أساسيات الرياضيات لطلاب و طالبات الفرع العلمي

تم بحمد الله و توفيقه إعداد الجزء الأول من دوسية تأسيس مادة الرياضيات شاملة لعدد كبير من أساسيات و مهارات الرياضيات للفرع العلمي...

نسأل الله عز و جل أن ينفع بها زملاءنا المعلمين و طلابنا الأعزاء و أن يجعل من جهدنا المبذول في إعدادها منارة تضيء الطريق لطلاب و طالبات الفرع العلمي إن شاء الله تعالى ...

من المهارات الرياضية التي تحويها هذه الدوسية بشرح مفصل

قاعدة الفرق بين مربعين	قاعدة الفرق بين مكعبين
قاعدة مجموع مكعبين	المرافق التربيعي
المرافق التكعيبي	قاعدة فك التربيع
قاعدة فك التكعيب	نظرية الباقي والعوامل

تحليل المعادلة التربيعية حيث معامل $س^{٢}$ يساوي ١

تحليل المعادلة التربيعية حيث معامل $س^{٢}$ لا يساوي ١

مميز العبارة التربيعية: $ه(س) = أ س^{٢} + ب س + ج$ $\quad أ \neq ٠$

القانون العام لحل العبارة التربيعية

القسمة الطويلة	القسمة التركيبية

كثيرات الحدود

توحيد المقامات (جمع الكسور و طرحها)

اقتران القيمة المطلقة

اقتران أكبر عدد صحيح أقل أو يساوي س

للحصول على الجزء الثاني التواصل عبر الواتس

أساسيات الرياضيات لطلاب و طالبات الفرع العلمي:

قاعدة الفرق بين مربعين :

$أ^{٢} - ب^{٢} = (أ - ب)(أ + ب)$ (الأول-الثانى)(الأول +الثانى)

الأمثلة :

١) $س^{٢} - ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$

٢) $س^{٢} - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$

٣) $س^{٢} - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$

٤) $٢س^{٢} - ٧٢ = ٢(س^{٢} - ٣٦) = ٢(س - ٦)(س + ٦)$

٥) $٣س^{٢} - ٤٨ = ٣(س^{٢} - ١٦) = ٣(س - ٤)(س + ٤)$

٦) $س^{٢} - ١ = (س - ١)(س + ١)$

٧) $\frac{٤}{٩}س^{٢} - ٢٥ = (\frac{٢}{٣}س - ٥)(\frac{٢}{٣}س + ٥)$

٨) $س^{٤} - ١٦ = (س^{٢})^{٢} - (٤)^{٢} = (س^{٢} - ٤)(س^{٢} + ٤)$
$= (س - ٢)(س + ٢)(س^{٢} + ٤)$

لاحظ : لا يوجد تحليل للعبارة التربيعية $(س^{٢} + أ^{٢})$

٩) $س^{٤} - ١ = (س^{٢})^{٢} - (١)^{٢} = (س^{٢} - ١)(س^{٢} + ١)$
$= (س - ١)(س + ١)(س^{٢} + ١)$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

١٠) $\frac{١٦}{٨١}س^{٤}-١=(\frac{٤}{٩}س^{٢})^{٢}-(١)^{٢}=(\frac{٤}{٩}س^{٢}-١)(\frac{٤}{٩}س^{٢}+١)$

$=(\frac{٢}{٣}س-١)(\frac{٢}{٣}س+١)(\frac{٤}{٩}س^{٢}+١)$

ملاحظة : $|\sqrt{٥}|^{٢}=(|\sqrt{٥}|)^{٢}$ ، $|\sqrt{٥}|\geq ٠$ لذلك $|\sqrt{٥}|=\sqrt{٥}$

١١) $س^{٢}-٥=س^{٢}-(\sqrt{٥})^{٢}=(س-\sqrt{٥})(س+\sqrt{٥})$

١٢) $(٣س+١)^{٢}-٢٥=((٣س+١)-٥)((٣س+١)+٥)$

$(٣س+١-٥)(٣س+١+٥)=(٣س-٤)(٣س+٦)=٣\times(س-٤)(س+٢)$

ومن الممكن الحل بطريقة أخرى ...

١٣) $١٦-(٤س-١)^{٢}=٤^{٢}-(٤س-١)^{٢}=(٤-(٤س-١))(٤+(٤س-١))$

$=(٤-٤س+١)(٤+٤س-١)=(٥-٤س)(٣+٤س)$

١٤) جتا^{٢}س -جا^{٢}س = (جتاس - جاس)(جتاس + جاس)

سيتم شرح المتطابقات لاحقا إن شاء الله تعالى

تذكر : جتا٢س =جتا^{٢}س -جا^{٢}س ... ستدرس لاحقاً

١٥) قا^{٢}س -ظا^{٢}س = (قاس - ظاس)(قاس + ظاس)

تذكر : قا^{٢}س -ظا^{٢}س =١ ... ستدرس لاحقاً

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

١٦) ظتا^{٢}س - قتا^{٢}س = (ظتاس - قتاس)(ظتاس + قتاس)

تذكر : قتا^{٢}س - ظتا^{٢}س = ١ ... ستدرس لاحقاً

١٧) ١ - جتا^{٢}س = (١ - جتاس)(١ + جتاس)

١٨) جا^{٢}س - ١ = (جاس - ١)(جاس + ١)

تذكر :

جا^{٢}س + جتا^{٢}س = ١ ⇐ { جا^{٢}س = ١ - جتا^{٢}س ، جتا^{٢}س = ١ - جا^{٢}س } ... ستدرس لاحقاً

١٩) ٢ جتا^{٢}س - ١ = (√٢ جتاس - ١)(√٢ جتاس + ١)

٢٠) ١ - ٢ جا^{٢}س = (١ - √٢ جاس)(١ + √٢ جاس):

تذكر : جتا٢س = { جتا^{٢}س - جا^{٢}س ، ٢ جتا^{٢}س - ١ ، ١ - ٢ جا^{٢}س } ... ستدرس لاحقاً

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

قاعدة الفرق بين مكعبين

$أ^{٣} - ب^{٣} = (أ - ب)(أ^{٢} + أب + ب^{٢})$ (الأول-الثاني)(الأول تربيع + الأول في الثاني + الثاني تربيع)

الأمثلة :

١) $س^{٣} - ٢٧ = (س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)$

٢) $٨ - س^{٣} = (٢ - س)(٤ + ٢س + س^{٢})$

٣) $١ - ٣س = (١ - س)(١ + س + س^{٢})$

٤) $س^{٤} - ٦٤س = س(س^{٣} - ٦٤) = س(س - ٤)(س^{٢} + ٤س + ١٦)$

٥) $(٣س - ٢)^{٣} - ١٢٥ =$

$= (٣س - ٢)^{٣} - ٥^{٣}$

$= ((٣س - ٢) - ٥)((٣س - ٢)^{٢} + ٥(٣س - ٢) + ٢٥)$

$= (٣س - ٧)((٣س - ٢)^{٢} + ٥(٣س - ٢) + ٢٥)$

٦) $٦٤ - (٢س - ٥)^{٣} =$

$= ٤^{٣} - (٢س - ٥)^{٣}$

$= (٤ - (٢س - ٥))(١٦ + ٤(٢س - ٥) + (٢س - ٥)^{٢})$

$= (٤ - ٢س + ٥)(١٦ + ٤(٢س - ٥) + (٢س - ٥)^{٢})$

$= (١ - ٢س)(١٦ + ٤(٢س - ٥) + (٢س - ٥)^{٢})$

٧) $نو^{٣} - ر^{٣} = (نو - ر)(نو^{٢} + نو ر + ر^{٢})$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

٨) $(س + هـ)^{٣} - س^{٣} = ((س + هـ) - س)((س + هـ)^{٢} + س \times (س + هـ) + هـ^{٢})$

$= (س + هـ - س)((س + هـ)^{٢} + س(س + هـ) + هـ^{٢})$

$= (هـ)((س + هـ)^{٢} + س(س + هـ) + هـ^{٢})$

قاعدة مجموع مكعبين

$أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب)(أ^{٢} - أ ب + ب^{٢})$ (الأول + الثاني)(الأول تربيع - الأول في الثاني + الثاني تربيع)

الأمثلة :

١) $س^{٣} + ٢٧ = (س + ٣)(س^{٢} - ٣س + ٩)$

٢) $٨س^{٣} + ١٢٥ = (٢س)^{٣} + ٥^{٣} = (٢س + ٥)((٢س)^{٢} - ٥ \times ٢س + ٢٥)$

$= (٢س + ٥)(٤س^{٢} - ١٠س + ٢٥)$

٣) $\frac{١}{٢٧}س^{٣} + ٦٤ = ((\frac{١}{٣}س)^{٣} + ٤^{٣}) = (\frac{١}{٣}س + ٤)((\frac{١}{٣}س)^{٢} - ٤ \times \frac{١}{٣}س + ٢٤)$

$= (\frac{١}{٣}س + ٤)(\frac{١}{٩}س^{٢} - \frac{٤}{٣}س + ١٦)$

٤) $(٢س - ١)^{٣} + ١٠٠٠ = (٢س - ١)^{٣} + ١٠^{٣})$

$= (١٠ + (٢س - ١))((٢س - ١)^{٢} - ١٠ \times (٢س - ١) + ١٠٠)$

$= (١١ - ٢س)((٢س - ١)^{٢} + ١٠(٢س - ١) + ١٠٠)$

٥) $(٢س - ١)^{٣} + ٨ = ((٢س - ١)^{٣} + ٢^{٣}) = ((٢س - ١) + ٢)((٢س - ١)^{٢} - ٢(٢س - ١) + ٤)$

$= ((٢س + ١)((٢س - ١)^{٢} - ٢(٢س - ١) + ٤)$

MOHAMMAD ZAKI AL DOW

٦) $س^{٦} + \frac{٦٤}{٢٧} = (س٢)^{٣} + (\frac{٤}{٣})^{٣} =$

$(س٢ + \frac{٤}{٣})(س٤ - \frac{٤}{٣} \times س٢ + (\frac{٤}{٣})^{٢}) = (س٢ + \frac{٤}{٣})(س٤ - \frac{٤}{٣} س٢ + \frac{١٦}{٩})$

٧) $س^{٦} + ١ = (س٢)^{٣} + ١^{٣} = (س٢ + ١)((س٢)^{٢} - ١ \times س٢ + ٢١) = (س٢ + ١)(س٤ - س٢ + ١)$

٨) $جا^{٣}س + ١ = (جاس + ١)(جا^{٢}س - ١ \times جاس + ١) = (جاس + ١)(جا^{٢}س - جاس + ١)$

المرافق التربيعي :

يسمى المقدار $(س - ص)$ مرافقا تربيعيا للمقدار $(س + ص)$

كما يسمى المقدار $(\sqrt{هـ(س)} - ك)$ مرافقا تربيعيا للمقدار $(\sqrt{هـ(س)} + ك)$

و يستخدم المرافق التربيعي للتخلص من الجذر التربيعي في معظم الأحيان في فكرة حل النهايات باستخدام الضرب بالمرافق التربيعي .

$(\sqrt{هـ(س)} - ك)(\sqrt{هـ(س)} + ك) = هـ(س) - (ك)^{٢}$

الأمثلة :

اكتب المرافق التربيعي للمقادير التالية مصحوبا بناتج الضرب و التحليل بعد ذلك إن أمكن :

١) $(\sqrt{س} - ٢)$:

$(\sqrt{س} - ٢)(\sqrt{س} + ٢) = س - ٤$

٢) $(\sqrt{س + ٢} - ٥)$:

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$$(\sqrt{س+٢}\ -٥)(\sqrt{س+٢}-٥)=س+٢-٢٥=س-٢٣$$

٣) $(\sqrt{س-٣}\ -٤)$:

$$(\sqrt{س-٣}-٤)(\sqrt{س-٣}+٤)=س-٣-١٦=س-١٩$$

٤) $(\sqrt{٢س+٥}\ -٣)$:

$$(\sqrt{٢س+٥}\ -٣)(\sqrt{٢س+٥}+٣)=٢س+٥-٩=٢س-٤=٢(س-٢)$$

٥) $(\sqrt{١٢-٤س}\ -٢)$:

$$(\sqrt{١٢-٤س}-٢)\ (\sqrt{١٢-٤س}+٢)=١٢-٤س-٤=٨-٤س=٤(٢-س)$$

٦) $(\sqrt{١٤-٥س}\ -٣)$:

$$(\sqrt{١٤-٥س}\ -٣)(\sqrt{١٤-٥س}\ +٣)=١٤-٥س-٩=٥-٥س=٥(١-س)$$

٧) $(٥-\sqrt{٧+٦س})$:

$$(٥-\sqrt{٧+٦س})(\sqrt{٧+٦س}+٥)=٢٥-(٧+٦س)$$
$$=٢٥-٧-٦س=١٨-٦س=٦(٣-س)$$

٨) $(٥-\sqrt{٤١-٤س^{٢}})$:

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$$(٥ - \sqrt{٤س^٢ - ٤١})(٥ + \sqrt{٤س^٢ - ٤١}) = ٢٥ - (٤س^٢ - ٤١) =$$
$$٢٥ - ٤١ + ٤س^٢ = ٤س^٢ - ١٦ = ٤(س^٢ - ٤) = ٤(س - ٢)(س + ٢)$$

٩) $(٥ - \sqrt{٣س + ١٧})$:

$$(٥ - \sqrt{٣س + ١٧})(٥ + \sqrt{٣س + ١٧}) = ٢٥ - (٣س + ١٧)$$
$$= ٢٥ - ٣س - ١٧ = ٨ - س^٣ = (٢ - س)(٤ + ٢س + س^٢)$$

١٠) $(٥ - ٢\sqrt{٣س})$:

$$(٥ - ٢\sqrt{٣س})(٥ + ٢\sqrt{٣س}) = ٢٥ - ٤س^٣$$

١١) $(س\sqrt{س + ١} - ٢)$:

$$(س\sqrt{س + ١} - ٢)(س\sqrt{س + ١} - ٢) = ٢س(س + ١) - ٤ = س^٣ + ٢س - ٤$$

١٢) $(\sqrt{٢س^٢ + ١٢} - ٢س)$:

$$(\sqrt{٢س^٢ + ١٢} - ٢س)(\sqrt{٢س^٢ + ١٢} + ٢س) = ٢س^٢ + ١٢ - ٤س^٢$$
$$= ١٢ - ٣س^٢ = ٣(٤ - س^٢) = ٣(٢ - س)(٢ + س)$$

١٣) $(\sqrt{٢س^٢ - ١٢} - \sqrt{٢س - ٤})$:

$$= (\sqrt{٢س - ٤} + \sqrt{٢س^٢ - ١٢})(\sqrt{٢س - ٤} - \sqrt{٢س^٢ - ١٢})$$
$$(٢ + س)(٤ - س) = ٨ - ٢س - ٢س^٢ = (٤ + ٢س - ١٢ - ٢س^٢) = (٢س - ٤) - (١٢ - ٢س^٢)$$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

المرافق التكعيبي :

يسمى المقدار $(س^{٢} + س ص + ص^{٢})$ مرافقا تكعيبيا للمقدار $(س - ص)$

كما يسمى المقدار $(\sqrt[٣]{هـ(س)})^{٢} + (ب) \times (\sqrt[٣]{هـ(س)}) + (ب)^{٢}$ مرافقا تكعيبيا للمقدار $(\sqrt[٣]{هـ(س)} - ب)$

كما يسمى المقدار $(\sqrt[٣]{هـ(س)})^{٢} - (ب) \times (\sqrt[٣]{هـ(س)}) + (ب)^{٢}$ مرافقا تكعيبيا للمقدار $(\sqrt[٣]{هـ(س)} - ب)$

و يستخدم المرافق التكعيبي للتخلص من الجذر التكعيبي في معظم الأحيان في فكرة حل النهايات باستخدام الضرب بالمرافق التكعيبي

$$(\sqrt[٣]{هـ(س)} - ب)(\sqrt[٣]{هـ(س)})^{٢} + (ب) \times (\sqrt[٣]{هـ(س)}) + (ب)^{٢}) = هـ(س) - ب^{٣}$$

$$(\sqrt[٣]{هـ(س)} + ب)(\sqrt[٣]{هـ(س)})^{٢} - (ب) \times (\sqrt[٣]{هـ(س)}) + (ب)^{٢}) = هـ(س) + ب^{٣}$$

الأمثلة :

اكتب المرافق التكعيبي للمقادير التالية مصحوبا بناتج الضرب و التحليل بعد ذلك (إن أمكن) :

١) $(\sqrt[٣]{س} - ٢)$:

$$(\sqrt[٣]{س} - ٢)((\sqrt[٣]{س})^{٢} + ٢ \times \sqrt[٣]{س} + ٤) = س - ٨$$

٢) $(\sqrt[٣]{٢س + ٢} - ٣)$:

$$(\sqrt[٣]{٢س + ٢} - ٣)((\sqrt[٣]{٢س + ٢})^{٢} + ٣ \times \sqrt[٣]{٢س + ٢} + ٩) =$$

$$(س + ٥)(س - ٥) = س^{٢} - ٢٥ = ٢س + ٢ - ٢٧$$

MOHAMMED ZAKI AL-DOW

٣) $(-٤ \sqrt[٣]{س - ٢س})$:

$$(-٤ \sqrt[٣]{س - ٢س})(١٦ + ٤ \times \sqrt[٣]{س - ٢س} + (\sqrt[٣]{س - ٢س})^{٢}) =$$
$$س + ٢س - ٦٤ = (س - ٢س) - ٦٤$$

٤) $(٢س - \sqrt[٣]{٢ - ٢س})$:

$$(٢س - \sqrt[٣]{٢ - ٢س})(٤س^{٢} + ٢س \times \sqrt[٣]{٢ - ٢س} + (\sqrt[٣]{٢ - ٢س})^{٢}) =$$
$$٨س^{٣} - (٢ - ٢س) = ٨س^{٣} - ٢ + ٢س$$

٥) $(\sqrt[٣]{٣س + ٥} - \sqrt[٣]{٧س^{٢} + ١})$:

$$(\sqrt[٣]{٣س + ٥} - \sqrt[٣]{٧س^{٢} + ١})((\sqrt[٣]{٣س + ٥})^{٢} + \sqrt[٣]{٣س + ٥} \times \sqrt[٣]{٧س^{٢} + ١} + (\sqrt[٣]{٧س^{٢} + ١})^{٢})$$
$$= (٣س + ٥) - (٧س^{٢} + ١) = ٣س + ٥ - ٧س^{٢} - ١ = -٧س^{٢} + ٣س + ٤$$

٦) $(\sqrt[٣]{٥س^{٣} - ٣} + ٢)$:

$$(\sqrt[٣]{٥س^{٣} - ٣} + ٢)((\sqrt[٣]{٥س^{٣} - ٣})^{٢} - ٢ \times \sqrt[٣]{٥س^{٣} - ٣} + ٤)$$
$$٥س^{٣} - ٣ + ٨ = ٥س^{٣} + ٥ = ٥(س^{٣} + ١) = ٥(س + ١)(س^{٢} - س + ١)$$

قاعدة فك التربيع

$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

(الأول تربيع +٢ في الأول في الثاني + الثاني تربيع)

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$ (الأول تربيع - ٢ في الأول في الثاني + الثاني تربيع)

الأمثلة :

١) $(س + ٣)^{٢} = س^{٢} + ٦س + ٩$

٢) $(٣س - ٢)^{٢} = (٣س)^{٢} - ٢ \times ٣س \times ٢ + ٢^{٢} = ٩س^{٢} - ١٢س + ٤$

٣) $(٢س - ٥)^{٢} = (٢س)^{٢} - ٢ \times ٢س \times ٥ + ٥^{٢} = ٤س^{٢} - ٢٠س + ٢٥$

٤) $(جاس - جتاس)^{٢} = جا^{٢}س - ٢ \times جاس \times جتاس + جتا^{٢}س = ١ - جا٢س$ لماذا ؟

٥) $(جاس + جتاس)^{٢} = جا^{٢}س + ٢ \times جاس \times جتاس + جتا^{٢}س = ١ + جا٢س$ لماذا ؟

٦) $(قتاس + ظتاس)^{٢} =$

٧) $(قاس - ظاس)^{٢} =$

قاعدة فك التكعيب

$(أ + ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣أ^{٢}ب + ٣أب^{٢} + ب^{٣}$

$(أ - ب)^{٣} = أ^{٣} - ٣أ^{٢}ب + ٣أب^{٢} - ب^{٣}$

الأمثلة :

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

١) $(س - ٢)^{٣} = س^{٣} - ٣ \times س^{٢} \times ٢ + ٣ \times س \times ٢^{٢} - ٢^{٣}$

$= س^{٣} - ٦س^{٢} + ٢٤س - ٨$

٢) $(٤ - س)^{٣} = ٤^{٣} - ٣ \times ٢٤ \times س + ٣ \times ٤ \times س^{٢} - س^{٣}$

$= ٦٤ - ٤٨س + ١٢س^{٢} - س^{٣}$

٣) $(٥ - ٢س)^{٣} = ٥^{٣} - ٣ \times ٥^{٢} \times ٢س + ٣ \times ٥ \times (٢س)^{٢} - (٢س)^{٣}$

$= ١٢٥ - ٢٥ \times ٢س + ٣ \times ٥ \times ٤س^{٢} - ٣ \times ٨س^{٣}$

$= ١٢٥ - ١٥٠س + ٦٠س^{٢} - ٨س^{٣}$

تحليل المعادلة التربيعية حيث معامل $س^{٢}$ يساوي ١:

١) $س^{٢} + س - ٦ = (س + ٣)(س - ٢)$

٢) $س^{٢} + ٥س + ٦ = (س + ٣)(س + ٢)$

٣) $س^{٢} - ٨س + ١٥ = (س - ٣)(س - ٥)$

٤) $س^{٢} - ٢س - ١٥ = (س + ٣)(س - ٥)$

٥) $س^{٢} - س - ٢٠ = (س + ٤)(س - ٥)$

٧) $س^{٢} + س - ١٢ = (س + ٤)(س - ٣)$

٨) $س^{٢} + ٧س + ١٢ = (س + ٣)(س + ٤)$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

٩) $س^{٢} - ٥س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

١٠) $س^{٢} - ٢س - ٨ = (س - ٤)(س + ٢)$

١١) $س^{٢} + ٢س - ٨ = (س + ٤)(س - ٢)$

١٢) $س^{٢} + س - ٢٠ = (س + ٥)(س - ٤)$

١٣) $س^{٢} + ٧س + ١٠ = (س + ٥)(س + ٢)$

١٤) $س^{٢} - ٣س - ١٠ = (س - ٥)(س + ٢)$

١٥) $س^{٢} + ٣س - ١٠ = (س + ٥)(س - ٢)$

نظرية الباقي والعوامل

إذا كان الأقتران $و(س)$ كثير حدود فإن باقي قسمة الأقتران $و(س)$ على $(س - أ)$ يساوي $و(أ)$

أي أنه يمكنك إيجاد باقي قسمة اقتران كثير حدود على اقتران خطي دون إجراء عملية القسمة

الأمثلة : جد باقي قسمة $و(س)$ على $ه(س)$ في كل مما يلي :

١) $و(س) = س^{٣} - ٣س + ٢$ ، $ه(س) = س - ٢$

الباقي $= و(٢) = (٢)^{٣} - ٣ \times ٢ + ٢ = ٨ - ٦ + ٢ = ٤$

٢) $و(س) = ٢س^{٥} - ٧س^{٢} + ٢$ ، $ه(س) = س + ١$

الباقي $= و(-١) = ٢ \times (-١)^{٥} - ٧ \times (-١)^{٢} + ٢ = -٢ - ٧ + ٢ = -٧$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

٣) $و(س) = ٤س^{٣} + ٥س^{٤} + \frac{١}{٢}$ ، $هـ(س) = س + ٢$

الباقي

$= و(-٢) = ٤ \times (-٢)^{٣} + ٥ \times (-٢)^{٤} + \frac{١}{٢} = -٣٢ + ١٦ \times ٥ + \frac{١}{٢} = -٣٢ + ٨٠ + \frac{١}{٢} = ٤٨ + \frac{١}{٢} = \frac{٩٧}{٢}$

نظرية العوامل :

إذا كان الأقتران $و(س)$ كثير حدود و كان $و(أ) = ٠$ فإن $(س - أ)$ عامل من عوامل $و(س)$

بالتالي فإن $و(س) = (س - أ) \times هـ(س)$

يمكن إيجاد المقدار الجبري $هـ(س)$ من خلال القسمة الطويلة أو التركيبية (قسمة $و(س)$ على $(س - أ)$) إلا إذا كان الأقتران $و(س)$ من الدرجة الثانية فيمكن إيجاد هذا المقدار من خلال الأستنتاج ولا ضرورة لإجراء عملية القسمة

تحليل المعادلة التربيعية حيث معامل $س^{٢}$ لا يساوي ١ :

إحدى طرق حل المعادلة التربيعية $و(س) = أس^{٢} + بس + جـ$ حيث معامل $أ \neq ١$ هي محاولة إيجاد الثابت $ك$ حيث $و(ك) = ٠$

يمكن البحث عن العدد $ك$ من خلال تجربة عوامل الثابت $جـ$

الأمثلة : حلل العبارات التربيعية التالية

١) $و(س) = ٣س^{٢} - ٥س + ٢$

MOHAMMADZAKI AL-DOW

الحل : بتجربة عوامل الحد الثابت جـ = ٢ و هي {٢، ١، -١، -٢}

نجد أن هـ(١) = ٠ و بالتالي (س − ١) هو عامل من عوامل هـ(س)

∴ هـ(س) = (س − ١) × (٣س − ٢)

٢) هـ(س) = ٣س٢ − ٢س − ٥ لاحظ أن ق(-١) = ٠

هـ(س) = (س + ١) × (٣س − ٥)

٣) هـ(س) = ٢س٢ + ٥س − ٣ لاحظ أن ق(-٣) = ٠

هـ(س) = (س + ٣)(٢س − ١)

٤) هـ(س) = ٥س٢ + ٣س − ١٤ لاحظ أن ق(-٢) = ٠

هـ(س) = (س + ٢)(٥س − ٧)

٥) هـ(س) = ٣س٢ + ٢س − ٨ لاحظ أن ق(-٢) = ٠

هـ(س) = (س + ٢) × (٣س − ٤)

٦) هـ(س) = ٣س٢ − ٤س − ٧ لاحظ أن ق(-١) = ٠

هـ(س) = (س + ١) × (٣س − ٧)

٧) هـ(س) = ٢س٢ − ٥س + ٢ لاحظ أن ق(٢) = ٠

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$$هـ(س) = (س - ٢) \times (٢س - ١)$$

٨) $هـ(س) = ٤س^{٢} - س - ٣$ لاحظ أن ق(١) = ٠

$$هـ(س) = (س - ١) \times (٤س + ٣)$$

٩) $هـ(س) = ٥س^{٢} - ٦س + ١$

$$هـ(س) = (س - ١) \times (٥س - ١)$$

١٠) $هـ(س) = ٢س^{٢} - ٥س + ٢$

$$هـ(س) = (س - ٢) \times (٢س - ١)$$

مميز العبارة التربيعية $هـ(س) = أس^{٢} + بس + جـ$	$أ \neq ٠$

المميز $= \Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

يمكن معرفة عدد حلول المعادلة التربيعية من خلال المميز:

$\Delta = ٠ \Leftarrow$ يوجد حل وحيد للمعادلة التربيعية هو $س = \frac{-ب}{٢أ}$

$\Delta > ٠ \Leftarrow$ يوجد حلان مختلفان للمعادلة التربيعية

$\Delta < ٠ \Leftarrow$ لا يوجد حل للمعادلة التربيعية

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

القانون العام لحل العبارة التربيعية:

$$\text{حد}(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ \qquad أ \neq ٠$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

الأمثلة :جد حل كل من المعادلات التالية :

١) $س^{٢} - ٩ س - ٤ = ٠$

$$أ = ١ ، ب = -٩ ، جـ = -٤$$

$$\Delta = (-٩)^{٢} - ٤ \times ١ \times -٤ = ٨١ + ١٦ = ٩٧ \Leftarrow \text{حلان مختلفان}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ أ} \Leftarrow س = \frac{٩ + \sqrt{٩٧}}{٢} ، \frac{٩ - \sqrt{٩٧}}{٢}$$

٢) $٢ س^{٢} - ٥ س - ٤ = ٠$

$$أ = ٢ ، ب = -٥ ، جـ = -٤$$

$$\Delta = (-٥)^{٢} - ٤ \times ٢ \times -٤ = ٢٥ + ٣٢ = ٥٧ \text{ حلان مختلفان}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ أ} \Leftarrow س = \frac{٥ + \sqrt{٥٧}}{٢ \times ٢} ، \frac{٥ - \sqrt{٥٧}}{٢ \times ٢} = \frac{٥ + \sqrt{٥٧}}{٤} ، \frac{٥ - \sqrt{٥٧}}{٤}$$

٣) $٤ س^{٢} - ١٢ س + ٩ = ٠$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$أ = ٤ ، ب = -١٢ ، جـ = ٩$

$\Delta = (-١٢)^{٢} - ٤ \times ٤ \times ٩ = ١٤٤ - ١٤٤ = ٠ \Leftarrow$ حل وحيد

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{١٢}{٨} = \frac{٣}{٢}$

٤) $س^{٢} - ٣س + ٥ = ٠$

$أ = ١ ، ب = -٣ ، جـ = ٥$

$\Delta = (-٣)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٥ = ٩ - ٢٠ = -١١ \Leftarrow$ لا يوجد حل

القسمة الطويلة: رتب ثم اقسم ثم اضرب ثم اطرح :

الأمثلة :أستخدم القسمة الطويلة لإيجاد ناتج و باقي قسمة كل من :

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$س٤ + ٢س٢ - ٨ \overline{)س - ٢}$	$٢س٣ - ٣س٢ - ٣ \overline{)س + ١}$	$٤س٣ + ٥س - ٨ \overline{)س - ١}$

$٢س٣ + س٢ + ٦ \overline{)س٢ - ٢}$	$س٤ - ٣س٢ + ٨ \overline{)س٢ + ٣}$	$-٢س٣ - ٢س + ٨ \overline{)٢س + ٢}$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

القسمة التركيبية

جد ناتج كل من عمليات القسمة التالية باستخدام القسمة التركيبية :

١) $\text{هـ}(س) = ٢س^{٣} - ٣س^{٢} - ٥$ ، $\text{هـ}(س) = س - ٢$

٢) $\text{هـ}(س) = ٣س^{٣} + ٢س^{٢} + ٤س$ ، $\text{هـ}(س) = س + ٢$

٣) $\text{هـ}(س) = -٥س^{٣} + ٣س - ٢س^{٥}$ ، $\text{هـ}(س) = س + ١$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

٤) ق(س) = ٢س٢ − ٣س٤ − ٧ ، هـ(س) = س − ١

كثيرات الحدود

ق(س) = أ٠ + أ١س١ + أ٢س٢ + أ٣س٣ +...+ أنسن ن ∈ ص

الأقترانات الثابتة و الخطية و التربيعية و التكعيبية و الدرجة الرابعة و ... جميعها اقترانات كثيرة الحدود

ملاحظة الاقتران النسبي: هو عبارة عن قسمة كثيري حدود

أمثلة على اقترانات ليست كثيرة حدود مع ذكر السبب:

١) ق(س) = س٣ − ٣ √س + ٢ بسبب وجود الجذر التربيعي

٢) ق(س) = س٢ − ١/س بسبب وجود المتغير في المقتم

٣) ق(س) = س٢ + |٣س٣ + ٨| بسبب وجود اقتران القيمة المطلقة

٤) ق(س) = س + ٣جتاس بسبب وجود أحد اقترانات النسبة المثلثية

٥) ق(س) = [٣س − ٥] + ١/٢ بسبب وجود اقتران القيمة المطلقة

٦) ق(س) = هـ(٣س + ١) بسبب وجود الأقتران الأسي

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

٧) $هـ(س) = لـو(س+٣)$ بسبب وجود الأقتران اللوغاريتمي

توحيد المقامات (جمع الكسور و طرحها) :

أمثلة يتم حلها بالضرب التبادلي :

١) $\frac{٥}{س+١} - \frac{٣}{٣-٢س٢} = \frac{٥ \times (٣-٢س٢) - ٣ \times (س+١)}{(٣-٢س٢) \times (س+١)}$

$= \frac{٣-٣س-١٥-٢س١٠}{(٣-٢س٢) \times (س+١)} = \frac{١٨-٣س-٢س١٠}{(٣-٢س٢) \times (س+١)}$

٢) $\frac{٣}{٥-س} - \frac{٢س٢}{٤+٢س} = \frac{٣ \times (٤+٢س) - ٢س٢ \times (٥-س)}{(٤+٢س) \times (٥-س)}$

$= \frac{٣٠+٢س١٢-٢س١}{(٤+٢س) \times (٥-س)} = \frac{٢٢س + ٢س}{(٤+٢س) \times (٥-س)}$

عند وجود عوامل مشتركة بين المقامين يفضل عدم اللجوء للضرب التبادلي:

١) $\frac{٣س}{٥-س} - \frac{٦}{٥س-٢س} = \frac{٣س}{٥-س} - \frac{٦}{س(٥-س)} = \frac{س \times (٣س)}{س \times (٥-س)} - \frac{٦}{س(٥-س)} = \frac{٦-٢س٣}{س(٥-س)}$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

٢) $\frac{٤س}{٩-٢س} - \frac{١-س}{٣س-٢س} = \frac{٤س}{(٣+س)(٣-س)} - \frac{١-س}{س(٣-س)}$

$= \frac{٤س}{(٣+س)(٣-س)} - \frac{١-س}{س(٣-س)} = \frac{٤س \times س}{س \times (٣+س)(٣-س)} - \frac{(١-س)\times(٣+س)}{س(٣-س)\times(٣+س)}$

$= \frac{٤س٢-(١-س)\times(٣+س)}{س(٣-س)\times(٣+س)} = \frac{٤س٢-(٣-س-س٣+٢س)}{س(٣-س)\times(٣+س)} = \frac{٤س٢-(٣+٢س-٢س٣)}{س(٣-س)\times(٣+س)}$

$= \frac{٤س٢-٢س+٣}{س(٣-س)\times(٣+س)} = \frac{٣+٢س-٢س٣}{س(٣-س)\times(٣+س)}$

اقتران القيمة المطلقة

خطوات إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة $ص = |ه(س)|$:

١) اجعل ما داخل اقتران القيمة المطلقة يساوي صفرا أي : $ه(س) = ٠$
٢) ادرس إشارة الاقتران $ه(س)$ من خلال تمثيل حلول المعادلة السابقة على خط الأعداد
٣) اكتب الاقتران دون استخدام رمز القيمة المطلقة

تذكر : إذا كان الأقتران $ه(س)$ اقترانا خطيا تكون الإشارة على يمين صفر الأقتران مماثلة لإشارة معامل $س$ و على اليسار عكس ذلك

تذكر : إذا كان الأقتران $ه(س)$ اقترانا تربيعيا تكون الإشارة بين صفري الأقتران $ه(س)$ عكس إشارة معامل $س٢$ و على الطرفين عكس ذلك

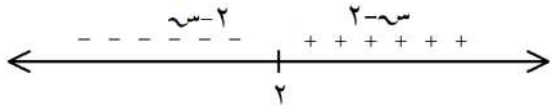
تذكر : إذا كان الأقتران $ه(س)$اقترانا غير خطي أو تربيعي فإنه يلزمنا دراسة الإشارة عن طريق التجربة

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

الأمثلة :

١) $هـ(س) = |س - ٢|$

$س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

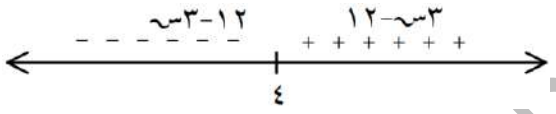


الأقتران الخطي : على اليمين نفس إشارة معامل س

$$هـ(س) = \begin{cases} س - ٢ & س \geq ٢ \\ ٢ - س & س < ٢ \end{cases}$$

٢) $هـ(س) = |٣س - ١٢|$

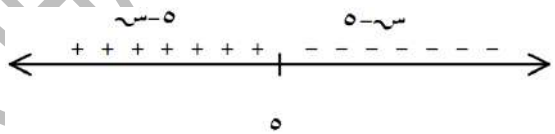
$٣س - ١٢ = ٠ \Leftarrow ٣س = ١٢ \Leftarrow س = ٤$



$$هـ(س) = \begin{cases} ٣س - ١٢ & س \geq ٤ \\ ١٢ - ٣س & س < ٤ \end{cases}$$

٣) $هـ(س) = |س - ٥|$

$س - ٥ = ٠ \Leftarrow س = ٥$

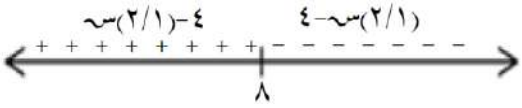


$$هـ(س) = \begin{cases} س - ٥ & س \geq ٥ \\ ٥ - س & س < ٥ \end{cases}$$

ملاحظة : ٥-س = -(س-٥) ، س-٥ = -(٥-س)

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

٤) $هـ(س) = |\frac{١}{٢}س - ٤|$

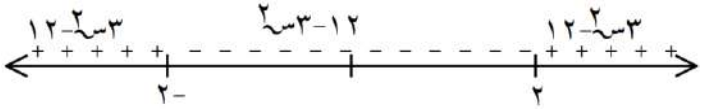


$\frac{١}{٢}س - ٤ = ٠ \Leftarrow \frac{١}{٢}س = ٤ \Leftarrow س = ٨$

$$هـ(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢}س - ٤ & س \geq ٨ \\ ٤ - \frac{١}{٢}س & س < ٨ \end{cases}$$

٥) $هـ(س) = |٣س^{٢} - ١٢|$

$٣س^{٢} - ١٢ = ٠ \Leftarrow ٣س^{٢} = ١٢ \Leftarrow س^{٢} = ٤ \Leftarrow س = \pm ٢$



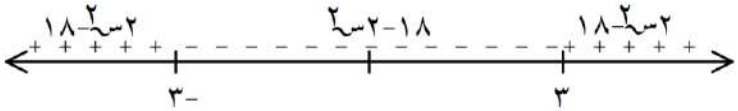
ملاحظة : $-(١٢ - ٣س^{٢}) = ٣س^{٢} - ١٢$

$$هـ(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ١٢ & س \leq -٢ \\ ١٢ - ٣س^{٢} & -٢ < س < ٢ \\ ٣س^{٢} - ١٢ & س \geq ٢ \end{cases}$$

٦) $هـ(س) = |٢س^{٢} - ١٨|$

$٢س^{٢} - ١٨ = ٠ \Leftarrow ٢س^{٢} = ١٨ \Leftarrow س^{٢} = ٩ \Leftarrow س = \pm ٣$

دراسة إشارة الأقتران التربيعي : بين صفريه عكس إشارة س٢ و عللى الطرفين نفس الإشارة

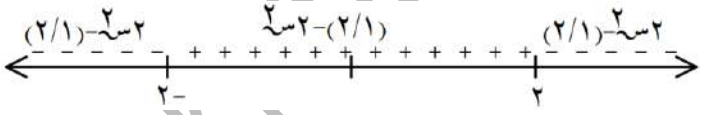


MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} ١٨ - ٢س٢ & س \geq -٣ \\ ١٨ - ٢س٢ & -٣ < س < ٣ \\ ١٨ - ٢س٢ & س \leq ٣ \end{cases}$$

٧) $\text{هـ}(س) = \left| ٢س٢ - \frac{١}{٢} \right|$

$$\frac{١}{٢} - ٢س٢ = ٠ \Leftarrow ٢س٢ = \frac{١}{٢} \Leftarrow ٤ = ٢س \Leftarrow س = \pm ٢$$

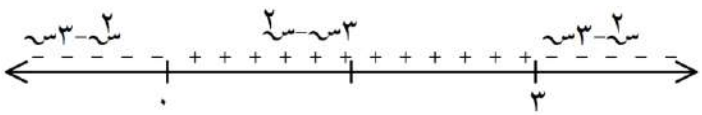


$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} - ٢س٢ & س \geq -٢ \\ ٢س٢ - \frac{١}{٢} & -٢ < س < ٢ \\ \frac{١}{٢} - ٢س٢ & س \leq ٢ \end{cases}$$

ملاحظة : $\frac{١}{٢} - ٢س٢ = -\left(٢س٢ - \frac{١}{٢} \right)$

٨) $\text{هـ}(س) = \left| ٣س - س٢ \right|$

$$٣س - س٢ = ٠ \Leftarrow س(٣ - س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٣$$

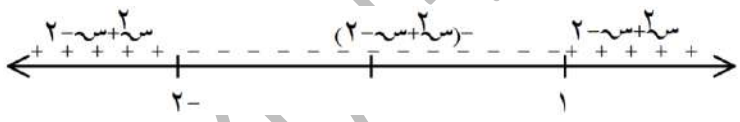


MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$$هـ(س) = \begin{cases} س^٢ - ٣س & س \geq ٠ \\ ٣س - س^٢ & ٠ < س < ٣ \\ س^٢ - ٣س & س \leq ٣ \end{cases}$$

٩) $هـ(س) = |س^٢ + س - ٢|$

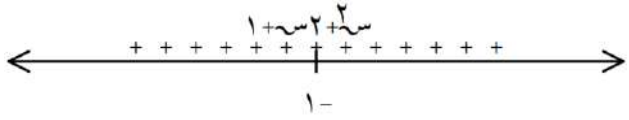
$س^٢ + س - ٢ = ٠ \Leftarrow (س + ٢)(س - ١) = ٠ \Leftarrow س = -٢ ، ١$



$$هـ(س) = \begin{cases} س^٢ + س - ٢ & س \leq -٢ \\ -(س^٢ + س - ٢) & -٢ < س < ٠ \\ س^٢ + س - ٢ & س \geq ٠ \end{cases}$$

١٠) $هـ(س) = |س^٢ + ٢س + ١|$

$س^٢ + ٢س + ١ = ٠ \Leftarrow (س + ١)^٢ = ٠ \Leftarrow س = -١$

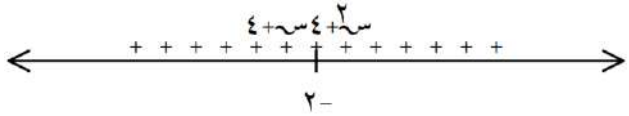


$هـ(س) = |س^٢ + ٢س + ١| = س^٢ + ٢س + ١$

١١) $هـ(س) = |س^٢ + ٤س + ٤|$

$س^٢ + ٤س + ٤ = ٠ \Leftarrow (س + ٢)^٢ = ٠ \Leftarrow س = -٢$

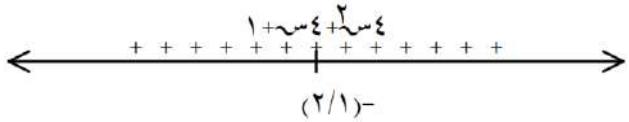
MOHAMMAD ZAKI AL-DOW



$هـ(س) = |س^{٢} + ٤س + ٤| = س^{٢} + ٤س + ٤$

١٢) $هـ(س) = |٤س^{٢} + ٤س + ١|$

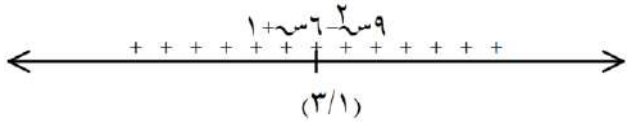
$٤س^{٢} + ٤س + ١ = ٠ \Leftarrow (٢س + ١)^{٢} = ٠ \Leftarrow ٢س + ١ = ٠ \Leftarrow ٢س = -١ \Leftarrow س = -\frac{١}{٢}$



$هـ(س) = |٤س^{٢} + ٤س + ١| = ٤س^{٢} + ٤س + ١$

١٣) $هـ(س) = |٩س^{٢} - ٦س + ١|$

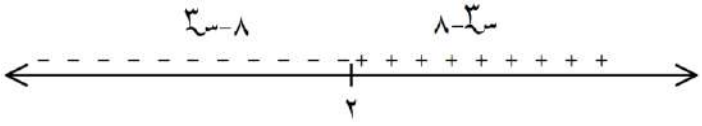
$٩س^{٢} - ٦س + ١ = ٠ \Leftarrow (٣س - ١)^{٢} = ٠ \Leftarrow ٣س - ١ = ٠ \Leftarrow ٣س = ١ \Leftarrow س = \frac{١}{٣}$



$هـ(س) = |٩س^{٢} - ٦س + ١| = ٩س^{٢} - ٦س + ١$

١٤) $هـ(س) = |س^{٣} - ٨|$

$س^{٣} - ٨ \Leftarrow س^{٣} - ٨ \Leftarrow س = ٢$



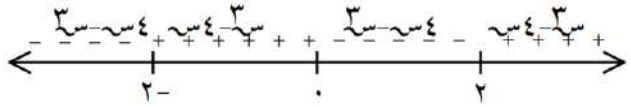
MOHAMMAD ZAKI ELDOW

$$هـ(س) = \begin{cases} ٨ - ٣س & س \geq ٢ \\ ٣س - ٨ & س < ٢ \end{cases}$$

١٥) $هـ(س) = |٣س - ٤س|$

$س(٣س - ٤) = ٠ \Leftarrow س(س - ٢)(س + ٢) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٢ ، -٢$

ملاحظة : دراسة إشارة الاقتران التكعيبي تكون عن طريق دراسة إشارة عدد من كل فترة و هناك طريقة أخرى ستدرس لاحقاً



$$هـ(س) = \begin{cases} ٣س - ٤س & س \geq -٢ \\ ٤س - ٣س & -٢ < س < ٠ \\ ٣س - ٤س & ٠ \leq س < ٢ \\ ٣س - ٤س & س \geq ٢ \end{cases}$$

اقتران أكبر عدد صحيح أقل أو يساوي س:

إعادة تعريف $هـ(س) = [\![ا س + ب]\!]$

يسمى المقدار $ل = \frac{١}{|ا|}$ بطول الفترة

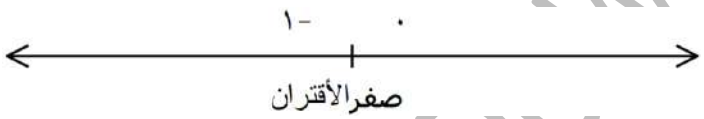
١) اجعل $ا س + ب = ٠ \Leftarrow س = \frac{-ب}{ا}$

MOHAMMAD ZAKI ALDOW

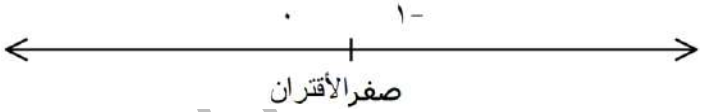
٢) مثل $س = \frac{ب}{أ}$ على خط الأعداد و أبدأ بإضافة و طرح طول الفترة على يمين و يسار العدد $س = \frac{ب}{أ}$

٣) إذا كان معامل س موجبا نكتب ناتج التعويض على يمين العدد و على يساره أقل من ناتج التعويض بواحد و هكذا لتشكيل نمط ...

٤) كما تكون إشارة المساواة على اليمين عند إعادة تعريف الأقتران



أما إذا كان معامل س سالبا نكتب ناتج التعويض على يسار العدد و على يمينه أقل من ناتج التعويض بواحد و هكذا لتشكيل نمط كما تكون إشارة المساواة على اليسار

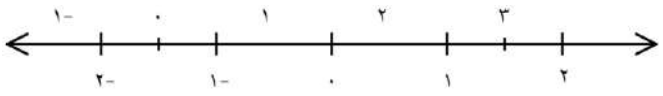


الأمثلة :

١) $هـ(س) = [س + ٢]$ $س \in [٢،٠)$

الحل:

طول الفترة = ١ (المطلق لمقلوب معامل س) ، صفر الأقتران س=-٢ ، معامل س موجب ⇐ التعويض على يمين صفر الأقتران(س=-٢) بالعدد (٠) و على يساره (-١)



$$هـ(س) = \begin{cases} ٢ & ٠ \leq س < ١ \\ ٣ & ١ \leq س < ٢ \end{cases}$$

MOHAMMAD ZAKI AL-DO

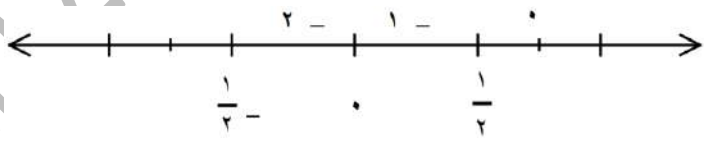
٢) $هـ(س) = [س - ٣]$ $س \in [-١، ١)$

طول الفترة = ١ ، صفر الأقتران س=٣ ، معامل س موجب

$$هـ(س) = \begin{cases} -٤ & -١ \le س < ٠ \\ -٣ & ٠ \le س < ١ \end{cases}$$

٣) $هـ(س) = [٢س - ١]$ $س \in [٠، ١)$

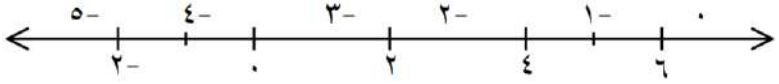
طول الفترة = $\frac{١}{٢}$ ، صفر الأقتران س=$\frac{١}{٢}$ ، معامل س موجب



$$هـ(س) = \begin{cases} -١ & ٠ \le س < \frac{١}{٢} \\ -٢ & \frac{١}{٢} \le س < ١ \end{cases}$$

٥) $هـ(س) = \left[\frac{١}{٢}س - ٣\right]$ $س \in [-٢، ٢)$

طول الفترة = ٢ ، صفر الأقتران س=٦ ، معامل س موجب



MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$$هـ(س) = \begin{cases} -٤ & -٢ \leq س < ٠ \\ -٣ & ٠ \leq س < ٢ \end{cases}$$

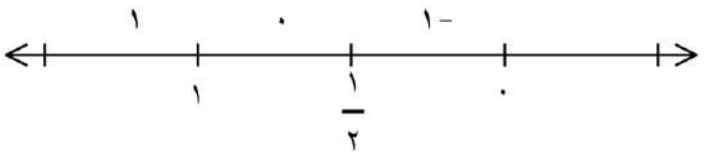
٦) $هـ(س) = [س - ٣]$ $س \in [-١، ١)$

طول الفترة = ١ (المطلق لمقلوب معامل س) ، صفر الأقتران س=٣ ، معامل س سالب ⇐ التعويض على يسار صفر الأقتران(س=٣) بالعدد (٠) و على يمينه (-١)

$$هـ(س) = \begin{cases} ٣ & -١ < س \leq ٠ \\ ٢ & ٠ < س \leq ١ \end{cases}$$

٧) $هـ(س) = [-١ ٢س]$ $س \in [٠، ١)$

طول الفترة = $\frac{١}{٢}$ ، صفر الأقتران س=$\frac{١}{٢}$ ، معامل س سالب

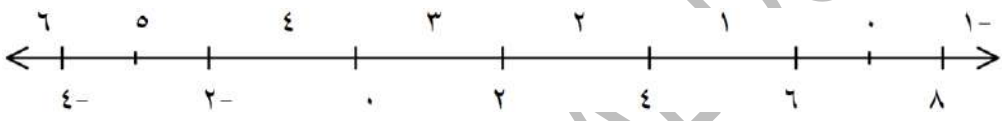


MOHAMMAD ZAKI AL-DOW

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} ٠ & ٠ < س \geq \frac{١}{٢} \\ -١ & \frac{١}{٢} < س \geq ١ \end{cases}$$

٨) $\text{هـ}(س) = [-٤ \frac{١}{٢} س]$ $س \in [-٤، ٠]$

طول الفترة = ٢ ، صفر الأقتران س=٨ ، معامل س سالب



$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} ٦ & س = -٤ \\ ٥ & -٤ < س \geq -٢ \\ ٤ & -٢ < س \geq ٠ \end{cases}$$

MOHAMMAD ZAKI AL-DOW