الدرس الرابع : الاشتقاق الضمني والمعدلات المرتبطة

- نتاجات الدرس :
  - إيجاد مشتقات العلاقات الضمنية .
  - حل مسائل حياتية تتضمن إيجاد المعدلات المرتبطة بالزمن .
- يطلق على عملية $\frac{dy}{dx}$ لعلاقة ضمنية اسم الاشتقاق الضمني ويمكن تلخيص خطوات اجرائها كما يأتي :

بافتراض أن معادلة تعرف y ضمنياً بوصفه اقتراناً قابلاً للاشتقاق بالنسبة الى x ، فأنه يمكن ايجاد $\frac{dy}{dx}$ باتباع الخطوات الآتية :

- الخطوة (1) : أشتق طرفي المعادلة بالنسبة الى x ، مراعياً استعمال قاعدة السلسلة عند اشتقاق حدود تتضمن المتغير y .
- الخطوة (2) : أرتب حدود المعادلة بحيث تصبح جميع الحدود التي تحوي $\frac{dy}{dx}$ في طرف المعادلة الأيسر ، والحدود الاخرى في طرف المعادلة الايمن .
- الخطوة (3) : أخرج $\frac{dy}{dx}$ عاملاً مشتركاً من حدود طرف المعادلة الأيسر.
- الخطوة (4) : أحل المعادلة بالنسبة الى $\frac{dy}{dx}$.

- مثال (1) : جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

1) $x^2 + y^2 = 4$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y\frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

2) $sinx + cosy = 2x - 3y$

$$cosx - siny\frac{dy}{dx} = 2 - 3\frac{dy}{dx}$$

$$3\frac{dy}{dx} - siny\frac{dy}{dx} = 2 - cosx$$

$$\frac{dy}{dx}(3 - siny) = 2 - cosx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - cosx}{3 - siny}$$

- تدريب : جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

1) $x^2 + y^2 = 13$

2) $xy + y^2 = 4cosx$

- نحتاج في بعض المسائل الى استعمال قاعدتي مشتقة الضرب ومشتقة القسمة ، بالاضافة الى قاعدة السلسلة ، لايجاد مشتقة علاقة ضمنية .

مثال (2) : جد $\frac{dy}{dx}$:

$$2xy + y^3 = 1$$

$$2x\frac{dy}{dx} + 2y - 3y^2\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2x\frac{dy}{dx} - 3y^2\frac{dy}{dx} = -2y$$

$$\frac{dy}{dx}(2x - 3y^2) = -2y$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2y}{2x - 3y^2}$$

تدريب : جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

$$3xy^2 + y^3 = 8$$

- معادلة المماس لمنحنى علاقة ضمنية :
  - يمكن ايجاد معادلة المماس لمنحنى علاقة ضمنية بايجاد ميله ، ثم التعويض في الصورة العامة لمعادلة المستقيم.

- تذكر أن : الصورة العامة لمعادلة المماس : $y - y_1 = m(x - x_1)$

- مثال (3) : جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة : $x^2 - xy + y^2 = 7$ عند النقطة $(-1, 2)$

الاجابة :

- نجد $\frac{dy}{dx}$

$$2x - (x\frac{dy}{dx} + y) + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$
$$2x - x\frac{dy}{dx} - y + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$
$$2y\frac{dy}{dx} - x\frac{dy}{dx} = y - 2x$$
$$\frac{dy}{dx}(2y - x) = y - 2x$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - 2x}{2y - x}$$

- نجد $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(-1, 2)$

$$\frac{dy}{dx}|_{(-1,2)} = \frac{2 - 2(-1)}{2(2) - (-1)} = \frac{4}{5}$$

اذن ، ميل المماس لمنحنى العلاقة عند النقطة $(-1, 2)$ هو $\frac{4}{5}$

- نجد معادلة المماس عند النقطة $(-1, 2)$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - (2) = \frac{4}{5}(x - (-1))$$
$$y = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5}$$

- مثال (4) : جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة : $x^3 + y^3 - 3xy = 17$ عند النقطة $(2, 3)$

الأجابة :

$$x^3 + y^3 - 3xy = 17$$
$$3x^2 + 3y^2\frac{dy}{dx} - 3x\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

بتعويض $x = 2$ و $y = 3$ ينتج أن :

$$3(2)^2 + 3(3)^2\frac{dy}{dx} - 3(2)\frac{dy}{dx} - 3(3) = 0$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-12 + 9}{27 - 6} = \frac{-3}{21}$$
$$\rightarrow \frac{dy}{dx}|_{(2,3)} = -\frac{1}{7}$$

ميل المماس هو : $-\frac{1}{7}$

أذن ، معادلة المماس هي :

$$y - 3 = -\frac{1}{7}(x - 2)$$
$$\rightarrow y = -\frac{1}{7}x + \frac{23}{7}$$

- تدريب : جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة : $x^3 + 2y^3 = 6$ عند النقطة $(2, -1)$

- **المعدلات المرتبطة :**

- عند استعمال معادلة ما للربط بين كميات تتغير كل منها بالنسبة الى الزمن ، فأنه يمكن استعمال قاعدة السلسلة لاشتقاق هذه المعادلة بالنسبة الى الزمن ، فتنتج معادلة جديدة تربط بين معدلات تغير هذه الكميات بالنسبة الى الزمن ، وتحدد قيمة معدل التغير لأي من هذه الكميات في لحظة ما اذا علمت معدلات تغير الكميات الأخرى ، وقيم الكميات جميعها في هذه اللحظة .

- **أستراتجية حل مسائل المعدلات المرتبطة :**

- أفهم المسألة : أي أقرأ المسألة جيداً ، ثم أحدد المتغير الذي أريد ايجاد معدل تغيره، ومعدلات التغير المعطاة .
- أرسم مخططاً : أي أرسم مخططاً يمثل المسألة ، ثم أدون عليه المعلومات المهمة لحل المسألة ، مثل : الكميات الثابتة ، والكميات المتغيرة بمرور الزمن .
- أكتب معادلة : كتابة معادلة تربط بين المتغير الذي أريد ايجاد معدل تغيره والمتغيرات التي علمت معدلات تغيرها .
- أشتق بالنسبة الى الزمن : أستعمل قاعدة السلسلة والأشتقاق الضمني لايجاد مشتقة طرفي المعادلة بالنسبة الى المتغير الوسيط t .
- أعوض ، ثم أجد معدل التغير المطلوب : أعوض في المعادلة الناتجة جميع القيم المعلومة للمتغيرات ومعدلات تغيرها ، ثم أحل المعادلة تبعاً لمعدل التغير المطلوب ايجاده .

- مثال (5) : نفخت هديل بالوناً على شكل كرة ، فازداد نصف قطره بمعدل $3cm/s$. جد معدل تغير حجم البالون عندما يكون نصف قطره $4cm$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون V ونصف قطره r هي : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

معدل التغير المعطى : $\frac{dr}{dt} = 3$

معدل التغير المطلوب : $\frac{dV}{dt}|_{r=4}$

العلاقة التي تربط بين حجم البالون ونصف قطره : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$
$$= 4\pi(4)^2(3)$$
$$= 192\pi$$

اذن يزداد حجم البالون بمعدل $192\pi\ cm^3/s$ عندما يكون طول نصف قطره $4cm$

- مثال (6) : تتناقص أطوال مكعب بمعدل $6\ cm/s$. جد معدل تغير حجم المكعب عندما يكون ضلعه $30cm$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم المكعب V وطول ضلعه x هي: $V = x^3$

الحل :

معدل التغير المعطى : $\frac{dx}{dt} = -6$

معدل التغير المطلوب : $\frac{dV}{dt}|_{x=30}$

العلاقة التي تربط بين حجم المكعب وطول ضلعه : $V = x^3$

$$\frac{dV}{dt} = 3x^2 \frac{dx}{dt}$$
$$= 3(30)^2(-6)$$
$$= -16200$$

اذن يتناقص حجم المكعب بمعدل $16200\ cm^3/s$ عندما يكون طول ضلعه $30\ cm$

- تدريب : أتخذ ورم شكلاً كروياً تقريباً ، وقد ازداد نصف قطره بمعدل $0.13cm$ لكل شهر. جد معدل تغير حجم الورم عندما يكون طول نصف قطره $0.45\ cm$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم الورم V ونصف قطره r هي : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

• أتدرب وأحل المسائل (صفحة 121)

1) $2x - 4y\frac{dy}{dx} = 0$

$$4y\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{4y} = \frac{x}{2y}$$

---

2) $2x + 3y^2\frac{dy}{dx} = 0$

$$3y^2\frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{3y^2}$$

---

3) $2x + 2\frac{dy}{dx} - 2y\frac{dy}{dx} = 0$

$$2\frac{dy}{dx} - 2y\frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx}(2 - 2y) = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2 - 2y} = \frac{-x}{1 - y}$$

4) $2x\frac{dy}{dx} + 2y - 3\frac{dy}{dx} = 2y\frac{dy}{dx} - 7$

$$2x\frac{dy}{dx} - 3\frac{dy}{dx} - 2y\frac{dy}{dx} = -7 - 2y$$

$$\frac{dy}{dx}(2x - 3 - 2y) = -7 - 2y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-7 - 2y}{2x - 3 - 2y}$$

5) $5y^4\frac{dy}{dx}=3x^2$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{3x^2}{5y^4}$$

---

6) $(x^2)\left(3y^2\frac{dy}{dx}\right)+(y^3)(2x)+\frac{dy}{dx}=0$

$$3x^2y^2\frac{dy}{dx}+2xy^3+\frac{dy}{dx}=0$$

$$3x^2y^2\frac{dy}{dx}+\frac{dy}{dx}=-2xy^3$$

$$\frac{dy}{dx}(3x^2y^2+1)=-2xy^3$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-2xy^3}{3x^2y^2+1}$$

---

7) $\sqrt{x}+siny=16$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{dy}{dx}cosy=0$$

$$\frac{dy}{dx}cosy=-\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{2\sqrt{x}cosy}$$

---

8) $(e^x)\left(\frac{dy}{dx}\right)+(y)(e^x)=(x)\left(\frac{dy}{dx}e^y\right)+(e^y)(1)$

$$e^x\frac{dy}{dx}-xe^y\frac{dy}{dx}=e^y-ye^x$$

$$\frac{dy}{dx}(e^x-xe^y)=e^y-ye^x$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{e^y-ye^x}{e^x-xe^y}$$

9) $sinx + \frac{1}{y} \times \frac{dy}{dx} = 0$

$$\frac{1}{y} \times \frac{dy}{dx} = -sinx$$

$$\frac{dy}{dx} = -ysinx$$

---

10) $32y\frac{dy}{dx} - 2x = 0$

$$32y\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{32y} = \frac{x}{16y}$$

---

11) $2x + 2y\frac{dy}{dx} - 4 + 6\frac{dy}{dx} = 0$

$$2y\frac{dy}{dx} + 6\frac{dy}{dx} = 4 - 2x$$

$$\frac{dy}{dx}(2y + 6) = 4 - 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4 - 2x}{2y + 6}$$

---

12) $9x^2 - 2y\frac{dy}{dx} = 0$

بتعويض $(x, y) = (2, 4)$

$$9(4) - 2(4)\frac{dy}{dx} = 0$$

$$36 - 8\frac{dy}{dx} = 0$$

$$8\frac{dy}{dx} = 36$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

13) $4x - 9y^2 \frac{dy}{dx} = 0$

بتعويض $(x, y) = (-2, 1)$

$$4(-2) - 9(1)^2 \frac{dy}{dx} = 0$$
$$-8 - 9\frac{dy}{dx} = 0$$
$$-9\frac{dy}{dx} = 8$$
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{8}{9}$$

---

14) $2y \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

بتعويض $(x, y) = (e, 1)$

$$2(1)\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2e}$$

---

15) $2(y-3)^1 \frac{dy}{dx} = 4$

بتعويض $(x, y) = (6, 1)$

$$2(1-3)\frac{dy}{dx} = 4$$
$$-4\frac{dy}{dx} = 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{4}{-4} = -1$$

16) $4x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$

بتعويض $(x, y) = (3, 4)$

$$4(3) + 2(4)\frac{dy}{dx} = 0$$
$$12 + 8\frac{dy}{dx} = 0$$
$$8\frac{dy}{dx} = -12$$
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

ميل المماس عند النقطة $(3, 4)$ هو $-\frac{3}{2}$

17) $y - y_1 = m(x - x_1)$: معادلة المماس

$$y - 4 = -\frac{3}{2}(x - 3)$$
$$y - 4 = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{17}{2}$$

---

18) $2y\frac{dy}{dx} + (x)\left(\frac{dy}{dx}\right) + y + 2x = 0$

بتعويض $(x, y) = (3, -2)$

$$2(-2)\frac{dy}{dx} + (3)\left(\frac{dy}{dx}\right) + (-2) + 2(3) = 0$$
$$-4\frac{dy}{dx} + 3\frac{dy}{dx} - 2 + 6 = 0$$
$$-\frac{dy}{dx} = -4$$
$$\frac{dy}{dx} = 4$$

ميل المماس عند النقطة $(3, -2)$ هو 4

---

19)

معادلة المماس :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - (-2) = 4(x - 3)$$
$$y + 2 = 4x - 12$$
$$y = 4x - 14$$

20)

معادلة العمودي على المماس :

$$y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$$
$$y - (-2) = -\frac{1}{4}(x - 3)$$
$$y + 2 = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$$
$$y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$$

---

21)

معدل التغير المعطى : $\frac{dx}{dt} = -6$

معدل التغير المطلوب : $\frac{dV}{dt}|_{x=30}$

العلاقة التي تربط بين حجم المكعب وطول ضلعه : $V = x^3$

$$\frac{dV}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt}$$
$$= 3(30)^2(-6)$$
$$= -16200$$

اذن يتناقص حجم المكعب بمعدل $16200\ cm^3/s$ عندما يكون طول ضلعه $30\ cm$

---

22)

معدل التغير المعطى : $\frac{dr}{dt} = 0.5$

معدل التغير المطلوب : $\frac{dA}{dt}|_{r=3}$

العلاقة التي تربط بين مساحة سطح الفقاعة ونصف قطرها : $A = 4\pi r^2$

$$\frac{dA}{dt} = 8\pi r\frac{dr}{dt}$$
$$= 8\pi(3)(0.5)$$
$$= 12\pi$$

اذن تتزايد مساحة سطح الفقاعة بمعدل $12\pi\ cm^2/s$ عندما يكون طول نصف قطرها $3\ cm$

23)

معدل التغير المعطى : $\frac{dr}{dt} = 0.13$

معدل التغير المطلوب : $\frac{dV}{dt}|_{r=0.45}$

العلاقة التي تربط بين حجم الورم ونصف قطره : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$
$$= 4\pi(0.45)^2(0.13)$$
$$= 0.1053\pi$$

اذن يزداد حجم الورم بمعدل $0.1053\pi\ cm^3/s$ عندما يكون طول نصف قطره $0.13\ cm$

---

24) $x^2 + 6y^2 = 10$

$(2)^2 + 6y^2 = 10 \Rightarrow 6y^2 = 6 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

$$2x + 12y\frac{dy}{dx} = 0$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{6y}$$

- عند النقطة $(2, 1)$:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{6y} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

معادلة المماس :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 2)$$
$$y - 1 = \frac{-1}{3}x + \frac{2}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

- عند النقطة $(2, -1)$:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{6y} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

معادلة المماس :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y-(-1)=\frac{1}{3}(x-2)$$
$$y+1=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$$
$$y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$$

---

25) $ln(xy)=x^2+y^2$

$$\frac{(x)\left(\frac{dy}{dx}\right)+(y)(1)}{xy}=2x+2y\frac{dy}{dx}$$
$$(x)\left(\frac{dy}{dx}\right)+(y)(1)=2x^2y+2xy^2\frac{dy}{dx}$$
$$x\frac{dy}{dx}+y=2x^2y+2xy^2\frac{dy}{dx}$$
$$x\frac{dy}{dx}-2xy^2\frac{dy}{dx}=2x^2y-y$$
$$\frac{dy}{dx}(x-2xy^2)=2x^2y-y$$
$$\frac{dy}{dx}=\frac{2x^2y-y}{x-2xy^2}$$

---

26)

معدل التغير المطلوب : $\frac{du}{dt}|_{w=64}$

العلاقة التي تربط u مع w هي :

$$u=150\sqrt[3]{w^2}$$
$$u=150w^{\frac{2}{3}}$$
$$\frac{du}{dt}=150\times\frac{2}{3}w^{-\frac{1}{3}}\frac{dw}{dt}$$

لكن $w=0.05t+8$ ، اذن $\frac{dw}{dt}=0.05$

$$\frac{du}{dt}|_{w=64}=150\times\frac{2}{3}(64)^{-\frac{1}{3}}(0.05)$$
$$=150\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}(0.05)=1.25$$

- اسئلة وزارية :

الدرس الرابع : الاشتقاق الضمني والمعدلات المرتبطة .

وزارة / 2023

- اذا كان $y^2 + cosx = 5$ ، فأن $\frac{dy}{dx}$ هي :

a) $\frac{\sin x}{2}$

b) $-\frac{\sin x}{2y}$

c) $\frac{\sin x}{2y}$

d) $-\frac{\sin x}{2}$

وزارة / 2023

- خزان ماء اسطواني الشكل ، طول قاعدته $1m$ ، اذا ملىء الخزان بالماء بمعدل $0.2m^3/s$ ، فجد معدل تغير ارتفاع الماء فيه ، علما بان العلاقة التي تربط بين حجم الخزان V وارتفاعه h هي : $V = \pi r^2 h$

وزارة / 2023 تكميلي

- اذا كان $3x^2 - y^3 = 13$ ، فأن قيمة $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(2, -1)$ تساوي :

a) $\frac{1}{4}$

b) $-\frac{1}{4}$

c) -4

d) 4

وزارة / 2023 تكميلي

- يتغير حجم بالون كروي الشكل عند نفخه ، فاذا ازداد نصف قطره بمعدل $2\ cm/s$. فما معدل تغير حجم البالون عندما يكون قطره $6cm$ ، علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون (V) ونصف قطره (r) هي : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

وزارة / 2024

- ميل المماس لمنحنى العلاقة $y^2 + y = x$ عند النقطة $(0, -1)$ هو :

a) 1

b) -1

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

وزارة / 2024

- يزداد نصف قطر بالون كروي الشكل عند نفخه بمعدل $0.4\ cm/s$ جد سرعة زيادة مساحة سطح البالون عندما يكون طول نصف قطره $5\ cm$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين مساحة سطح البالون A ونصف قطره r هي : $A = 4\pi r^2$

الاجابات :

وزارة / 2023

- اذا كان $y^2 + cosx = 5$ ، فأن $\frac{dy}{dx}$ هي :

a) $\frac{\sin x}{2}$

b) $-\frac{\sin x}{2y}$

c) $\frac{\sin x}{2y}$

d) $-\frac{\sin x}{2}$

الحل :

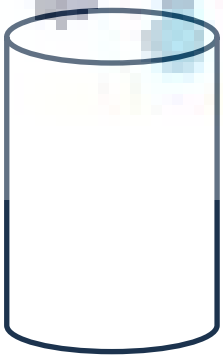
$$2y\frac{dy}{dx} - sinx = 0$$
$$2y\frac{dy}{dx} = sinx$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{sinx}{2y}$$

الاجابة : c

وزارة / 2023

- خزان ماء اسطواني الشكل ، طول قاعدته $1m$. اذا ملىء الخزان بالماء بمعدل $0.2m^3/s$ ، فجد معدل تغير ارتفاع الماء فيه ، علما بان العلاقة التي تربط بين حجم الخزان V وارتفاعه h هي : $V = \pi r^2 h$

الحل :



$$V = \pi r^2 h$$
$$V = \pi(0.5)^2 h$$
$$\frac{dv}{dt} = 0.25\pi\frac{dh}{dt}$$
$$0.2 = 0.25\pi\frac{dh}{dt}$$
$$\frac{dh}{dt} = \frac{0.2}{0.25\pi}$$

وزارة / 2023 تكميلي

- اذا كان $3x^2 - y^3 = 13$ ، فأن قيمة $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(2, -1)$ تساوي :

a) $\frac{1}{4}$
b) $-\frac{1}{4}$
c) -4
d) 4

الحل :

$$6x - 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{3y^2}$$

بتعويض النقطة المعطاة .

$$= 4$$

الاجابة : d

وزارة / 2023 تكميلي

- يتغير حجم بالون كروي الشكل عند نفخه ، فاذا ازداد نصف قطره بمعدل $2\ cm/s$. فما معدل تغير حجم البالون عندما يكون قطره $6cm$ ، علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون (V) ونصف قطره (r) هي : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

الحل :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$= 4\pi(3)^2(2)$$

$$= 72\pi \quad cm^3/s$$

وزارة / 2024

- ميل المماس لمنحنى العلاقة $y^2 + y = x$ عند النقطة $(0, -1)$ هو :

a) 1

b) -1

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

الاجابة : b

وزارة / 2024

- يزداد نصف قطر بالون كروي الشكل عند نفخه بمعدل $0.4\ cm/s$

جد سرعة زيادة مساحة سطح البالون عندما يكون طول نصف قطره $5\ cm$ ،

علماً بأن العلاقة التي تربط بين مساحة سطح البالون A ونصف قطره r هي :

$A = 4\pi r^2$

الحل :

$$r = 5$$
$$\frac{dr}{dt} = 0.4$$

$$\frac{dA}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 8\pi(5)(0.4)$$
$$\frac{dA}{dt} = 16\pi\ cm^2/s$$