



إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٣/التكميلي

(وثيقة مضمومة/محدودة)

مدة الامتحان: ٣٠ : ٢ س

رقم المبحث: 208

المبحث: الرياضيات (الورقة الثانية، ف ٢)

اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠٢٤/٠١/٠٢
رقم الجلوس:

رقم النموذج: (١)

الفرع: العلمي + الصناعي جامعات
اسم الطالب:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5)؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علماً أنّ عدد صفحات الامتحان (8).

السؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علماً أنّ عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أنّ رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و (b) يقابله (ب)، و (c) يقابله (ج)، و (d) يقابله (د).

(1) قيمة $\int_{-1}^1 3^x dx$ تساوي:

- a) $\frac{2}{3 \ln 3}$
- b) $\frac{8}{3 \ln 3}$
- c) $\frac{2}{3}$
- d) $\frac{8}{3}$

(2) $\int \sin(5 - 3x) dx$ يساوي:

- a) $-\cos\left(5x - \frac{3}{2}x^2\right) + C$
- b) $\cos(5 - 3x) + C$
- c) $-\frac{\cos(5-3x)}{3} + C$
- d) $\frac{\cos(5-3x)}{3} + C$

(3) $\int (\tan^2 2x - \sec^2 2x) dx$ يساوي:

- a) $x + C$
- b) $-x + C$
- c) $x - \tan 2x + C$
- d) $\tan 2x - x + C$

يتبع الصفحة الثانية

الصفحة الثانية/نموذج (١)

(4) إذا كان: $f(x) = \begin{cases} (2-3x)^2 & , x < 1 \\ 3x^2 - 2x & , x \geq 1 \end{cases}$ ، فإن قيمة $\int_0^3 f(x) dx$ تساوي:

- a) 1
- b) 17
- c) 18
- d) 19

(5) إذا كان: $f'(x) = e^x + e^{-x}$ يمثل ميل المماس لمنحنى الاقتران f ، وكان منحنى الاقتران يمر بالنقطة $(0, -1)$ ، فإن قاعدة الاقتران f ، هي:

- a) $f(x) = e^x - e^{-x} - 1$
- b) $f(x) = e^x + e^{-x} + 1$
- c) $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$
- d) $f(x) = e^x + e^{-x} - 1$

(6) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتُعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = 12t - 3t^2$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v السرعة المتجهة بالمتري لكل ثانية. فإن ازاحة الجسم في الفترة $[0, 6]$ تساوي:

- a) -36
- b) 0
- c) 36
- d) -24

(7) $\int (1-2x) \sqrt[3]{x^2-x} dx$ يساوي:

- a) $\frac{3 \sqrt[3]{(x^2-x)^4}}{4} + C$
- b) $-\frac{3 \sqrt[4]{(x^2-x)^3}}{4} + C$
- c) $-\frac{3 \sqrt[3]{(x^2-x)^4}}{4} + C$
- d) $\frac{3 \sqrt[4]{(x^2-x)^3}}{4} + C$

(8) $\int \sin^2 x \sin 2x dx$ يساوي:

- a) $-\frac{\sin^4 x}{2} + C$
- b) $-\frac{\cos^3 x}{3} + C$
- c) $\frac{\cos^4 x}{2} + C$
- d) $\frac{\sin^4 x}{2} + C$

يتبع الصفحة الثالثة



(9) قيمة $\int_1^2 \ln x^2 dx$ تساوي:

- a) $4 \ln 2 - 2$
- b) $4 \ln 2 - 6$
- c) $4 \ln 2 - 4$
- d) $2 \ln 2 - 1$

(10) $\int x \csc^2 x dx$ يساوي:

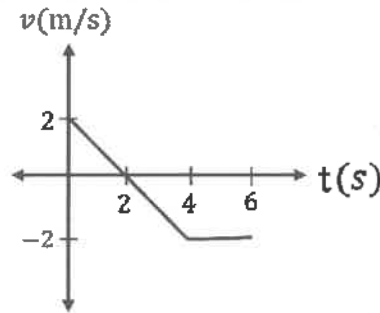
- a) $-x \cot x + \ln|\cos x| + C$
- b) $x \cot x - \ln|\cos x| + C$
- c) $-x \cot x + \ln|\sin x| + C$
- d) $x \cot x + \ln|\sin x| + C$

(11) إذا كان: $\int_0^1 f(x) dx = 1, f(1) = 8, f(0) = 5$ ، فإن قيمة $\int_0^1 x f'(x) dx$ تساوي:

- a) 2
- b) 3
- c) 8
- d) 7

(12) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى السرعة المتجهة - الزمن لجسم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية $[0, 6]$. إذا بدأ الجسم الحركة من $x = 10$ ، عندما $t = 0$ ، فإن موقع الجسم النهائي، هو:

- a) 4
- b) 6
- c) 14
- d) 18



(13) إذا كانت: $\frac{dy}{dx} = \tan x - x e^{-x^2}$ ، فإن الحل الخاص الذي يحقق النقطة $(0, 0)$ ، هو:

- a) $y = -\ln|\cos x| + \frac{1}{2} e^{-x^2} + \frac{1}{2}$
- b) $y = \ln|\cos x| + \frac{1}{2} e^{-x^2} + \frac{1}{2}$
- c) $y = -\ln|\cos x| + \frac{1}{2} e^{-x^2} - \frac{1}{2}$
- d) $y = \ln|\cos x| - \frac{1}{2} e^{-x^2} - \frac{1}{2}$

الصفحة الرابعة/نموذج (١)

14) عند تعيين النقطة $A(0, -1, 1)$ في نظام الإحداثيات ثلاثي الأبعاد، فإنها تقع على:

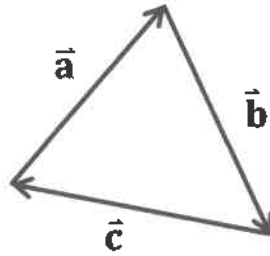
- a) المستوى xy
- b) المحور x
- c) المستوى yz
- d) المحور y

15) إذا كانت $A(-5, 2, 5)$ ، $B(-1, 5, -7)$ ، فإن AB يساوي:

- a) 7
- b) 13
- c) $\sqrt{89}$
- d) $\sqrt{229}$

16) معتمدًا الشكل الآتي الذي يمثل كلاً من المتجهات $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ ، $\vec{c}$ ، أي من الآتية يمثل جمعًا هندسيًا صحيحًا للمتجهات؟

- a) $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$
- b) $\vec{c} = \vec{b} + \vec{a}$
- c) $\vec{b} = \vec{c} - \vec{a}$
- d) $\vec{c} = -\vec{b} - \vec{a}$



17) إذا كان $A(3, 2, -7)$ ، $B(-8, 1, -9)$ ، فإن متجه الإزاحة من النقطة B إلى النقطة A ، هو:

- a) $\langle 11, 1, 2 \rangle$
- b) $\langle -11, -1, -2 \rangle$
- c) $\langle 5, -3, 16 \rangle$
- d) $\langle -5, 3, -16 \rangle$

18) إذا كانت: $\vec{r} = \langle -1, 5, 2 \rangle + t\langle 4, 0, 5 \rangle$ معادلة متجهة للمستقيم l ، و $P(5, 5, 7)$ نقطة غير واقعة عليه،

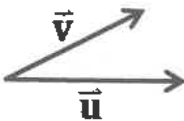
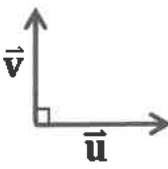
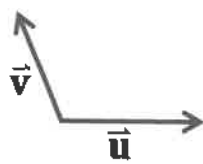
وكانت النقطة F هي مسقط النقطة P على المستقيم l ، فإن $\overrightarrow{PF}$ ، هو:

- a) $\langle 4 + 4t, 10, 9 + 5t \rangle$
- b) $\langle 6 + 4t, 0, 5 + 5t \rangle$
- c) $\langle -6 + 4t, 0, -5 + 5t \rangle$
- d) $\langle 5 + 4t, 5, 7 + 5t \rangle$

19) إذا كان: $\vec{c} = \langle 1, -2, 6 \rangle$, $B(-3, 0, 4)$, $A(2, 1, 4)$, وكان $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, فإن $\vec{u} \cdot \vec{c}$ يساوي:

- a) -3
- b) 3
- c) -7
- d) 7

20) إذا كان: $\vec{u}, \vec{v}$ متجهين غير صفريين، وكان $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ، فإن الشكل الأنسب للتعبير عن المتجهين $\vec{u}, \vec{v}$ هندسيًا من الأشكال الآتية، هو:

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 

21) إذا كان $X \sim Geo\left(\frac{3}{4}\right)$ ، فإن $P(X = 2)$ يساوي:

- a) $\frac{9}{64}$
- b) $\frac{9}{16}$
- c) $\frac{3}{64}$
- d) $\frac{3}{16}$

22) احتمال ظهور ثلاجة بها عيب في إحدى شركات تصنيع الثلاجات يساوي 4%، إذا اختيرت عينة عشوائية من 10 ثلاجات، فإن احتمال أن تكون ثلاجتان فيهما عيب، هو تقريبًا:

- a) 0.028
- b) 0.520
- c) 0.280
- d) 0.052



الصفحة السادسة/نموذج (١)

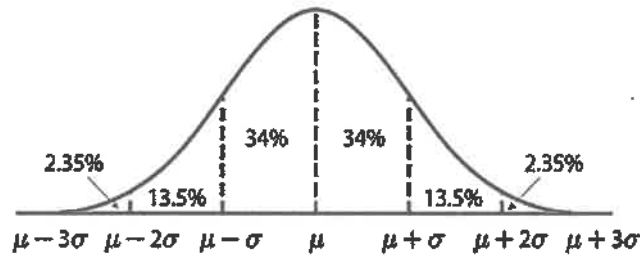
(23) إذا كان: $X \sim Geo\left(\frac{5}{8}\right)$ ، فإن توقع المتغير العشوائي X ، هو:

- a) 0.652
- b) 2.666
- c) 1.600
- d) 0.600

(24) إذا كان هطل الأمطار السنوي في إحدى المدن يتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 1000 mm ، وانحرافه المعياري 200 mm ، فإن احتمال أن يكون هطل الأمطار السنوي بين 800 mm و 1200 mm ، هو:

- a) 81.5%
- b) 68%
- c) 47.5%
- d) 95%

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من القاعدة التجريبية



(25) إذا كان $\mu > 0$ ، $X \sim N\left(\mu, \frac{\mu^2}{4}\right)$ ، فإن قيمة $P(X > 2\mu)$ تساوي:

- a) 0.0228
- b) 0.3085
- c) 0.9772
- d) 0.6915

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل بعضاً من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

z	0	0.25	0.5	1.5	2
$P(Z < z)$	0.5	0.5987	0.6915	0.9332	0.9772



السؤال الثاني: (30 علامة)

(a) جد كلاً من التكاملات الآتية:

1) $\int (\sec x \tan x)^4 dx$

(10 علامات)

$$2) \int \frac{x^2 - x + 1}{x^4 + x^2} dx$$

(10 علامات)

(b) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنَيي الاقترانين: $f(x) = x^2 + 2$, $g(x) = 12 - \frac{9}{x^2}$

حيث $x \geq 1$

(10 علامات)

السؤال الثالث: (24 علامة)

(a) أثبت أن حجم المُجَسَّم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنَيي الاقترانين: $f(x) = \frac{4}{x}$, $g(x) = (x - 3)^2$

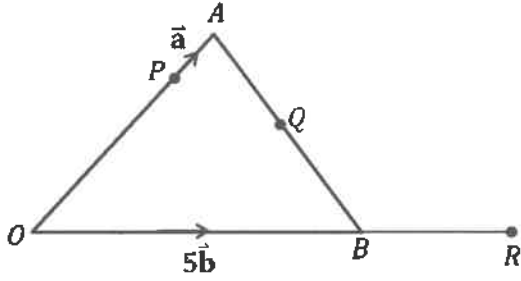
حول المحور x يساوي $\frac{27}{5}\pi$ وحدة مكعبة.

(12 علامة)

(b) حُلّ المعادلة التفاضلية الآتية:

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - x^2 e^{-y} + e^{-y} - 1$$

(12 علامة)



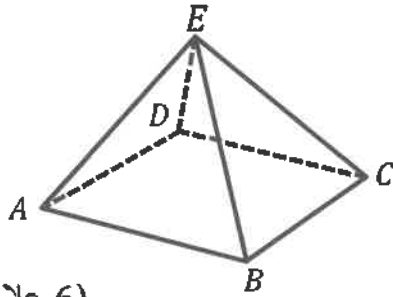
- (a) معتمدًا الشكل المجاور الذي يظهر فيه المثلث OAB ،
إذا كانت النقطة P تقع على $\overline{OA}$ ، حيث: $AP:PO = 1:4$ ،
والنقطة Q تقع على $\overline{AB}$ حيث: $AQ:QB = 2:3$ ،
والنقطة R تقع على امتداد OB حيث: $OB:BR = 5:3$ ،
وكان $\overrightarrow{PA} = \vec{a}$ ، $\overrightarrow{OB} = 5\vec{b}$ ، فأثبت أن النقاط P, Q, R
تقع على استقامة واحدة.

(12 علامة)

- (b) إذا كان: $l_1: \vec{r}_1 = \langle -5, 2, 4 \rangle + t\langle 3, -5, -1 \rangle$ ، $l_2: \vec{r}_2 = \langle 0, -8, -1 \rangle + u\langle 12, -15, a+1 \rangle$ ،

فما قيمة الثابت a التي تجعل المستقيمين l_1 و l_2 متقاطعين؟

(10 علامات)



- (a) معتمدًا الشكل المجاور الذي يظهر فيه الهرم $ABCDE$ ،
إذا علمت أن إحداثيات رؤوس قاعدة هذا الهرم هي: A, B, C, D ،
وأن: $\overrightarrow{EA} = \langle -7, 2, 8 \rangle$ ، $\overrightarrow{EC} = \langle 1, -10, -4 \rangle$ ،
فجد $m\angle AEC$ مقربًا إجابتك إلى أقرب عُشر درجة.

(6 علامات)

- (b) يتضمن اختبار شهري لمادة اللغة العربية 10 أسئلة جميعها من نوع الاختيار من متعدد، ولكل منها 4 بدائل، واحد منها الإجابة الصحيحة. إذا أجاب أحد الطلبة عن هذه الأسئلة العشرة بصورة عشوائية، فما احتمال أن تكون إجابة واحدة على الأكثر منها صحيحة؟ (أقرب الناتج إلى أقرب جزء من ألف).

(8 علامات)

- (c) مراقب ضبط الجودة في أحد المصانع يأخذ عينات عشوائية بصورة متكررة لتحديد كتل قطع البسكويت المنتجة في هذا المصنع، وقد وجد أن هذه الكتل تتبّع توزيعًا طبيعيًا: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. إذا كانت 6.68% من عينات الكتل تُظهر أن الكتلة تزيد على 55 g ، وكانت 2.74% من العينات تُظهر أن الكتلة تقل عن 50 g ، فجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكتل قطع البسكويت.

(10 علامات)

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

z	0	1.28	1.50	1.64	1.92	2
$P(Z < z)$	0.5	0.8997	0.9332	0.9495	0.9726	0.9772