْتَقَالِ، وَعَنْدَ عُودَتِهِ إِلَى الْبَيْتِ وَجَدَ أَخَاهُ مُحَمَّدًا قَدْ اشترى 7 كِيلُو غُرَامَاتٍ مِنَ التَّفَّاحِ، وَ5 كِيلُو غُرَامَاتٍ مِنَ الْمُوزِ، وَكِيلُو غُرَامَيْنِ مِنَ الْبَرْتَقَالِ أَيْضًا. أَرَادَتْ أُمُّهُمَا أَنْ تَضَعَّ الْفَوَاكَةَ فِي أُوعِيَّةٍ بِحِيثُ تَضَعُّ كُلَّ صَنْفٍ فِي وَعَاءٍ، فَكُمْ وَعَاءٌ سَتَحْتَاجُ؟

ماذا سأتعلم؟

تشابهُ الحدود الجبرية.

مِنَ الْمُؤَكَّدِ أَنَّنِي لاحظَتُ أَنَّ الْأَمْ سَتَحْتَاجُ إِلَى 3 أُوعِيَّةٍ لِتَضَعَّ فِيهَا الْفَوَاكَةَ، بِحِيثُ تَضَعُّ التَّفَّاحَ فِي وَعَاءٍ وَالْبَرْتَقَالَ فِي وَعَاءٍ وَالْمُوزَ فِي وَعَاءٍ؛ لِأَنَّهَا 3 أُنْوَاعٍ مُخْتَلِفةٍ.



الوعاءُ الثالثُ



الوعاءُ الثانيُ



الوعاءُ الأوَّلُ

إِذَا فَرَضْنَا أَنَّ التَّفَّاحَ يُرْمَزُ لَهُ بِالرَّمْزِ x ؛ فَلَا يُمْكِنُ أَنْ نَسْتَعْمِلَ الرَّمْزَ نَفْسَهُ لِلْبَرْتَقَالِ لِأَنَّ الْبَرْتَقَالَ مِنْ صَنْفٍ آخَرَ، فَيَجِبُ أَنْ نَرْمِزَ لَهُ بِرَمْزٍ مُخْتَلِفٍ مُثْلِ y ، وَكَذَلِكَ بِالنِّسْبَةِ إِلَى الْمُوزِ. وَمِنْ ثَمَّ، يُمْكِنُ التَّعْبِيرُ عَنْ مَشْتَرِيَاتِ أَحْمَدَ وَمُحَمَّدٍ بِالطَّرِيقَةِ الْآتِيَّةِ:

	الموز	البرتقال	التفاح	
(حدودٌ غيرٌ متشابهةٌ)	$0kg = 0z$	$5kg = 5y$	$3kg = 3x$	مشترياتُ أَحْمَدَ
(حدودٌ غيرٌ متشابهةٌ)	$5kg = 5z$	$2kg = 2y$	$7kg = 7x$	مشترياتُ مُحَمَّدٍ
	(حدودٌ متشابهةٌ)	(حدودٌ متشابهةٌ)	(حدودٌ متشابهةٌ)	

أَحاوَلُ

أَصْلُ الْحَدُودَ فِي الْعَمُودِ الْأَوَّلِ، مَعَ حَدُودِهَا الْمُشَابِهَةِ لَهَا فِي الْعَمُودِ الثَّانِيِّ:

$5x^2$	$5x$
$3z$	$4y$
$3y$	$-2f$
$5f$	$2x^2$
$2x$	$z-$

ثانياً: جمع الحدود الجبرية وطرحها

الوزن	البرتقال	التفاح	
(حدود غير متشابهة) $0kg=0z$	$5kg=5y$	$3kg=3x$	مشترياتُ أحمد
(حدود غير متشابهة) $5kg=5z$	$2kg=2y$	$7kg=7x$	مشترياتُ محمد
(حدود متشابهة)	(حدود متشابهة)	(حدود متشابهة)	

من الجدول السابق:

1) كم كيلوغراماً من التفاح وضع في وعاء التفاح؟

$$3x+7x=10x$$

عند جمع حدين متشابهين؛
نجمع المعاملات فقط.

2) ما الفرق بين كيلوغرامات البرتقال التي اشتراها أحمد و محمد؟

$$5y-2y=3y$$

عند طرح حدين متشابهين؛
نطرح المعاملات فقط.

3) هل يمكنني جمع كيلوغرامات التفاح مع كيلوغرامات البرتقال؟
لا يمكنني جمعها، لأنها من صنفين مختلفين،
أي إنها حدود غير متشابهة.

الحدود غير المتشابهة، لا
نجعل ولا نطرح.

ثالثاً: ضرب المقادير الجبرية

الموز	البرتقال	التفاح	
$0kg=0z$	$5kg=5y$	$3kg=3x$	مشترياتُ أَحْمَدَ
$5kg=5z$	$2kg=2y$	$7kg=7x$	مشترياتُ مُحَمَّدٍ

(1) إذا اشتَرَى أَحْمَدُ الْكَمِيَّةَ نفْسَهَا لِمَدَّةِ 5 أَيَّامٍ، فما إجماليُ الْكَمِيَّةِ الَّتِي اشترَاهَا؟

مجموع المشتريات	البرتقال	التفاح	
$3x+5y$	$5y$	$3x$	مشترياتُ أَحْمَدَ فِي الْيَوْمِ الْوَاحِدِ
$5 \times (3x+5y) = 15x+25y$	$5y \times 5 = 25y$	$3x \times 5 = 15$	مشترياتُ أَحْمَدَ فِي 5 أَيَّامٍ

(2) إذا اشتَرَى مُحَمَّدُ الْكَمِيَّةَ نفْسَهَا لِمَدَّةِ 4 أَيَّامٍ، فما إجماليُ الْكَمِيَّةِ الَّتِي اشترَاهَا؟

$$4 \times (7x+2y+5z) = 4 \times 7x + 4 \times 2y + 4 \times 5z = 28x + 8y + 20z$$

(3) أَجُدْ حاصلَ ضربِ مشترياتِ أَحْمَدَ فِي مشترياتِ مُحَمَّدٍ فِي الْيَوْمِ الْوَاحِدِ.

$$(3x+5y) \times (7x+2y+5z) = 3x \times 7x + 3x \times 2y + 3x \times 5z + 5y \times 7x + 5y \times 2y + 5y \times 5z = 21x^2 + 6xy + 15xz + 35xy + 10y^2 + 25yz = 21x^2 + 41xy + 15xz + 10y^2 + 25yz$$

أَتَذَكَّرُ

عندَ الضربِ تُجْمِعُ
الأسسُ.

عندَ ضربِ الحدوْدِ الجبريةِ؛ أَضْرِبِ المعاملَ فِي
المعاملِ وَالْمُتغَيِّرِ فِي الْمُتغَيِّرِ، وَلَا يُشَرِّطُ تشابهُ
الحدوْدِ.

أَحَاوُلُ

أَجُدْ حاصلَ ضربِ المقاديرِ الآتيةِ:

- 1) $(2x+4)(5d-3x)$
- 2) $2x(3y-4)$



1) أكمل الفراغات في الجدول الآتي:

مجموع المشتريات	الموز	البرتقان	التفاح	
$3x+5y$	$0z$	$5y$	$3x$	مشترياتُ أحمد
	$5z$	$2y$	$7x$	مشترياتُ محمدٍ
			$10x$	المجموع

2) أكمل الفراغات في الجدول الآتي:

مجموع المشتريات	الموز	البرتقان	التفاح	
$3x+5y$	$0z$	$5y$	$3x$	مشترياتُ أحمد
	$5z$	$2y$	$7x$	مشترياتُ محمدٍ
			$21x^2$	حاصلٌ ضربٌ مشترياتِ أحمد و محمدٍ

المواد التعليمية للمفاهيم والنتائج الأساسية

المجال الأنماط والجبر والاقترانات

المحور المعادلات

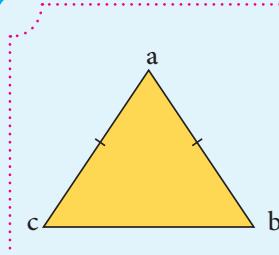
حل المعادلة الخطية

- أميز المعادلة الخطية من غيرها بشكل صحيح.
- أستعمل الطرائق الجبرية لحل المعادلة الخطية والمسائل المتعلقة بها بشكل صحيح.

هواية جمع الصور

مهندس و خالد من محبي جمع صور الحيوانات،
جمع مهند $4+3x$ صورة مختلفة، و جمع
خالد $(4-x)$ صورة، وكان كل منهما
يملك العدد نفسه من الصور، فكم صورة
جمع كل منهما؟

رابعاً: حل المعادلة الخطية



لوحة من الكرتون على شكل مثلث متساوي الساقين abc , حيث $ab = 3x + 2$ و كان طول $ab = 3x + 6$ و طول $ac = 5x - 4$. أجد قيمة x و مجموع طوليهما.

ماذا سأتعلم؟

- حل المعادلة الخطية

مثال: أجد حل المعادلة الخطية الآتية:

$$3(2x-4)=4x+6$$

$$6x - 12 = 4x + 6$$

$$6x - 12 = 4x + 6$$

$$-4x \quad -4x$$

$$2x - 12 = 6$$

$$2x - 12 = 6$$

$$+12 \quad +12$$

$$2x = 18$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$$

$$x = 9$$

قيمة x تمثل حل المعادلة

$$3(2 \times 9 - 4) = 4 \times 9 + 6$$

$$3(18 - 4) = 36 + 6$$

$$3 \times 14 = 42$$

$$42 = 42$$

بما أنَّ الطرفين متساويان؛ فالحل صحيح.

أوزُّع الضرب على الجمع

أطرح من طرفي المعادلة $4x$
ناتج الطرح

أجمع إلى طرفي المعادلة الناتجة 12

ناتج الجمع

أقسم طرفي المعادلة الناتجة على 2

ناتج القسمة

أتحقق من صحة الحل

أعرض قيمة $x = 9$ في المعادلة

أحاول

أجد حل المعادلات الآتية:

a) $4(3y - 1) = 7y + 6$

b) $2(4x + 3) = 4(x - 1)$

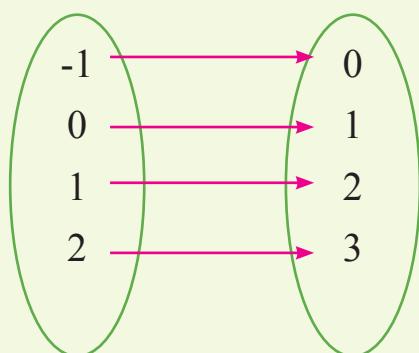
المجال الألماط والجبر والاقترانات

المحور الاقترانات

الاقتران

- أتعرّف إلى الاقتران الخطّي.
- أُعبّر عن الاقتران الخطّي بطرائق مختلفة، مثل: جدول القيمة، والمعادلة الجبرية.

- أُعبّر عن الاقتران في المخطط السهمي بمعادلة جبرية.



أولاً: الاقتران

تجارة: يبيع تاجر قطعاً من الملابس عن طريق العرض عبر موقع إلكتروني، مع إمكانية التوصيل إلى المشتري في محل إقامته. إذا كان ثمن إحدى قطع الملابس 10 دنانير، وتكلفة التوصيل 3 دنانير، فما تكلفة شراء 6 قطع من هذا النوع؟

عدد القطع x	التكلفة y
4	43
3	33
2	23
1	13

ماذا سأتعلم؟

- أتعرفُ إلى الاقتران الخطّي.
- أُعبرُ عن الاقتران الخطّي بطرائق مختلفة، مثل جدول القيم، والمعادلة الجبرية.

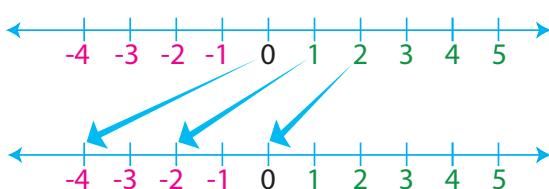
الاقتران: علاقَةٌ تربطُ كُلَّ قيمةٍ من المدخلاتِ بقيمةٍ واحدةٍ فقطٍ من المخرجاتِ.

عند شراء قطعةٍ من الملابس؛ فإنَّ تكلفتها ستكون ثمنَ القطعةِ الواحدةِ بالإضافةِ إلى تكلفةِ التوصيل $= 10 + 3 = 13$ ، أمّا إذا كانتا قطعتين؛ فأضربُ ثمنَ القطعةِ في 2، ثمَّ أجمعُ ثمنَ التوصيل $3 \times 10 + 2 \times 3 = 23$

إذا افترضتُ أنَّ عددَ القطع x فإنَّ المبلغ المدفوع سيكُون عددَ القطع مضروباً في ثمنَ الواحدةِ منها، بالإضافةِ إلى تكلفةِ التوصيل $3 + 10x$. تسمى العلاقةُ بينَ عددِ القطعِ منَ الملابس x والتكلفة y الاقتران، وتشتهرُ بالصيغة $y = 10x + 3$ قاعدة الاقتران، وتتغيّرُ المخرجة y بتغييرِ المدخلة x . ويمكنني التعبيرُ عن الاقتران بطرقٍ مختلفةٍ، مثل جدولِ القيم، والمعادلةِ الجبريةِ، على صورةٍ مخطّطٍ سهميٍّ.

مثال: أكُونُ جدولَ قيمَ للاقتران $y = 2x - 4$ ، ثمَّ أمثلُها بمخطّطٍ سهميٍّ.
الاحظُ أنَّ قاعدةَ الاقتران هيَ الضربُ في العددِ 2، ثمَ طرحُ العددِ 4 لتكوينِ جدولِ القيم، أختارُ قيمةً x (المدخلاتِ)، ثمَ أطبقُ عليها قاعدةَ الاقتران؛ لأجدَ قيمةً y (المخرجاتِ).

مخطّط سهميٌّ



المدخلة x	المخرجة y
0	$2 \times 0 - 4 = -4$
1	$2 \times 1 - 4 = -2$
2	$2 \times 2 - 4 = 0$

مثال: يُبيّن الجدول المجاور قيمة المدخلات والمخرجات لاقترانٍ ما.

أ) أصفُ بالكلمات قاعدة الاقتران.

بما أنَّ المدخلات متباينة بمقدار 1، والمخرجات متباينة بمقدار 3؛
فإنَّ

الجزء الأوَّل من القاعدة هو الضرب بـ 3

وكيَ تكون صورة العدِ 0 هي 8، يجب أنْ تحتوي القاعدة على جمع العدِ 8

إذ إنَّ $8 = 8 \times 0 + 8$ (الضرب بـ 3، ثمَّ جمع 8). نتأكدُ من القاعدة بتطبيقها على مدخلاتٍ أخرى.

ج) أكتب قاعدة الاقتران بصورةٍ معادلةٍ $y = 3x + 8$.

المدخلة x	المخرجة y
-1	5
0	8
1	11
2	14

أحوال

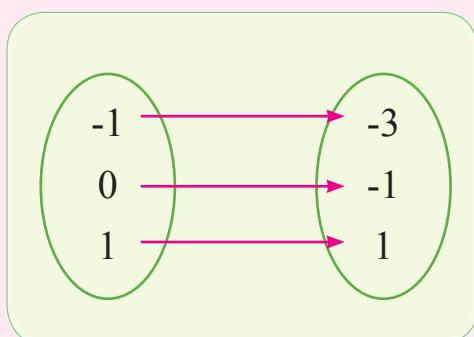
1) أكمل جدول القيم الآتي للاقتران $y = 5x + 11$

المدخلة x	المخرجة y
0	
1	
2	
3	

2) بالنظر إلى المخطط السهمي الآتي:

أ) أصفُ قاعدة الاقتران.

ب) أكتب قاعدة الاقتران.



المجال

الألماظ والجبر والاقترانات

المحور

الاقترانات

تمثيل الاقتران الخطّي

بيانياً

- أمثل الاقتران الخطّي بيانياً.

كيف أحدد موقع الاقتران

$$y = 3x + 2$$

على المستوى البياني؟

ثانياً: تمثيل الاقتران الخطّي بيانيّاً

إذا كانت لدى المعادلة $5x+y=3$ فكيف يمكنني أن أحدد إذا كانت النقطة $(2,3)$ هي إحدى حلول المعادلة أم لا؛ من دون حسابها؟

ماذا سأتعلّم؟

- أرسم الاقتران الخطّي على المستوى الإحداثي.

معلومة

النقط جمّيعها التي تقع على منحنى الاقتران، هي حلول لمعادلته.

كيف أعرف إذا كانت النقطة $(3,2)$ تقع على منحنى الاقتران $5x+y=3$ كيُ أستطيع أن أحدد ذلك، لا بد لي من معرفة موقع الاقتران على المستوى الإحداثي، وذلك بالخطوات الآتية:

1) أكون جدوًلا من 3 أعمدة، بحيث يكون عموداً للمتغير x ، وعموداً للمتغير y ، وعموداً للزوج المرتب الناتج.

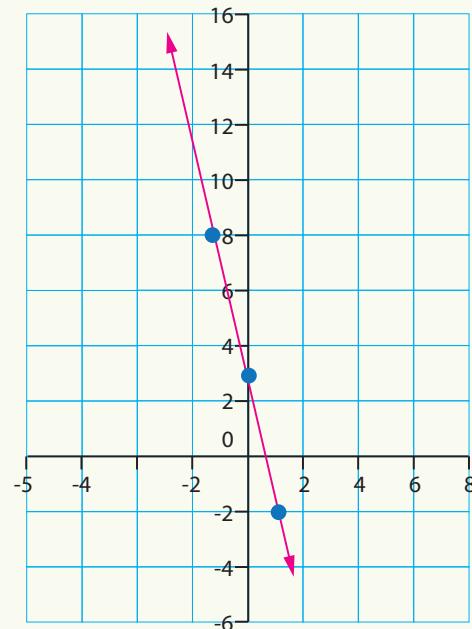
2) افترض 3 قيم للمتغير x بوصفيها مدخلات، وأجد قيمة y بوصفيها مخرجات لها، ثم أكتب الزوج المرتب الناتج.

x	$y=3-5x$	(x,y)
1	-2	(1,-2)
0	3	(0,3)
-1	8	(-1,8)

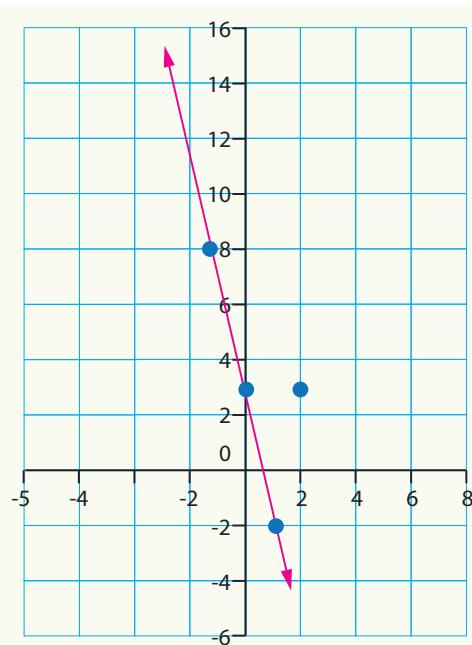
3) أمثل الأزواج المرتبة على المستوى الإحداثي، وأصل بينها بخط مستقيم.

معلومة

يُسمى الاقترانُ الخطّيُّ هذا الاسم لأنَّه خطٌّ مستقيم.



بعدَ أنْ حَدَّدْتُ موقعاً لـالاقترانِ، يُمكِّنني الآنَ أنْ أحَدَّ النقطة المطلوبةَ على المستوى الإحداثيِّ؛ لأعرِفَ إذا كانتْ حللاً للمعادلةِ أمْ لاً.



الاحظُ من الرسمِ أنَّ النقطة $(3, 2)$ لا تقعُ على منحنى الاقترانِ؛ إذنْ: هيَ ليسْ حللاً لمعادلتهِ.

أحوال

- 1) أرسمُ الاقترانَ $y = 2x + 1$ على المستوى الإحداثيِّ.
- 2) هل النقطة $(4, 5)$ تقعُ على منحنى الاقتران؟

زوايا المثلث

المجال الهندسة والقياس

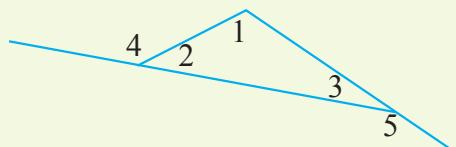
المحور المستقيمات والزوايا والمثلعات

الزاوية الداخلية والزاوية

الخارجية في المثلث

- أبّرِرُ العلاقات بين الزوايا الداخلية والخارجية في مثلث.
- أجّد قياسات زوايا مجهولة ناتجة عن تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين.

أحدّد الزوايا الداخلية والزاوية الخارجية في الشكل الآتي:



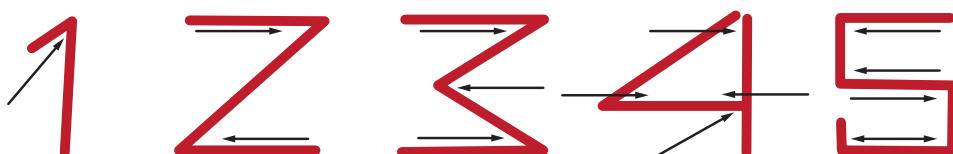
زوايا المثلث

في حوارٍ معَ والدِهِ، عَبَرَ ولِيدُ عنْ استغرابِهِ مِنْ استعمالِ كتابِ الرياضياتِ الأرقامِ الإنجليزيةِ بدلاً مِنْ الأرقامِ العربيةِ، وزادَ استغرابُ ولِيدِ عندما أخبرَهُ والدُهُ أنَّ هَذِهِ الأرقامِ هِي أرقامٌ عربيةٌ وضعَها العالمُ الخورازميُّ على أساسِ عددِ الزوايا (الحاديةِ والقائمةِ) في كُلِّ رقمٍ. فمثلاً الرقمُ 4 يَتَكَوَّنُ مِنْ 4 زوايا، وَهُوَ مُثُلُّ قائمِ الزاويةِ مُدَّ أحَدِ أضلاعِهِ.

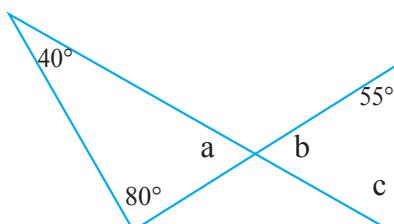
- كمْ زاويةٌ داخليَّةٌ لِمُثُلُّ الرَّقمِ 4؟
- كمْ زاويةٌ خارجيَّةٌ لِمُثُلُّ الرَّقمِ 4؟

ماذا سأتعلّم؟

- أميَّزُ بينَ الزوايا الداخليَّةِ والخارجيةِ للمثلثِ.
- أفهمُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الداخليَّةِ والخارجيةِ.
- أجُدُّ قياساتِ زوايا مجهرولةٍ ناتجةٍ عنْ تقاطعِ مستقيميٍّ معَ مستقيمين متوازيَّينِ.



يُشكِّلُ كُلُّ ضلعَيْنِ فِي مُثُلُّ زاوِيَّةٍ داخليَّةٍ، وَمَجْمُوعُ قياساتِ هَذِهِ الزوايا الداخليَّةِ الثلَاثِ يُساوِي 180° .
مثالٌ: بِنَاءً عَلَى الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، أَجُدُّ كُلَّ مَا يَأْتِي:



1) $m \angle a$

$$80^\circ + 40^\circ + m \angle a = 180^\circ$$

$$120^\circ + m \angle a = 180^\circ$$

$$m \angle a = 60^\circ.$$

2) $m \angle b$

$$m \angle a = m \angle b = 60^\circ \quad \text{زوايا متقابلةٌ بالرأس}$$

معلومة
كل زاويتين متقابلتين بالرأس، لهما القياس نفسه.

أحوان

أجد:

$$m \angle c$$

مثال: بناءً على الشكل المجاور؛ أجد قياس الزوايا المجهولة.

1) $m \angle a$

الزاوية a هي زاوية خارجية بالنسبة إلى المثلث.

مجموع قياس الزاويتين البعيدتين

$$= 75^\circ + 65^\circ = 140^\circ$$

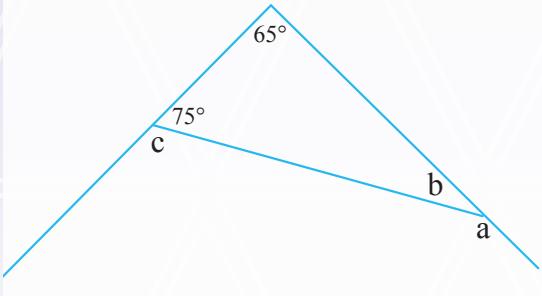
2) $m \angle b$

$$75^\circ + 65^\circ + m\angle b = 180^\circ$$

$$140^\circ + m\angle b = 180^\circ$$

$$m\angle b = 40^\circ$$

هل يمكنني إيجاد $m\angle b$ بطريقة مختلفة؟



أحوال

أجد:

$$m\angle c$$

المجال الأعداد والعمليات

المحور النسبة، والتناسب، والنسبة المئوية

الضرب التبادلي، حل التناسب.

- أَبْرُرُ حُكْمِي عَلَى نَسْبَتَيْنِ أَنَّهُمَا تُشَكِّلُانِ تَنَاسُبًا.
- أَكْمَلُ تَنَاسُبًا.

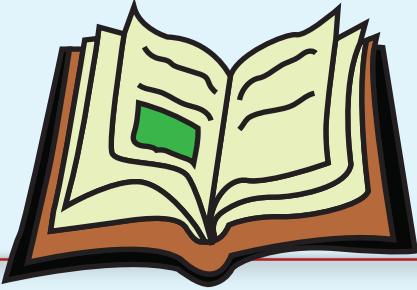
تناسبٌ، طرفا التناسب، نسبتان متكافئتان، وسط التناسب.

- أَجُدُّ نَسْبًا مَكَافِئًا لَنَسْبَةِ مُعْطَاهِ باسْتِعْمَالِ الضَّرَبِ.
- أَجُدُّ نَسْبًا مَكَافِئًا لَنَسْبَةِ مُعْطَاهِ باسْتِعْمَالِ الْقِسْمَةِ.

أَحْلُ التَّنَاسُبِ الْأَتَى:

$$\frac{1}{3} = \frac{d}{4 - d}$$

إِذَا كَانَ ثَمُّ 12 حَبَّةً شُوكَلَاتَةٍ 1.8 مِنَ الدِّينَارِ؛ فَمَا ثَمُّ 50 حَبَّةً مِنَ النَّوْعِ نَفْسِهِ؟



ماذا سأتعلّم؟

- أجد نسباً مكافئةً لنسبةٍ مُعطاةٍ باستعمالِ الضرب.
- أجد نسباً مكافئةً لنسبةٍ مُعطاةٍ باستعمالِ القسمة.
- أبررُ حكمي على نسبتينِ أنَّهُما تُشكّلان تناسباً.

قرأتْ جنى 5 صفحاتٍ منْ كتابٍ خلالَ دقيقتَينِ، فكمْ دقيقَةٌ تحتاجُ لقراءةِ 45 صفحةً؟

وسط التناسب

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ـــــ

طرف التنااسب

التناسب: مساواةٌ بينَ نسبتينِ، وفي هذهِ الحالةِ تُسمّيان نسبتينِ متكافئتينِ.

بالرموزِ $a:b = c:d$ أو $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ إذ إنَّ $b \neq 0, d \neq 0$ ، **ـــــ**
تُسمى a, d طرفي التنااسبِ، أمّا c, b فُنسمى وسطي التنااسبِ.

مثال 1: هل تُمثلُ كُلُّ نسبتينِ مما يأتي تناسباً أم لا؟ $10:15, 21:14$.

الحل: أبسطُ النسبتينِ:

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

↓5 ↓5

$$\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

↓7 ↓7

بِما أنَّ النسبتينِ متساویتانِ بعدَ التبسيطِ، إذن: تُشكّلان تناسباً.

أحاوٌ

هل تُمثلُ كُلُّ نسبتينِ مما يأتي تناسباً أم لا؟ أبررُ إجابتي.

- 1) $\frac{3}{15}, \frac{1.2}{6}$
- 2) $\frac{10}{8}, \frac{5}{4}$
- 3) $\frac{3.2}{8}, \frac{4.2}{9}$
- 4) $\frac{5}{7}, \frac{10}{35}$

في أي تناصب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يكون حاصل ضرب طرفي التناصب مساوياً لحاصل ضرب وسطي التناصب $a \times d = b \times c$ ، ونسمى هذه الخاصية الضرب التبادلي.

إذا كان أحد أطراف التناصب غير معروف؛ فإنه يمكننا استعمال خاصية الضرب التبادلي لإيجاده، وهذا يسمى حل التناصب.

مثال: أحل كلاً من النسبات الآتية:

$$\frac{81}{y+3} = \frac{45}{y-3}$$

$$81(y-3) = 45(y+3)$$

خاصية الضرب التبادلي

$$81y - 243 = 45y + 135$$

خاصية التوزيع

أطرح من الطرفين $45y$:

$$36y - 243 = 135$$

$$36y = 378$$

اجمع للطرفين 243

$$\frac{36y}{36} = \frac{378}{36}$$

اقسم على 36

$$y = 10.5$$

أبسط

$$\frac{17}{8} = \frac{x}{20}$$

$$x \times 8 = 17 \times 20$$

$$8x = 340$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{340}{8}$$

$$x = 42.5$$

أح泮

أحل كلاً من النسبات الآتية:

$$\frac{y}{55} = \frac{1}{3} \quad \frac{3}{5} = \frac{x}{x-8}$$

المجال الأعداد والعمليات

المحور الأعداد النسبية والعمليات عليها

التناسب العكسي

- أميز التنساب العكسي.
- أكتب معادلة التنساب العكسي؛ بإيجاد ثابت التنساب.

التناسب الطردي

- أميز التنساب الطردي.
- أكتب معادلة التنساب الطردي؛ بإيجاد ثابت التنساب.

التدفئة

سُجّل عامل في محطة محروقات بيع 1000 لتر من مادة الكاز، في يوم كانت درجة الحرارة فيه 20 درجة مئوية، وسُجّل بيع 10000 لتر من المادة نفسها في يوم كانت درجة حرارته درجتين مئويتين. ما نوع التنساب بين درجة الحرارة وكمية الكاز المباعة؟
أكتب معادلة التنساب.

استهلاك الماء

إذا استهلكت عائلة مكونة من 4 أفراد $12m^3$ من الماء في الشهر الواحد، واستهلكت عائلة أخرى مكونة من 6 أفراد $18m^3$ من الماء في الشهر الواحد، فما نوع التنساب بين عدد أفراد العائلة وكمية استهلاك الماء؟ أكتب معادلة التنساب.

ثانياً : التناسب الطردي

يُمثل الجدول الآتي كمّيّة البنزين x باللتر اللازمه لعدد الكيلومترات y التي تقطعها سيارة.

30	10	5	2	البنزين x لتر
300	100	50	20	الكيلومترات y

- ما النسبة بين المتغيرين y , x ؟

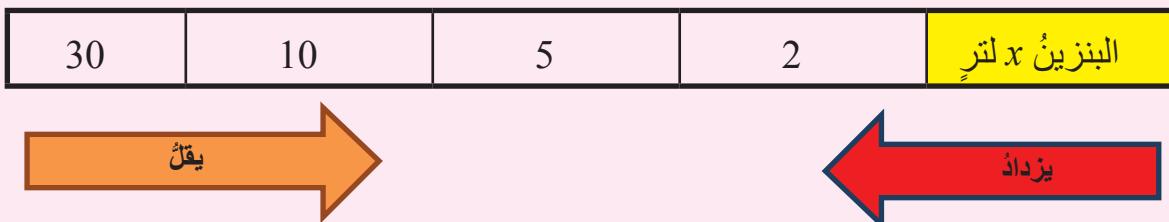
- ما معادلة هذا التناوب؟

- كم لترًا من البنزين تحتاج السيارة لقطع مسافة 500km؟

ماذا سأتعلم؟

- أتعرّفُ التناوب الطردي.
- أجذ ثابت التناوب.
- أكتب معادلة التناوب.

لاحظ أنَّ عدد لترات البنزين يزداد مع زيادة عدد الكيلومترات المقطوعة؛ أي إنَّه كلما زادت المسافة المقطوعة زاد عدد لترات البنزين اللازمه، والعكس صحيح.



وهذا يُسمى التناوب الطردي؛ لذا، يجب أن تكون العلاقة بين المتغيرين y , x كما يأتي:

$$\frac{y}{x} = \frac{20}{2} = \frac{50}{5} = \frac{100}{10} = \frac{300}{30} = 10 = k$$

أي إنَّ حاصل القسمة ينتج عدداً ثابتاً في كل مرّة، وهو ما يُسمى ثابت التناوب. إذن:



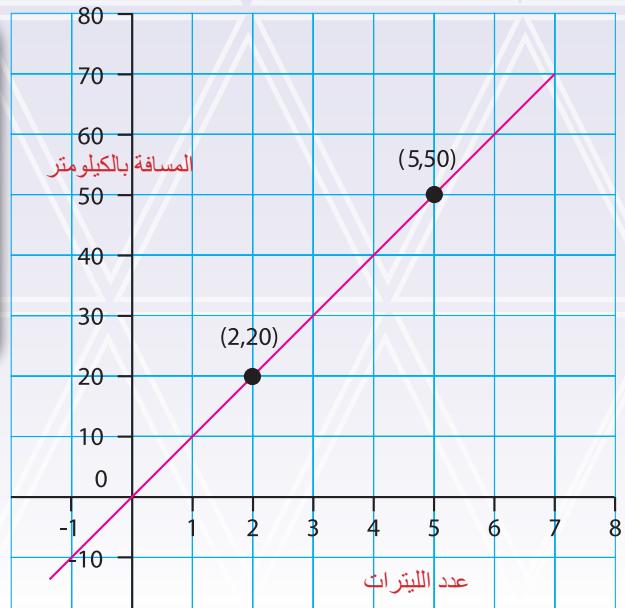
$$\frac{y}{x} = k \longrightarrow y = kx$$

وهي معادلة التناوب الطردي.

إذا مثّلت النقاط على المستوى البياني ووصلت بينها بخطٍ مستقيم؛ فسينتج الشكل الآتي:

الاحظ أنَّ الخطَّ المستقيم يمرُّ بالنقطة $(0,0)$ فهو تناصُبٌ. كما يمكنني إيجاد قيمة ثابت التناصُب من الرسم، بحيث أقسم قيمة الإحداثي y لأيِّ نقطةٍ على المستقيم على إحداثيها x .

معلومة
ثابت التناصُب هو معدَّل الوحدة لهذه العلاقة.



معلومة

التناسُبُ الطرديُّ: علاقَةٌ بينَ المتغيرَين y ، x تكونُ فيها النسبة $y:x$ ثابتاً بحيث $\frac{y}{x} = k$ ويُسمى k ثابت التناصُب، وتكونُ معادلة التناصُب هي: $y=kx$.

أحاوْن

أدرسُ الجدول الآتي، ثمَّ أكملُ الفراغاتِ في الجملِ التاليةِ له:

y	10	12	14
x	5	6	7

- نوع التناصُب بينَ المتغيرَين x,y هو:

- قيمة ثابت التناصُب $k =$

- معادلة التناصُب هي:

ثالثاً: التناسب العكسيٌ

يُمثل الجدول الآتي عدد العمال x وعدد الأيام y اللازمة لإنجاز العمل نفسه:

8	4	2	عدد العمال x
3	6	12	عدد الأيام y

- ما التناسب بين المتغيرين y , x ؟
- ما معادلة هذا التناسب؟
- كم يوماً يحتاج 10 عمال لإنجاز العمل؟

ماذا سأتعلم؟

- أتعرّف التناسب العكسي.
- أجده ثابت التناسب.
- أكتب معادلة التناسب.

الاحظ أن عدد العمال يزداد مع نقصان عدد الأيام؛ أي إنّه كلما زاد عدد العمال قلّ عدد الأيام اللازمة لإنجاز العمل.

8	4	2	عدد العمال x
---	---	---	----------------



3	6	12	عدد الأيام y
---	---	----	----------------



وهذا يسمى التناسب العكسي؛ لذا، يجب أن تكون العلاقة بين المتغيرين y , x كما يأتي:

$$y \times x = 2 \times 12 = 4 \times 6 = 8 \times 3 = 24 = k$$

أي إن حاصل الضرب ينتج عدداً ثابتاً في كل مرّة، وهو ما يسمى ثابت التناسب. إذن:

$$y \times x = k \longrightarrow y = \frac{k}{x}$$

وهي معادلة التناسب العكسي.



معلومة

التناسب العكسي: علاقه بين المتغيرين y, x تكون فيها النسبة $y:x$ ثابته، بحيث: $y \times x = k$ ويسماى k ثابت التناسب، وتكون معادله التناسب هي $y = \frac{k}{x}$.

أحوال

ادرس الجدول الآتى، ثم أكمل الفراغات في الجمل التالية له:

y	10	12	14.4
x	7.2	6	5

- نوع التناسب بين المتغيرين y, x هو:

- قيمة ثابت التناسب $k =$

- معادلة التناسب هي:

المجال الأعداد والعمليات

المحور الأعداد النسبية والعمليات

التقسيم التناصي

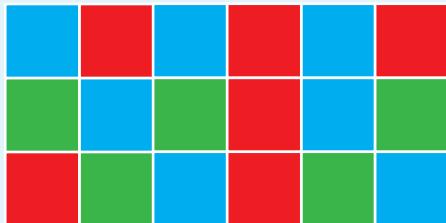
- أُوْظِفُ التقسيم التناصيّ؟
لحلّ مسائل حياتيّة.

- أَسْتَعْمِلُ التقسيم التناصيّ فِي
إيجادِ نصيبِ الفردِ، حسَبَ
إسهامِهِ مَعَ عدِّ مَنِ الْأَفْرَادِ.

رابعاً : التقسيم التناصبيٌ

اللون المستطيل.

يملك ياسر عدداً من المربعات الزرقاء، وتملك مها عدداً من المربعات الخضراء، ويملك صلاح عدداً من المربعات الحمراء. أسماء كل منهم بعدي من المربعات لتلوين مستطيل كما في الشكل ومساحته 90cm^2 .



أجد ما يأتي:

(1) إسهام خالد في عدد المربعات.

(2) إسهام مها في عدد المربعات.

(3) إسهام صلاح في عدد المربعات.

(4) نسبة إسهام خالد إلى مها إلى صلاح في المستطيل.

(5) إذا قرروا قص المستطيل بحيث يحصل كل منهم على جزء مساحته حسب إسهامه؛ فكم نصيب كل منهم؟

ماذا سأتعلم؟

استعمل مفهوم التقسيم التناصبي لإيجاد نصيب الأفراد.

مثال: أجد حل الأسئلة الواردة في سؤال ألوان المستطيل.

الحل

اللون	الاسم	عدد المربعات
الأزرق	خالد	7
الأخضر	مها	5
الأحمر	صلاح	6
المستطيل		18

(4) نسبة إسهام خالد إلى مها إلى صلاح في المستطيل = $7 : 5 : 6$.

(5) كي أجد نصيب كل منهم في مساحة المستطيل؛ استعمل التقسيم التناصبي حسب الخطوات الآتية:

أ) عدد المربعات الكلي (يسمى مجموع الحصص): $7+5+6=18$

ب) لإيجاد مساحة المربع الواحد؛ أقسم مساحة المستطيل على عدد المربعات:

(المساحة الكلية على عدد الحصص، يعطي الحصة الواحدة).

ج) أجد نصيب كل منهم بضرب عدد الحصص في مقدار الحصة الواحدة:

$$7 \times 5 = 35\text{cm}^2$$

نصيب خالد

$$5 \times 5 = 25\text{cm}^2$$

نصيب مها

$$6 \times 5 = 30\text{cm}^2$$

نصيب صلاح

مثال: وزَعَ رَجُلٌ مَبْلَغَ JD 30000 عَلَى 3 لِجَانٍ زَكَاةً فِي 3 مَنَاطِقٍ مُخْتَلِفَةً بِنَسْبَةِ 2 : 3 : 5. أَجِدْ نَصِيبَ كُلِّ لِجَنَّةِ.

الحل:

$$1) \text{مجموع الحصص: } 5 + 3 + 2 = 10$$

$$2) \text{مقدار الحصة الواحدة: } 30000 \div 10 = \text{DJ} 3000$$

3) أَضْرِبْ مقدارَ الحصَّةِ الْوَاحِدَةِ بِنَصِيبِ كُلِّ لِجَنَّةِ:

أ) لِجَنَّةِ الزَّكَاةِ الْأُولَى: $3000 \times 5 = \text{DJ} 15000$

ب) لِجَنَّةِ الزَّكَاةِ الثَّانِيَةِ: $3000 \times 3 = \text{DJ} 9000$

ج) لِجَنَّةِ الزَّكَاةِ الْثَالِثَةِ: $3000 \times 2 = \text{DJ} 6000$

للتحقق من صحة الحل: أجمع نصيبَ كُلِّ مِنْهُمْ وَيَجِدُ أَنْ يُسَاوِي الْمَبْلَغَ كَامِلًا:

$$15000 + 9000 + 6000 = 30000 \quad \text{إذن: الحل صحيح.}$$

أحوال

1) تَوَفَّى رَجُلٌ عَنْ تِرِكَةٍ مُقدارُهَا 18600 دِينارٍ، وَلَهُ ولَدٌانِ وَبَنْتَانِ. أَجِدْ نَصِيبَ كُلِّ مِنْهُمْ مِنَ التِرِكَةِ.

2) أَنْشَأَ 5 تَجَارٍ شَرِكَةً لِلنَّفْلِ بِرَأْسِ مَالٍ 876000 دِينارٍ، بِنَسْبَةِ 1:2:2:3:4. فِي نَهَايَةِ الْعَامِ، حَقَّقَتِ الشَّرِكَةُ أَرْبَاحًا مُقدارُهَا 45000 دِينارٍ. أَجِدْ نَصِيبَ كُلِّ وَاحِدٍ مِنَ الشَّرِكَاءِ مِنَ الْأَرْبَاحِ.

المجالُ الهندسَةُ والقياسُ

المحورُ الدائِرَةُ

مساحةُ الدائِرَةِ

- أحسبُ مساحةً دائِرَةً.

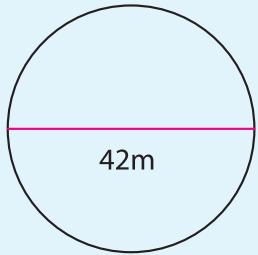
- أجُدُّ مساحةً دائِرَةً التي
نصفُ قطرِها .20cm

محيطُ الدائِرَةِ

- أحسبُ محيطَ دائِرَةً.

- أجُدُّ محيطَ دائِرَةً التي
طولُ قطرِها .21cm

أولاً: محيط الدائرة



حديقة دائريّة الشكل طول قطرها يُساوي 42م، يُريد مالكها إحاطتها بسياج ما طول السياج اللازم لإحاطة الحديقة؟

ماذا سأتعلّم؟

- أحسب محيط الدائرة.

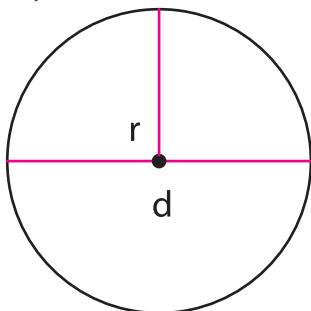
$$\pi = \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{طول قطر الدائرة}}$$

$$\pi = \frac{C}{d}$$

معلومات

النسبة التقريريّة π : نسبة محيط الدائرة إلى طول قطرها.
 $\pi = \frac{22}{7}$ أو $\pi = 3.14$

المحيط: طول الخط الذي يحيط بشكل ثانوي البعد مثل الدائرة أو المربع، وبمعنى آخر: طول السياج المحيط بالحديقة هو محيط الحديقة.



قانون محيط الدائرة:

يُرمز لمحيط الدائرة بالرمز C وبما أن $\pi = \frac{C}{d}$ وعن طريق الضرب التبادلي؛ نجد أن

$C = \pi \times 2r$ أو $C = \pi \times d$ حيث d قطر الدائرة، و r نصف قطر الدائرة.

مثال: أجد محيط الدائرة التي طول قطرها 14cm. أستعمل $\pi = \frac{22}{7}$ تقريرياً.

الحل: صيغة محيط الدائرة :

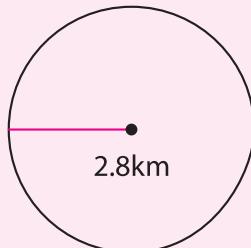
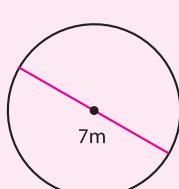
$$= \frac{22}{7} \times 14$$

أعوّض :

أقسم على العوامل المشتركة :

$$= 2 \times 22$$

أجد الناتج :



أحوال

أجد محيط الدائريين المجاورتين:

ثانية: مساحة الدائرة



طاولة دائيرية، طول قطرها 80cm،
ثيريُر غد وضع غطاء عليها.

ما مساحة الغطاء اللازم لغطية سطح الطاولة؟

ماذا سأتعلم؟

- أحسب مساحة الدائرة.

قانون مساحة الدائرة:

يُرمز لمساحة الدائرة بالرمز A.

$$A = \pi r^2$$

مثال: أجد مساحة دائرة نصف قطرها 10cm . حيث $\pi = 3.14$ تقريرًا.

$$A = \pi r^2$$

الحل

$$\simeq 3.14 \times (10)^2$$

$$\simeq 314 \text{ cm}^2$$

أحاوْل



أجد مساحة الدائرة في الشكل المجاور:

المجال تحليل البيانات والاحتمالات

المحور مقاييس النزعة المركزية

المدى

- أجد المدى.

القيمة المتطرفة

- أتعرفُ القيمة المتطرفة.

الوسط الحسابي

- أحسبُ الوسط الحسابي لبياناتٍ مفردةٍ أو منظمةٍ في جداولٍ تكراريةٍ.

أجد المدى للبيانات الآتية:

12,19,11,16,69,12,9,15,18

أحدّد القيمة المتطرفة للبيانات الآتية:

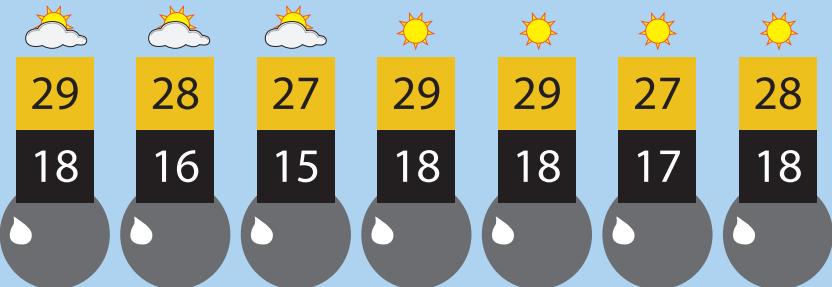
12,19,11,16,69,12,9,15,18

أحسبُ الوسط الحسابي للبيانات الآتية:

12,19,11,16,69,12,9,15,18

الوسط الحسابي

بينما كانت عائلة خلوٰد تتبع النشرة الجويّة، قال المذيع: أمّا معدّل درجات الحرارة غداً، فسيتراوح بإذن الله بين 29 نهاراً و18 ليلاً. وهـنا سأـلت خـلوـد أمـها: ما المقـصـود بـمـعـدـل درـجـاتـ الـحرـارـةـ؟



- أتعرّفُ مقاييسَ النزعةِ
 - المركزيّةِ.
 - أجُدُ الوسطَ الحسابيًّا.
 - أتعرّفُ القيمةَ المتطرفةَ

الوسط الحسابي (المعدل): مجموع القيم مقسوماً على عددها، ويُرمز له بالرمز \bar{x} وتنبرأ \bar{x} بار، وهو من مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استعمالاً. ومقاييس النزعة المركزية تصف مركز البيانات.

$$\bar{x} = \frac{(400+420+400+445+400+425+395+385+405)}{9} = 408.3$$

إذن: الوسط الحسابي = 408.3

(2) إذا علمت أنَّ مدير المصنع يتقاضى أجرًا مقداره 3500 دينارٍ، فأجدُ الوسط الحسابي لِأجورِ العمالِ مع المدير:

أجمعُ القيمة وأقسمُها على عددها:

$$\bar{x} = \frac{(400+420+400+445+400+425+395+385+405+3500)}{10} = 717.5$$

إذن: الوسط الحسابي =

الاحظ أنَّ أجرَ المديرِ أكبرُ بكثيرٍ منْ أجورِ بقيةِ العمالِ، مما أثرَ في قيمةِ الوسطِ الحسابيِّ، وأدى إلى إزاحةِ الوسطِ الحسابيِّ نحوه.

تُسمى القيمةُ الأكبرُ بكثيرٍ أو الأصغرُ بكثيرٍ منْ بقيةِ البياناتِ قيمةً متطرفةً. ومنْ ثمَ، يُعدُّ أجرُ المدير قيمةً متطرفةً.

يمكُنُني وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ **الوسيط**، وهو العددُ الذي يتواضعُ في البياناتِ المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً، عندما يكونُ عددها فردياً، أو هو الوسطُ الحسابيُّ للعدادينِ الأوسطينِ، عندما يكونُ عدد البياناتِ زوجياً.

ترتيبُ أجورِ العمالِ تصاعدياً أو تنازلياً:

3500 , 445 , 425 , 420 , 405 , 400 , 400 , 395 , 385

عددُ البياناتِ زوجيٌّ.

أجدُ أنَّ القيمتينِ 405 و 400 تتوسّطُ القيم.

$$\text{إذن: الوسيطُ هو } \frac{(405+400)}{2} = 402.5$$

ويمكُنُني أيضاً وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ **المنوال**، وهو القيمةُ الأكثرُ تكراراً في البياناتِ. الاحظ أنَّ القيمةُ 400 هي القيمةُ الأكثرُ تكراراً، إذن: المنوال = 400 إنَّ مقاييسَ النزعةِ المركزيةِ تصفُ مركزَ البياناتِ، إلا أنها لا تقدِّمُ أيَّ معلومةٍ عنْ تشتتِ البياناتِ وتبعادِها، ولقياسِ مقدارِ تشتتِ البياناتِ وتبعادِها أستعملُ **المدى**، وهو يُساوي الفرقَ بينَ أكبرِ قيم البياناتِ وأصغرِها.

في المثالِ السابقِ، أجدُ المدى في الحالتينِ:
أولاً: أجورُ العمالِ فقطُ:

أكبرُ القيمةِ هي 445، وأصغرُ القيمةِ هي 385، إذن: المدى: $60 = 445 - 385$

ثانياً: أجورُ العمالِ معَ أجرِ المديرِ:

أكبرُ القيمةِ هي 3500، وأصغرُ القيمةِ هي 385، إذن: المدى: $3115 = 3500 - 385$

إذن: أجورُ العمالِ فقطُ أكثرُ تجانساً منْ أجورِ العمالِ معَ أجرِ المديرِ؛ لأنَّ قيمةَ المدى لأجورِهم أقلُ.

مثال: سألت مدربة النادي الصيفي المشاركين عن أعمارهم ونظمت البيانات في الجدول التكراري الآتي، أجد ما يأتي:

التكرار	أعمار المشاركين
11	2
12	2
13	5
14	4
15	1

(1) الوسط الحسابي لهذه البيانات:

الطريقة (1)

أجمع القيم وأقسمها على عددها

$$\bar{x} = \frac{(11+11+12+12+13+13+13+13+13+14+14+14+14+15)}{14} = \frac{(182)}{14} = 13$$

إذن: الوسط الحسابي = 13.

الطريقة (2)

يمكنني إيجاد مجموع القيم؛ بضرب كل منها بتكرارها، كما في الجدول الآتي:

أقسم مجموع نواتج الضرب، على مجموع التكرارات:

التكرار	أعمار المشاركين	التكرار × أعمار المشاركين
11	2	$11 \times 2 = 22$
12	2	$12 \times 2 = 24$
13	5	$13 \times 5 = 65$
14	4	$14 \times 4 = 56$
15	1	$15 \times 1 = 15$
المجموع	14	182

$$\bar{x} = \frac{182}{14} = 13$$

وهي القيمة نفسها التي حصلت عليها في الطريقة الأولى.

(2) الوسيط:

أرتّب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً.

عدد البيانات فردي: 15 14 13 12 11

إذن: الوسيط = 13

(3) المنوال:

الأكثر تكراراً: بالنظر إلى الجدول أجد أنَّ العمر الأكثر تكراراً هو 13. إذن: المنوال = 13.

(4) المدى: أكبر قيمة - أصغر قيمة: $15 - 11 = 4$

أحاوٌ

إذا انضمَّ 7 مشاركيَّن في عمرِ 10 سنواتِ، فلُرِتُّ البياناتِ في جدولِ تَكْراريٍّ، ثُمَّ أَجَدُ الوسْطَ الحسابيَّ والوسيطَ والمنوالَ والمدى.



المجال تحليل البيانات والاحتمالات

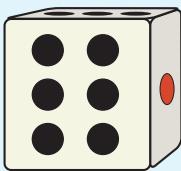
المحور الاحتمالات

الاحتمالات

- أحسب احتمال وقوع
الحدث.

النواتج الممكنة	أمثلة على التجارب العشوائية
صورة، كتابة	إلقاء قطعة نقد معدنية.
1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6	إلقاء حجر نرد منظم.
1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10	سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متتماثلة مرقمة من (10 - 1)
أصفر، أخضر، أحمر، أزرق.	سحب كرة عشوائياً من كيس يحتوي على كرات متتماثلة في الحجم لوانها: أصفر، أخضر، أحمر، أزرق.

في تجربة إلقاء حجر النرد وملاحظة الوجه العلوي له، ما احتمال ظهور عدد زوجي عند إلقائه؟ وهل يمكن ظهور العدد 7 على الوجه العلوي؟



ماذا سأتعلم؟

- أحسب احتمال وقوع الحادث.

الفضاء العيني: مجموعة كل النواتج المتوقعة حدوثها، عند إجراء تجربة عشوائية ما. أمثلة على الفضاء العيني:

الفضاء العيني في تجربة إلقاء قطعة نقد معدنية، هو مجموعة كل النواتج الممكنة: {صورة، كتابة} = Ω وعدد النواتج الممكنة هو 2
في تجربة إلقاء حجر النرد مرّة واحدة؛ فإن مجموعة النواتج المتوقعة حدوثها هي: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

الحادث: ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، ويُرمز له بأحد الأحرف مثل A.

احتمال الحادث: فرصة وقوعه، ويُرمز له بالرمز P(A)، وهو نسبة عدد عناصر الحادث إلى عدد النواتج الممكنة جميعها (الفضاء العيني).

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

احتمال عدم وقوع الحادث:

إذا كان احتمال وقوع الحادث A يساوي P(A)، فإن احتمال عدم وقوع الحادث يساوي $1 - P(A)$.

عند إلقاء حجر النرد، تكون فرصة ظهور أحد الأعداد 1، 2، 3، 4، 5، 6 متساوية، إذ إن كل عدد من هذه الأعداد له وجه واحد فقط؛ لذا، تسمى نواتج هذه التجربة نواتج متساوية الاحتمال.

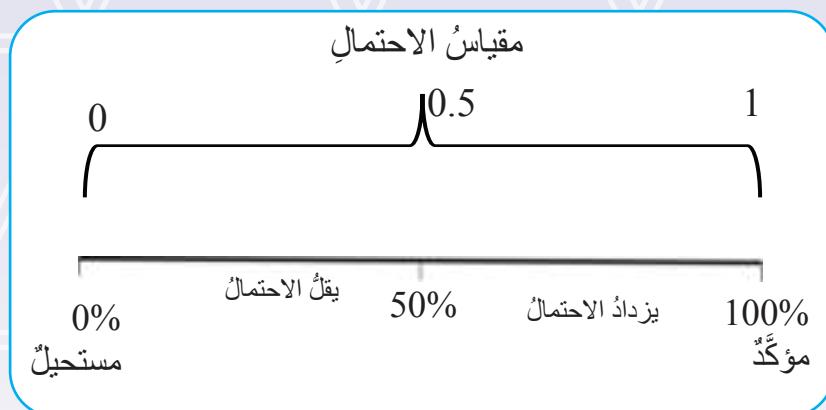
أما الحادث فهو مجموعة جزئية من الفضاء العيني، وقد يتكون من ناتج واحد أو أكثر من النواتج الممكنة، فمثلاً: ظهور عدد زوجي عند إلقاء حجر النرد يشمل 3 نواتج 2، 4، 6 ومن ثم، فإن احتماله يكون

$$P(\text{ظهور عدد زوجي}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

تكون النسبة 0% إذا كان الحادث لا يمكن أن يقع، فمثلاً: ظهور عدد أكبر من 7 عند إلقاء حجر النرد حادث مستحيل فتكون النسبة 0%.

أما النسبة 100% فتعني أن الحادث سوف يقع بالتأكيد، فظهور عدد أقل من 7 حادث أكيد؛ لأن النواتج الممكنة جميعها أقل من 7.

ويكون احتمال وقوع حادثٍ بينَ هاتين النسبتينِ، كما يظهرُ في مقياسِ الاحتمالِ أدناه:



مثال: لدى رامي صندوقٌ يحتوي على 12 كرةً متماثلةً في الحجم؛ 6 زرقاء، و4 صفراء، واثنتان حمراء. إذا سحبَ كرةً عشوائياً منها. فأجدُ ما يأتي:

(1) احتمال سحبِ كرةٍ حمراء:

عدد النواتج الممكنة لهذه التجربة العشوائية يُساوي 12، وعدد عناصرِ الحادثِ يُساوي 2؛ لأنَّ عدد الكراتِ الحمراء هو 2.

$$P(\text{حمراء}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

(2) احتمال سحبِ كرةٍ ليستْ صفراءً:

عدد عناصرِ هذا الحادثِ هو 8؛ لأنَّ الصندوقَ فيه 8 كراتٍ ليستْ صفراءً.

$$P(\text{ليستْ صفراءً}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

يمكننا إيجادُ هذا الاحتمال بالطرح من 1.

$$(صفراءً) = 1 - P(\text{ليستْ صفراءً})$$

$$1 - P(\text{صفراءً}) = 1 - \frac{4}{12}$$

$$\frac{12}{12} = \frac{4}{12} - \frac{8}{12} = \frac{2}{3} =$$

(3) احتمال سحبِ كرةٍ بيضاءً:

عدد عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 0؛ لأنَّ الصندوقَ لا يحتوي على أيِّ كرةٍ بيضاءً.

$$P(\text{بيضاءً}) = \frac{0}{12} = 0$$

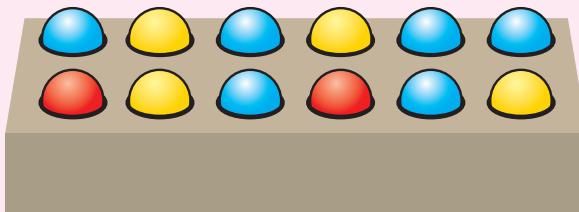
(4) احتمال سحبِ كرةٍ صفراءً أوْ حمراءً:

عدد عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 6؛ لأنَّ الصندوقَ فيه كرتانِ حمراوتانِ و4 كراتٍ صفراءً ومجموعُها 6.

$$P(\text{صفراءً أوْ حمراءً}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

نلاحظُ منَ المثالِ السابقِ، أنَّ فرصةَ ظهورِ كرةٍ صفراءً يختلفُ عنْ فرصةِ ظهورِ كرةٍ حمراءً، ويختلفُ أيضاً عنْ فرصةِ ظهورِ كرةٍ زرقاءً؛ لأنَّ عددَ الكراتِ منْ كلِّ لونٍ غيرُ متساوٍ؛ لذا، تُسمى نواتجُ هذهِ التجربةِ غيرَ متساويةِ الاحتمالِ.

أحاوٌ



بناءً على الصندوق في المثال السابق، أجدُ ما يأتي:

- 1) احتمال سحب كرٍّ خضراءٍ أو صفراءٍ.
2) احتمال سحب كرٍّ زرقاءٍ أو صفراءٍ.
3) احتمال سحب كرٍّ ليسْ حمراءٍ.
4) احتمال سحب كرٍّ ليسْ خضراءٍ.

التقويم الختامي



(1) بطاقاتٌ مرقمةٌ من (1 – 5)، سُحبَت بطاقةٌ منها عشوائياً. أجدُ ما يأتي:



أ) احتمال ظهور العدد 5.

ب) احتمال عدم ظهور العدد 3.

ج) احتمال ظهور عدد زوجيٍّ.

د) احتمال ظهور عدد يقع بين (6 – 0).

(2) إذا كان احتمال اختيار طالبٍ من طلبة الصف السابع يرتدي نظارةً هو 0.1، فما احتمال اختيار طالبٍ لا يرتدي نظارةً؟



انتهى بحمد الله تعالى

