



الرياضيات

9

الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني

كتاب التمارين

الرياضيات

الصف التاسع - كتاب التمارين
الفصل الدراسي الثاني

9

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

هبة ماهر التميمي إبراهيم أحمد عمارة أيمن ناصر صندوقه

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

📱 @nccdjr @ feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo

© HarperCollins Publishers Limited 2022.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 333 - 3

أعزّاءنا الطلبة ...

يحتوي هذا الكتاب تمارين متنوعة أعدت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي استكمال للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلمونها في كل درس، وتنمي مهارتكم الحسابية.

قد يختار المعلم/ المعلمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًا، ويترك لكم البقية لتعلوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

تساعدكم الصفحات التي عنوانها (أُستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة على مراجعة المفاهيم التي درستوها سابقًا؛ مما يعزز قدرتكم على متابعة التعلم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

يوجد فراغ كافٍ إزاء كل تمرين للكتابة إجابتَه، وإذا لم يتسع هذا الفراغ لخطوات الحل جميعها فيمكنكم استعمال دفتر إضافي للكتابة بوضوح.

تمنين لكم تعلمًا ممتعًا وميسرًا.

المركز الوطني لتطوير المناهج

الوحدة 5 العلاقات في المثلثات والنسب المثلثية

- 6 أَسْتَعِدُّ لدراسة الوحدة
- 9 **الدرس 1** الأجزاء المتناسبة في المثلثات
- 10 **الدرس 2** منصفات في المثلث
- 11 **الدرس 3** القطع المتوسط والارتفاعات في المثلث
- 12 **الدرس 4** النسب المثلثية
- 13 **الدرس 5** تطبيقات النسب المثلثية

الوحدة 6 المقادير الأسية والمقادير الجذرية

- 14 أَسْتَعِدُّ لدراسة الوحدة
- 17 **الدرس 1** تبسيط المقادير الأسية
- 18 **الدرس 2** العمليات على المقادير الجذرية
- 19 **الدرس 3** حل المعادلات الجذرية

الوحدة 7 المقادير الجبرية النسبية

- أستعدُّ لدراسة الوحدة 20
- الدرس 1 ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها 23
- الدرس 2 جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها 24
- الدرس 3 حل المعادلات النسبية 25

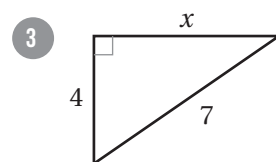
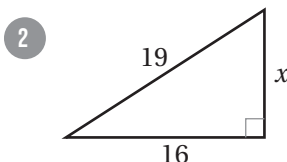
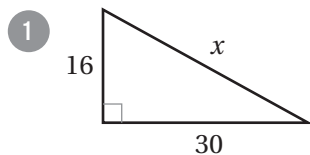
الوحدة 8 الإحصاء والاحتمالات

- أستعدُّ لدراسة الوحدة 26
- الدرس 1 مقاييس التشتت 31
- الدرس 2 الجداول التكرارية ذات الفئات 33
- الدرس 3 المُدرجات التكرارية 34
- الدرس 4 الاحتمالات وأشكال فن 35
- الدرس 5 الاحتمال الهندسي 38

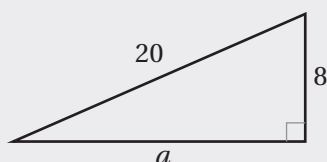
أختبرُ معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة أستعينُ بالمثال المعطى.

إيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية باستخدام نظرية فيثاغورس

أجد طول الضلع المجهول في كل مثلث مما يأتي، مُقَرَّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة (إن لزم):



مثال: أجد طول الضلع المجهول في المثلث المُجاوِر، مُقَرَّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

نظرية فيثاغورس

$$a^2 + 8^2 = 20^2$$

بتعويض $b = 8, c = 20$

$$a^2 + 64 = 400$$

بإيجاد القوى

$$a^2 = 336$$

بطرح 64 من طرفي المعادلة

$$a = \pm \sqrt{336}$$

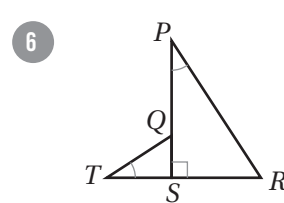
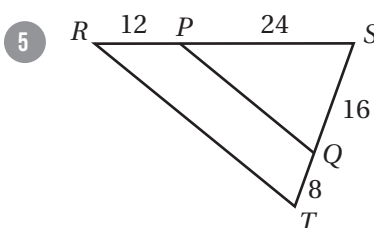
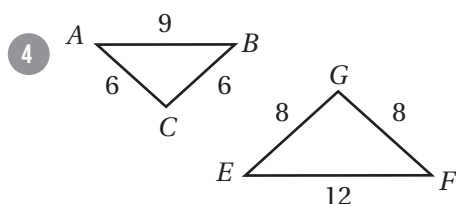
تعريف الجذر التربيعي

$$a \approx 18.3$$

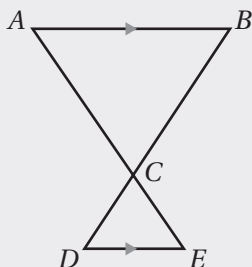
باستعمال الآلة الحاسبة

تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام حالات التشابه: SAS، و SSS، و AA

أثبت أن كل مثلثين مما يأتي متشابهان باستخدام البرهان ذي العمودين:

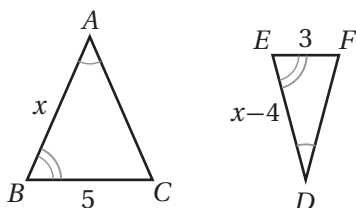


مثال: مُعتمدًا المعلومات المعطاة في الشكل المُجاوِر، أُثبِتُ أَنَّ $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

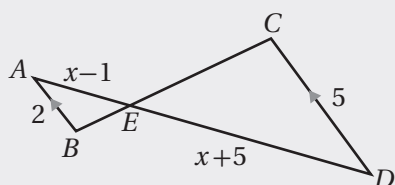


المُبررات	العبارات
(1) زاويتان مُتقابلتان بالرأس.	(1) $\angle ACB \cong \angle ECD$
(2) معطى.	(2) $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$
(3) زاويتان مُتبادلتان داخليًا.	(3) $\angle ABC \cong \angle CDE$
(4) مُسلّمة التشابه (AA).	(4) $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

استعمال تشابه المثلثات لإيجاد قياسات مجهولة



7 إذا كان المثلثان في الشكل المُجاوِر مُتشابهين، فأجد قيمة x .



مثال: إذا كان المثلثان في الشكل المُجاوِر مُتشابهين، فأجد قيمة x .

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DE} \quad \text{بكتابة التناسب}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{x-1}{x+5} \quad \text{بالتعويض}$$

$$2(x+5) = 5(x-1) \quad \text{بالضرب التبادلي}$$

$$2x + 10 = 5x - 5 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$2x = 5x - 15 \quad \text{بطرح 10 من طرفي المعادلة}$$

$$-3x = -15 \quad \text{بطرح 5x من طرفي المعادلة}$$

$$x = 5 \quad \text{بقسمة طرفي المعادلة على -3}$$

• إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي

أجد المسافة بين كلّ نقطتين ممّا يأتي، مُقرَّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة (إن لزم):

8 $P(-5, 2), Q(1, 8)$

9 $P(2, 3), Q(-1, 4)$

مثال: أجد المسافة بين النقطتين $P(-1, 7)$ والنقطة $Q(5, -1)$ ، مُقرَّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة (إن لزم):

$$\begin{aligned}
 PQ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} && \text{صيغة المسافة في المستوى الإحداثي} \\
 &= \sqrt{(5 - (-1))^2 + ((-1) - 7)^2} && \text{بالتعويض } (x_1, y_1) = (5, -1), (x_2, y_2) = (-1, 7) \\
 &= \sqrt{(36)^2 + (64)^2} && \text{بالتبسيط} \\
 &= \sqrt{100} && \text{بإيجاد مُربّع كلّ عدد، والجمع} \\
 &= 10 && \text{بإيجاد الجذر التربيعي}
 \end{aligned}$$

• إيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي

10 أجد إحداثيي النقطة M التي تُمثّل منتصف $\overline{HI}$ ، حيث: $H(2, -4)$ و $I(1, 3)$.

مثال: أجد إحداثيي النقطة M التي تُمثّل منتصف $\overline{KL}$ ، حيث: $L(8, -1)$ و $K(-4, 1)$.

$$\begin{aligned}
 M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) &&& \text{صيغة نقطة المنتصف في المستوى الإحداثي} \\
 M\left(\frac{-4 + 8}{2}, \frac{1 + (-1)}{2}\right) &&& \text{بالتعويض } (x_1, y_1) = (-4, 1), (x_2, y_2) = (8, -1) \\
 M(2, 0) &&& \text{بالتبسيط}
 \end{aligned}$$

الدرس 1

الأجزاء المتناسبة في المثلثات Proportional Parts in Triangles

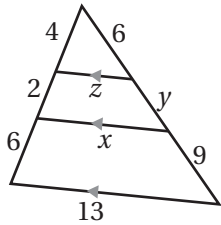
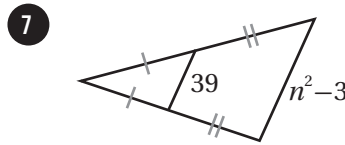
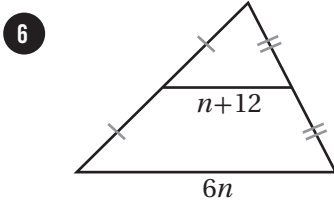
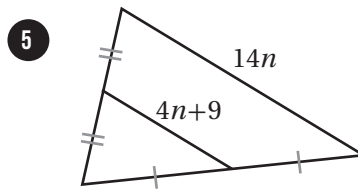
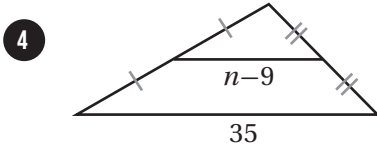
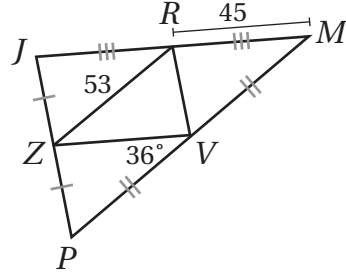
أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المُجاور لإيجاد كلِّ ممَّا يأتي:

1 ZV

2 PM

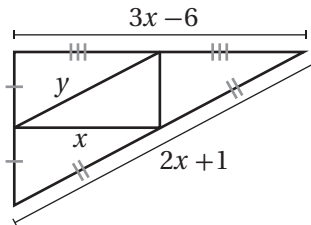
3 $m \angle RZV$

أجد قيمة n في كلِّ ممَّا يأتي:



8 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المُجاور لإيجاد قيمة كلِّ من x ، و y ، و z .

9 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لإيجاد قيمة كلِّ من x ، و y .



10 إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(-5, 6)$ ، $B(3, 8)$ ، $C(1, 4)$ ، فأجد أطوال جميع القطع المنصّفة في

المثلث ABC .

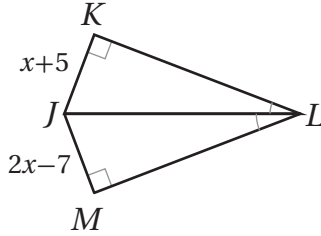
الدرس 2

مُنَصِّفَاتٌ فِي المثلثِ Bisectors in Triangle

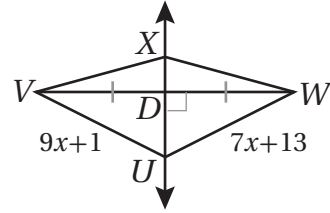
أجدُ كلاً ممّا يأتي:

الوحدة 5: العلاقات في المثلثات والنسب المثلثية

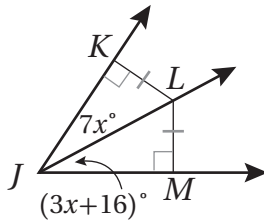
1 JK



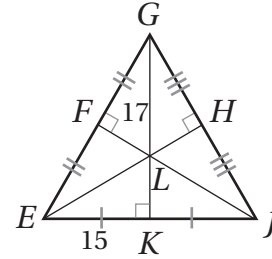
2 UW



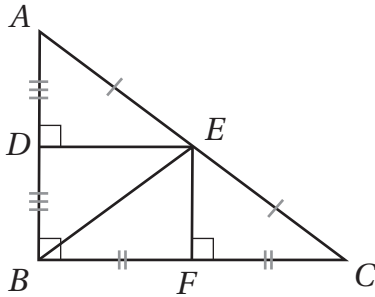
3 $m \angle KJL$



4 LK



أستعملُ الشكلَ المُجاوِرَ لإكمالِ الفراغِ في كلِّ منَ العباراتِ الآتية:



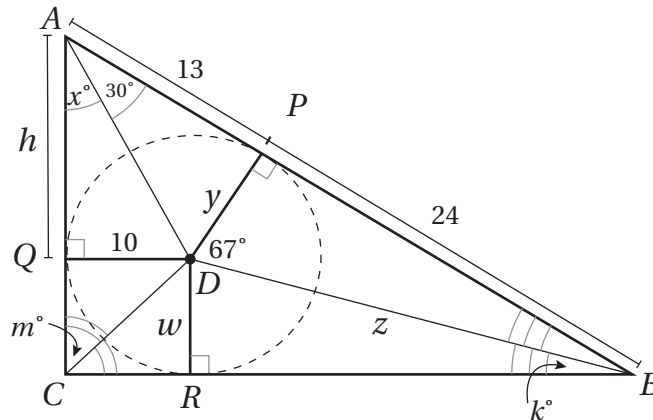
5 $\overline{DA} \cong$ _____

6 $\overline{BF} \cong$ _____ $\cong$ _____

7 $\angle AED \cong$ _____

8 $\overline{FE} \cong$ _____ $\cong$ _____

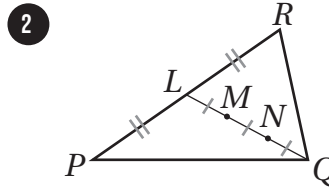
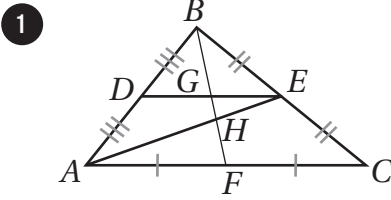
9 أستعملُ المعلوماتَ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لإيجادِ قياسِ كلِّ منَ y ، x ، w ، m ، k ، و h ، و z .



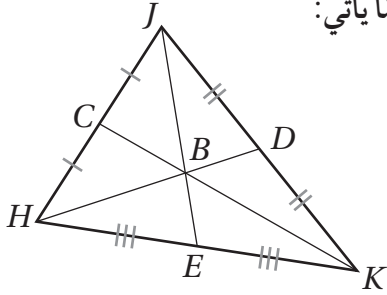
الدرس 3

القطع المتوسط والارتفاعات في المثلث Medians and Altitudes in Triangle

أحد مركز كل مثلث مما يأتي:



إذا كانت النقطة B هي مركز $\triangle HJK$ ، وكان: $HD = 21$, $BK = 18$ ، فأجد قياس كل مما يأتي:



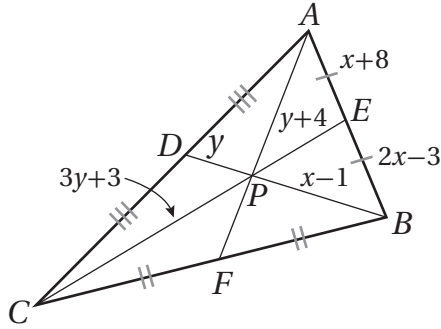
3 HB

4 BD

5 CK

6 CB

أجد قياس كل مما يأتي:

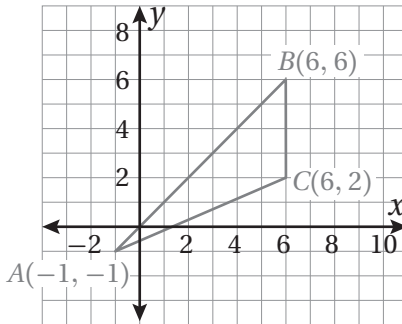


7 BP

8 BD

9 CP

10 PE



11 يظهر المثلث $\triangle ABC$ في المستوى الإحداثي المجاور. أجد إحداثي مركز هذا المثلث.

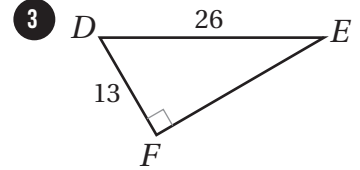
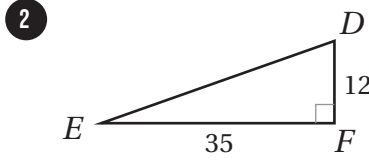
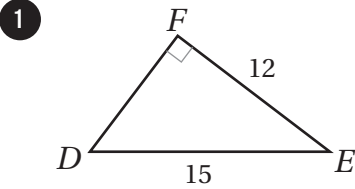
أجد إحداثي ملتقى ارتفاعات المثلث المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي:

12 $X(2, -2)$, $Y(4, 6)$, $Z(8, -2)$

13 $A(-5, 8)$, $B(4, 5)$, $C(-2, 5)$

النسب المثلثية Trigonometric Ratios

أجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية E في كل مما يأتي، تاركًا إجابتي في صورة كسر:



أجد قيمة كل مما يأتي باستعمال الآلة الحاسبة، مُقرَّبًا إجابتي إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

4 $\sin 0^\circ$

5 $\sin 17^\circ$

6 $\sin 72^\circ$

7 $\cos 7^\circ$

8 $\cos 82^\circ$

9 $\cos 29^\circ$

10 $\tan 15^\circ$

11 $\tan 59^\circ$

12 $\tan 78^\circ$

13 $5 \tan 80^\circ$

14 $\frac{7}{\cos 32^\circ}$

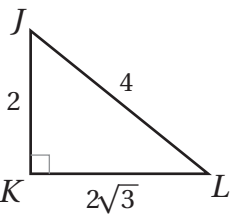
15 $7 \cos 52^\circ$

أجد قياس الزاوية في كل مما يأتي، مُقرَّبًا إجابتي إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

16 $\sin B = 0.7245$

17 $\cos C = 0.2493$

18 $\tan E = 9.4618$



19 مُعتمدًا المعلومات المعطاة في الشكل المُجاور، أحدد النسب المثلثية التي تساوي $\frac{1}{2}$ مما يأتي (أحدد جميع الخيارات الممكنة):

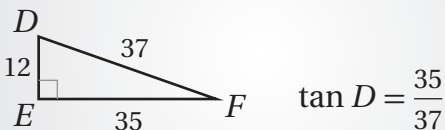
$\sin L$

$\cos L$

$\sin J$

$\cos J$

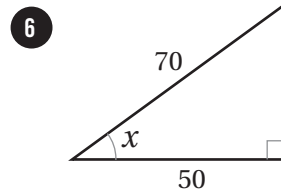
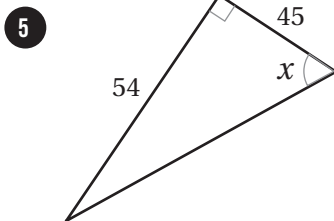
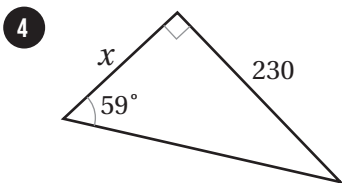
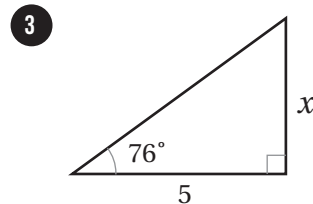
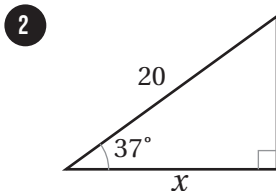
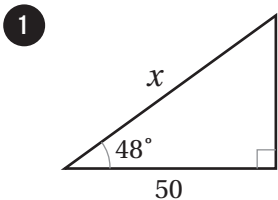
20 أكتشف الخطأ: أبين الخطأ في الحل المُجاور، ثم أصحِّحه.



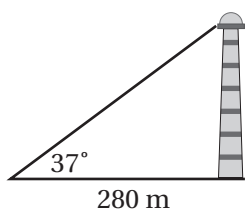
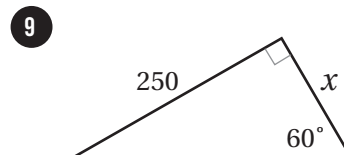
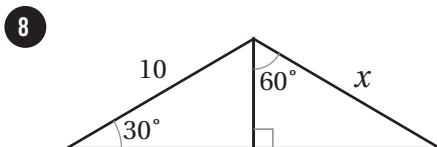
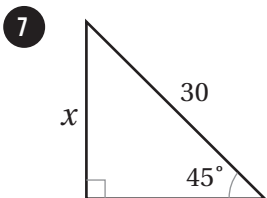
تطبيقات النسب المثلثية

Applications of Trigonometric Ratios

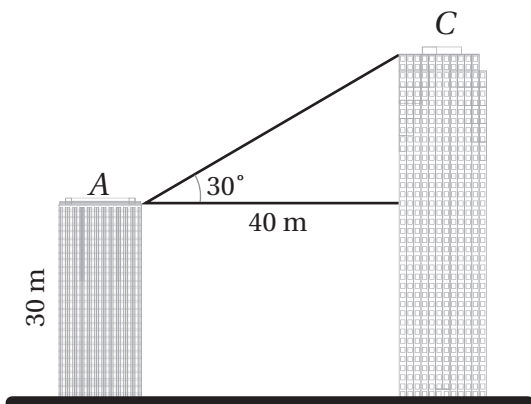
أجد قيمة x في كل مثلث مما يأتي، مُقَرَّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة:



أستعمل النسب المثلثية لإيجاد قيمة x في كل مثلث مما يأتي:



10 رصد أحمد قمة منارة بزاوية ارتفاع قياسها 37° . إذا كان بُعد أحمد عن قاعدة المنارة هو 280 m، فأجد ارتفاع المنارة.



11 يُمثِّل الشكل المجاور المبنى A والمبنى C. إذا كان ارتفاع المبنى A هو 30 m، وكانت المسافة بين المبنيين هي 40 m، فأستعمل المعلومات المعطاة في الشكل لإيجاد ارتفاع المبنى C.

أختبرُ معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكّدي من الإجابة أستعينُ بالمثال المعطى.

• استعمال قواعد ضرب القوى الصحيحة وقسمتها لتبسيط عبارات أسّيّة.

أجدُ قيمة كلِّ ممّا يأتي:

1 $5^2 \times 5^3$

2 $\frac{6^5}{6^4}$

3 $4^{-2} \times 4^5$

4 $(7^3)^{-2}$

5 $(8^0 \times 8^2)^{-1}$

مثال: أجدُ قيمة كلِّ ممّا يأتي:

a) $3^2 \times 3^3$

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^3 &= 3^{(2+3)} \\ &= 3^5 \\ &= 243 \end{aligned}$$

قاعدة ضرب القوى
بجمع الأسس
بالتبسيط

b) $\frac{9^7}{9^5}$

$$\begin{aligned} \frac{9^7}{9^5} &= 9^{(7-5)} \\ &= 9^2 \\ &= 81 \end{aligned}$$

قاعدة قسمة القوى
بطرح الأسس
بالتبسيط

c) $(4^2)^{-3}$

$$\begin{aligned} (4^2)^{-3} &= 4^{2 \times -3} \\ &= 4^{-6} \\ &= \frac{1}{4^6} \\ &= \frac{1}{4096} \end{aligned}$$

قاعدة قوّة القوّة
بضرب الأسس
تعريف الأسس السالبة
بالتبسيط

• تبسيط مقادير عدديّة تحوي جذورًا صمّاء

أبسّطُ كلّ ممّا يأتي:

6 $\sqrt{24}$

7 $\sqrt{\frac{45}{100}}$

8 $\frac{3}{\sqrt{5}}$

9 $\sqrt{18} + \sqrt{32} - 5\sqrt{2}$

10 $\sqrt{3}(4 - \sqrt{3})$

11 $(2 + \sqrt{5})^2$

مثال: أبسطُ كلاً مما يأتي:

a) $\sqrt{90}$

$$\begin{aligned}\sqrt{90} &= \sqrt{9 \times 10} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{10} \\ &= 3\sqrt{10}\end{aligned}$$

بتحليل العدد 90 إلى عاملين، أحدهما مُربعٌ كاملٌ
خاصية ضرب الجذور التربيعية
بالتبسيط

b) $\sqrt{\frac{28}{3}}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{28}{3}} &= \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{4 \times 7}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{7}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{21}}{3}\end{aligned}$$

خاصية قسمة الجذور التربيعية
بتحليل العدد 28 إلى عاملين، أحدهما مُربعٌ كاملٌ
خاصية ضرب الجذور التربيعية
بالتبسيط
بإنطاق المقام
خاصية ضرب الجذور التربيعية

c) $\sqrt{3}(2 - \sqrt{5})$

$$\begin{aligned}\sqrt{3}(2 - \sqrt{5}) &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{15}\end{aligned}$$

خاصية التوزيع
خاصية ضرب الجذور التربيعية

حلّ المعادلات الخطية والمعادلات التربيعية

أحلّ كلاً من المعادلات الآتية:

12 $x + 4 = 60$

13 $5 + 4y = 15$

14 $\frac{t-5}{2} = 3$

15 $2(x + 5) = 16$

16 $2(3x+11)=10$

17 $4a - 3 = 3a + 4$

18 $4(3b-1) + 6 = 5(2b + 4)$

19 $x^2 - 18 = -32$

20 $3x^2 + 8x - 3 = 0$

مثال: أحلُّ كُلًّا من المعادلات الآتية:

a) $5x + 4 = 3x + 10$

$$5x + 4 = 3x + 10$$

المعادلة المعطاة

$$2x + 4 = 10$$

ب طرح $3x$ من طرفي المعادلة

$$2x = 6$$

ب طرح 4 من طرفي المعادلة

$$x = 3$$

بقسمة طرفي المعادلة على 2

b) $3(2x + 5) + x = 2(2 - x) + 2$

$$3(2x + 5) + x = 2(2 - x) + 2$$

المعادلة المعطاة

$$6x + 15 + x = 4 - 2x + 2$$

باستعمال خاصية التوزيع

$$7x + 15 = 6 - 2x$$

بالتبسيط

$$9x + 15 = 6$$

بجمع $2x$ لطرفي المعادلة

$$9x = -9$$

ب طرح 15 من طرفي المعادلة

$$x = -1$$

بقسمة طرفي المعادلة على 9

c) $x^2 + 6x + 5 = 0$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

المعادلة المعطاة

$$(x + 5)(x + 1) = 0$$

بالتحليل إلى العوامل

$$x + 5 = 0 \quad \text{or} \quad x + 1 = 0$$

خاصية الضرب الصفري

$$x = -5$$

$$x = -1$$

بحل كل معادلة

تبسيط المقادير الأسية Simplifying Exponential Expressions

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة، علماً بأنَّ أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

1 $(7a^3 b^5)(2ab^3)$

2 $(4a^3 b^5)(5a^4 b^{-1})$

3 $\frac{12a^3 b^{-7}}{4ab}$

4 $\left(\frac{5x^3}{b^8}\right)^{-2}$

5 $\frac{(yx^{-3})^0}{y^4 \times 2y^{-2}}$

6 $\frac{45x^3 y^4 z^5}{150x^5 y^4 z^3}$

7 $\left(\frac{15x^{-2} y^9}{18x^2 y^3}\right)^{-1}$

8 $\frac{-p^{-1} q^{-1}}{-3pq^{-3}}$

9 $\frac{p^{-3} q^{-2}}{q^{-3} r^5}$

10 $(a^3 b^4)^{-2} (a^{-3} b^{-5})^{-4}$

11 $\left(\frac{5a^0 b^4}{c^{-3}}\right)^2$

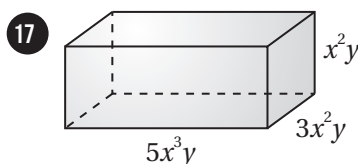
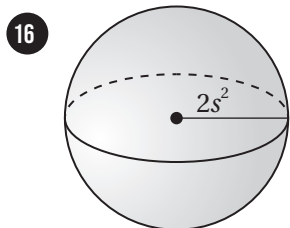
12 $3a(5a^2 b)(6ab^3)$

13 $(8y^3)(-3x^2 y^2)\left(\frac{3}{8}xy^3\right)$

14 $\left((4r^2 t)^3\right)^2$

15 $\frac{g^0 h^7 j^{-2}}{g^{-5} h^0 j^{-2}}$

أجد حجم كل شكل مما يأتي في أبسط صورة:



مسألة مفتوحة: أحلّ كلاً من المسألتين الآتيتين بطريقتين مختلفتين:

18 أجد مقدارين أُسيّين ناتج ضربيهما هو $12x^2 y^5$.

19 أجد مقدارين أُسيّين ناتج قسمتهما أحدهما على الآخر هو $12x^2 y^5$.

20 أكتشف الخطأ: أكتشف الخطأ في الحل الآتي، ثمّ أصحّحه.

$$\frac{y^5 \times y^3}{y^4} = \frac{y^8}{y^4} = y^2$$

X

العمليات على المقادير الجذرية

Operations with Radical Expressions

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1 $\sqrt[5]{224p^5q^{10}}$

2 $\sqrt[3]{-135x^5y^3}$

3 $\sqrt[4]{648x^5y^7z^2}$

4 $\sqrt{512a^4b^2}$

5 $\sqrt{180u^3v}, u > 0$

6 $2\sqrt[3]{375u^2v^8}$

7 $\sqrt[8]{v^8g^{40}}$

8 $\sqrt[6]{729a^{24}b^{18}}$

9 $\sqrt[5]{-32(y-6)^{20}}$

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة، علماً بأن جميع المتغيرات أعداد حقيقية موجبة:

10 $\sqrt[5]{\frac{160m^6}{n^7}}$

11 $\frac{\sqrt[4]{v^6}}{\sqrt[7]{u^5}}$

12 $\sqrt{\frac{48x^3}{3x}}$

13 $\sqrt{\frac{162}{6a^3}}$

14 $\frac{3\sqrt[4]{2a^2}}{\sqrt[4]{6a^3}}$

15 $\sqrt[4]{\frac{7x^3}{4b^2}}$

أبسط كلاً من العبارات الجذرية الآتية، علماً بأن جميع المتغيرات حقيقية موجبة:

16 $2\sqrt[4]{176} + 5\sqrt[4]{11}$

17 $2\sqrt{32a^3b^5} \times \sqrt{8a^7b^2}$

18 $6\sqrt{45y^2} - 4\sqrt{420y^2}$

19 $\frac{\sqrt{7}}{3 + \sqrt{5}}$

20 $\frac{1}{1 - \sqrt{3}}$

21 $\frac{1 - 2\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}}$

22 أكتشف الخطأ: أكتشف الخطأ في الحل الآتي، ثم أصححه.

$$\begin{aligned} \frac{1}{5 + \sqrt{2}} &= \frac{1}{5 + \sqrt{2}} \times \frac{5 - \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{2}}{25 + 2} \\ &= \frac{5 - \sqrt{2}}{27} \end{aligned}$$

X

حل المعادلات الجذرية Solving Radical Equations

أحلُّ كُلًّا مِنْ المعادلات الآتية:

1 $\sqrt{3r+2} = 2\sqrt{3}$

2 $\sqrt{3b-2} + 19 = 24$

3 $\sqrt{26-n} = 7$

4 $\sqrt{2x} = \sqrt{x+7} - 1$

5 $2x = \sqrt{4x^2 + 6x - 12}$

6 $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-13} = 11$

7 $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} + 2 = 0$

8 $\sqrt[4]{2x-9} = 3$

9 $\sqrt[3]{x^2} + 4 - 2 = 0$

10 $3\sqrt{x-2} + 2 = x$

11 $-10\sqrt{v-10} = -60$

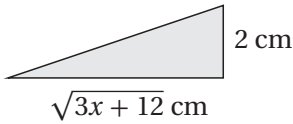
12 $\sqrt{2n-88} = \sqrt{\frac{n}{6}}$

13 $2x = \sqrt{17x-15}$

14 $r + 4 = \sqrt{-4r-11}$

15 $-3g = \sqrt{-18-27g}$

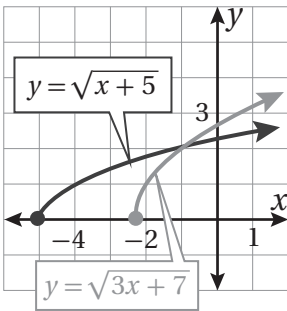
16 إذا كانت مساحة المثلث المجاور هي $\sqrt{5x-4} \text{ cm}^2$ ، فأجد قيمة x .



يُبين الشكل المجاور التمثيل البياني لمنحنى كلٍّ من المعادلة: $y = \sqrt{3x+7}$ ،
والمعادلة: $y = \sqrt{x+5}$:

17 أكتب معادلة حلها هو الإحداثي x لنقطة تقاطع منحنىي المعادلتين.

18 أحل المعادلة التي كتبتها في الفرع السابق جبرياً.



X

$$2 + 5\sqrt{x} = 12$$

$$5\sqrt{x} = 10$$

$$5x = 100$$

$$x = 20$$

19 أكتشف الخطأ: أكتشف الخطأ في الحل المجاور،
ثمَّ أصحِّحه.

أختبرُ معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكّدي من الإجابة أستعينُ بالمثال المعطى.

• تحليل المقادير الجبرية إلى العوامل

أحلّلُ كلّاً ممّا يأتي:

1 $x^2 + 15x + 44$

2 $x^2 + 2x - 15$

3 $x^3 - 2x^2 + 9x - 18$

4 $2x^2 - x - 6$

5 $10x^2 + 3x - 1$

6 $6x^3 + 9x^2 + 3x$

7 $100 - 16y^2$

8 $7x^3y - 63xy^3$

9 $27x^3 + 64$

مثال: أحلّلُ كلّاً ممّا يأتي:

a) $x^2 + 5x - 6$

في ثلاثي الحدود المعطى، فإنّ $b = 5$ ، و $c = -6$ ، وهذا يعني أنّ إشارة $m + n$ موجبة، وإشارة nm سالبة.

إذن، يجب أن تكون إشارة n أو إشارة m سالبة، وليس كلاهما معاً.

أنشئُ قائمةً مُنظّمةً من أزواج عوامل العدد (-6) بحيث تكون إشاراتها مختلفة، ثمَّ أحدّد زوج العوامل الذي مجموعهُ: 5

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد (-6) المختلفة في الإشارة
-5	1, -6
5	-1, 6

العاملان الصحيحان

$$x^2 + 5x - 6 = (x + m)(x + n)$$

بكتابة القاعدة

$$= (x - 1)(x + 6)$$

بالتبسيط

b) $6x^2 + 11x + 4$

بما أنّ $a = 6$ ، و $b = 11$ ، و $c = 4$ ، فإنّني أبحثُ عن عددين حاصل ضربهما $4 \times 6 = 24$ ، ومجموعهما 11.

وبما أنّ إشارة كلّ من c و b موجبة، فإنّني أنشئُ جدولاً أنظّم فيه أزواج عوامل العدد 24 الموجبة، ثمَّ أحدّد

العاملين اللذين مجموعهما 11:

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد 24
14	2, 12
11	3, 8

العاملان الصحيحان

$$6x^2 + 11x + 4 = 6x^2 + mx + nx + 4$$

$$= 6x^2 + 3x + 8x + 4$$

$$= (6x^2 + 3x) + (8x + 4)$$

$$= 3x(2x + 1) + 4(2x + 1)$$

$$= (2x + 1)(3x + 4)$$

بكتابة القاعدة

$$m = 3, n = 8 \text{ بتعويض}$$

بتجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

بتحليل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

إخراج $(3x + 4)$ عاملاً مشتركاً

c) $2x^3 + x^2 + 14x + 7$

$$2x^3 + x^2 + 14x + 7 = (2x^3 + x^2) + (14x + 7)$$

$$= x^2(2x + 1) + 7(2x + 1)$$

$$= (2x + 1)(x^2 + 7)$$

بتجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

بتحليل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

إخراج $(2x + 1)$ عاملاً مشتركاً

تبسيط المقادير الجبرية النسبية

أكتب كلاً ممّا يأتي في أبسط صورة:

10 $\frac{16x^2y}{24xy^3}$

11 $\frac{4 - y^2}{y^2 - 3y - 10}$

12 $\frac{6n^2 + 12n}{9n^3 + 18n^2}$

مثال: أكتب كلاً ممّا يأتي في أبسط صورة:

a) $\frac{3x^2}{6x^3 - 42x}$

$$\frac{3x^2}{6x^3 - 42x} = \frac{3x^2}{6x^2(x - 7)}$$

$$= \frac{3x^2}{2 \times 3x^2 \times (x - 7)}$$

$$= \frac{3x^2}{2 \times 3x^2 \times (x - 7)}$$

$$= \frac{1}{2(x - 7)}$$

إخراج $6x^2$ عاملاً مشتركاً من حدود المقام

العامل المشترك الأكبر للبسط والمقام $(3x^2)$

بقسمة كل من البسط والمقام على $3x^2$

بالتبسيط

b) $\frac{1-z^2}{z-1}$

$$\frac{1-z^2}{z-1} = \frac{(1-z)(1+z)}{z-1}$$

بتحليل البسط إلى العوامل

$$= \frac{-(z-1)(1+z)}{z-1}$$

بكتابة $(1-z)$ في صورة $-(z-1)$

$$= \frac{-\cancel{(z-1)}(1+z)}{\cancel{z-1}}$$

بقسمة كل من البسط والمقام على $(z-1)$

$$= -1-z$$

بالتبسيط

حلّ التناسبات

أحلّ كلاً من التناسبات الآتية:

13 $\frac{5}{4} = \frac{20}{x}$

14 $\frac{x}{12-x} = \frac{10}{30}$

15 $\frac{12}{x-2} = \frac{32}{x+8}$

مثال: أحلّ التناسب الآتي: $\frac{5}{x+4} = \frac{4}{x-4}$

$$\frac{5}{x+4} = \frac{4}{x-4}$$

التناسب المعطى

$$4(x+4) = 5(x-4)$$

بالضرب التبادلي

$$4x + 16 = 5x - 20$$

باستعمال خاصية التوزيع

$$-x + 16 = -20$$

بطرح $5x$ من طرفي المعادلة

$$-x = -36$$

بطرح 16 من طرفي المعادلة

$$x = 36$$

بقسمة طرفي المعادلة على -1

ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها Multiplying and Dividing Algebraic Rational Expressions

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1 $\frac{3x^2 + 6x}{12x^2}$

2 $\frac{y^2 - 7y - 18}{9 - y}$

3 $\frac{4w^3 - 36w}{8w^3 - 48w^2 + 72w}$

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

4 $\frac{5a^3 b^2}{8wy^4} \times \frac{12 w^2 y^3}{10a^2 b^3}$

5 $\frac{6x^4 b^2}{5wy^4} \div \frac{4x^2 b^3}{10w^4 y^2}$

6 $\frac{y-z}{6} \times \frac{12}{y^2 - z^2}$

7 $\frac{n^2}{2n - 8} \div \frac{3n}{n^2 - 16}$

8 $\frac{x + 3}{8x + 4} \times \frac{4x^2 - 1}{x^2 + 6x + 9}$

9 $\frac{5x - 5}{x^2 - 16} \div \frac{10x^2 - 10x}{6x - 24}$

10 $\frac{2a^2 - 9a - 5}{a^2 - 9a + 20} \times \frac{4 - a}{2a^2 + a}$

11 $\frac{2a^2 - 8a + 6}{8a + 16} \div \frac{9 - a^2}{a^2 + 5a + 6}$

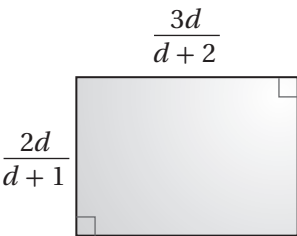
12 $\frac{\frac{1 - 2b}{b}}{\frac{b - 4}{b}}$

13 $\frac{\frac{x^2 - 16}{5x^2}}{\frac{4 - x}{10x}}$

14 $\frac{\frac{(x + 1)^2}{x^2 - 3x}}{\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 9}}$

15 $\frac{\frac{4x^2 - 1}{3x^3 - 6x^2 - 24x}}{\frac{12x^2 + 12x - 9}{2x^2 - 5x - 12}}$

مُعْتَمِداً المعلومات المعطاة في الشكل المجاور، أجب عن السؤالين الآتيين تبعاً:



16 أجد النسبة بين طول المستطيل وعرضه في صورة مقدار جبري نسبي في أبسط صورة.

17 أجد مساحة المستطيل في صورة مقدار جبري نسبي في أبسط صورة.

18 أسطوانة مساحة قاعدتها $\text{cm}^2 \left(\frac{x^2 + 5x - 6}{4x} \right)$ ، وارتفاعها $\text{cm} \left(\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 5x + 4} \right)$. أجد حجم الأسطوانة في أبسط صورة.

الدرس 2

جمعُ المقادير الجبرية النسبية وطرحها Adding and Subtracting Rational Expressions

أجد المضاعف المشترك الأصغر للمقادير أو الحدود الجبرية المعطاة في كلِّ ممَّا يأتي:

1 $x^2 y^3 z, xy^2 z^4$

2 $x + 1, x^2 + x - 6$

3 $w^2 + w, 3w + 3, w + 1$

4 $6r + 2, 3r, 3r^2 + 7r + 2$

5 $y^2 + 4y + 3, y^2 - 4y - 5$

6 $x^4 - 8x^3 + 7x^2, x^2 + 2x - 3$

أكتب كلاً ممَّا يأتي في أبسط صورة:

7 $\frac{1}{3y^2 d} + 2y$

8 $\frac{3}{2x^2 y^3} + \frac{5}{4x^4 y}$

9 $\frac{1}{8c^3 d^2} - \frac{3}{c^2 d^5}$

10 $\frac{3}{x-2} + \frac{5}{x^2-4}$

11 $\frac{5}{w^2+4w-12} + \frac{2}{2w+12}$

12 $\frac{2r+4}{r-3} - \frac{1-4r}{2-r}$

13 $\frac{8}{c^2-2c-15} - \frac{1}{3c-15}$

14 $\frac{y+1}{y^2-5y-6} + \frac{y}{y^2-3y-18}$

15 $\frac{h-3}{h^2-7h+10} - \frac{6}{h^2-4}$

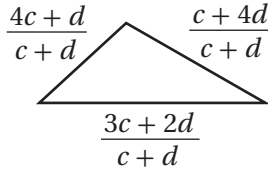
16 $\frac{\frac{3}{c-d} + \frac{1}{c+d}}{\frac{4}{c-d}}$

17 $\frac{1}{y^2+7y-8} - \frac{2}{2y-2} \times \frac{y+8}{2}$

18 $\frac{\frac{w^2+5w+4}{w^2+3w}}{\frac{2}{w} - \frac{w-1}{w+3}}$



$\frac{3c+d}{c+d}$



مُعْتَمِدًا المَعْلُومَاتِ المَعْطَاةَ فِي الشَّكْلِ المَجَاوِرِ، أُجِيبُ عَنِ الأَسْئَلَةِ
الثَّلَاثَةِ الآتِيَةِ تَبَاعًا:

19 أجد محيط المربع في صورة مقدار جبري نسبي في أبسط صورة.

20 أجد محيط المثلث في صورة مقدار جبري نسبي في أبسط صورة.

21 أطرَحُ محيط المثلث من محيط المربع، ثم أكتب المقدار الجبري النسبي الناتج في أبسط صورة.

حل المعادلات النسبية Solving Rational Equations

أحلُّ كُلًّا مِنَ المعادلات الآتية:

1 $\frac{12}{x-1} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

2 $\frac{x}{1-x} - \frac{4}{3} = x$

3 $\frac{4}{x+1} + 1 = \frac{x+1}{2}$

4 $\frac{y+9}{y^2+3} = \frac{3}{y}$

5 $\frac{w}{w+2} = \frac{5w-4}{2w+1}$

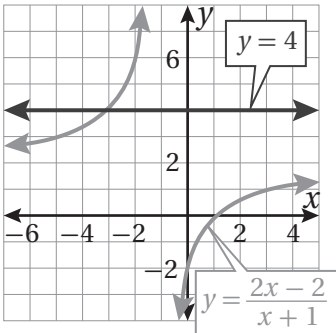
6 $\frac{1}{y-3} + \frac{1}{y+3} = \frac{3}{y^2-9}$

7 $\frac{1}{b-4} + \frac{b}{2b+2} = \frac{b}{2b^2-6b-8}$

8 $\frac{1}{x+1} - \frac{x}{1-x} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

9 $\frac{1}{2c+1} + \frac{2}{c+2} = 1$

- 10 **حيوانات:** يوجد في مزرعة للحيوانات 140 حيواناً، منها 10 أرانب. أجد عدد الأرانب التي يلزم شراؤها لتصبح نسبة الأرانب في المزرعة 1 : 6



يُبين الشكل المُجاوِر التمثيل البياني لمنحنى كلٍّ من المعادلة: $y = 4$ ،
والمعادلة: $y = \frac{2x-2}{x+1}$

- 11 أكتب معادلة حلّها هو الإحداثي x لنقطة تقاطع منحنَي المعادلتين.

- 12 أحلّ المعادلة التي كتبتها في الفرع السابق جبرياً.

- 13 **تبليط:** يستغرق تبليط حديقة منزل من خالد وسعيد 8 ساعات من العمل. إذا كانت سرعة خالد هي ثلاثة أمثال سرعة سعيد في التبليط، فأجد الوقت الذي يستغرقه خالد في تبليط حديقة المنزل وحده.

أختبرُ معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة أستعينُ بالمثال المعطى.

إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة من البيانات

أجد الوسط الحسابي لكلٍّ من البيانات الآتية:

1 11, 14, 17, 12, 11

2 10, 12, 11, 16, 11, 12

3 15, 10, 4, 12, 12, 13, 11, 12

4 13, 3, 16, 4, 12, 10, 11, 11

مثال: أجد الوسط الحسابي للبيانات الآتية:

12, 9, 14, 16, 19, 11, 17, 15, 13

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

تعريف الوسط الحسابي

$$= \frac{12 + 9 + 14 + 16 + 19 + 11 + 17 + 15 + 13}{9}$$

بالتعويض

$$= 14$$

بالتبسيط

تنظيم البيانات المتصلة في جداول تكرارية ذات فئات معطاة

في ما يأتي أطوال 20 خنفساء بالسنتيمتر:

0.7 1.3 3.2 2.7 0.9 3.1 2.5 1.8 2.3 4.4

0.6 2.6 3.9 2.1 1.7 2.6 3.5 2.8 3.2 1.6

أطوال الخنافس (l)		
الطول (cm)	الإشارات	التكرار
$0 \leq l < 1$		
$1 \leq l < 2$		
$2 \leq l < 3$		
$3 \leq l < 4$		
$4 \leq l < 5$		

5 أنظّم أطوال الخنافس في الجدول التكراري المجاور.

6 ما عدد الخنافس التي لا يقل طولها عن 2 cm؟

مثال: في ما يأتي كتل 20 حبة تفاح بالغرام:

94 103 113 89 94 102 99 111 97 103
114 116 101 95 88 107 102 113 95 104

كتل حبات التفاح (m)		
الكتلة (g)	الإشارات	التكرار
$80 \leq m < 90$		
$90 \leq m < 100$		
$100 \leq m < 110$		
$110 \leq m < 120$		

(a) أنظّم كتل حبات التفاح في الجدول التكراري المجاور.

تمثّل كتل حبات التفاح بياناتٍ عديدةً متصلة؛ لذا لا توجد فجوات بين الفئات، وتشمل هذه الفئات جميع كتل حبات التفاح، وتكون أطوالها (الفئات) في الجدول متساوية.

أكمل الفراغ في الجدول المجاور باتّباع الخطوتين الآتيتين:

الخطوة 2: أكتب عدد الإشارات في عمود التكرار.

كتل حبات التفاح (m)		
الكتلة (g)	الإشارات	التكرار
$80 \leq m < 90$		2
$90 \leq m < 100$		6
$100 \leq m < 110$		7
$110 \leq m < 120$		5

الخطوة 1: أضع إشارات عدّ مُقابل كل فئة بحيث تمثّل عدد حبات التفاح التي تحويها.

كتل حبات التفاح (m)		
الكتلة (g)	الإشارات	التكرار
$80 \leq m < 90$		
$90 \leq m < 100$		
$100 \leq m < 110$		
$110 \leq m < 120$		

(b) ما عدد حبات التفاح التي تقل كتلة كل منها عن 100 g؟

تقع حبات التفاح التي تقل كتلة كل منها عن 100 g في أوّل فئتين. ولإيجاد عددها، أجمع تكرارات هاتين الفئتين:

$$2 + 6 = 8$$

إذن، عدد حبات التفاح التي تقل كتلة كل منها عن 100 g هو 8.

تنظيم البيانات المنفصلة في جداول تكرارية ذات فئات معطاة

في ما يأتي عدد الأحاديث النبوية الشريفة التي حفظها مجموعة من الطلبة:

23	29	31	36	20	35
19	27	15	33	18	24
10	25	17	14	39	31

عدد الأحاديث المحفوظة		
العدد	الإشارات	التكرار
10 – 15		
16 – 21		
22 – 27		
28 – 33		
34 – 39		

7 أنظّم هذه البيانات في الجدول التكراري المجاور.

8 ما عدد الطلبة الذين حفظوا 28 حديثاً أو أكثر؟

مثال: في ما يأتي عدد أقلام التلوين لدى كل طالب في أحد صفوف روضة أطفال:

18	12	9	15	4	0	11	10	2
7	14	16	12	6	13	12	5	17

عدد أقلام التلوين		
العدد	الإشارات	التكرار
0 – 3		
4 – 7		
8 – 11		
12 – 15		
16 – 19		

a أنظّم هذه البيانات في الجدول التكراري المجاور.

يُمثّل عدد الأقلام بياناتٍ عددية منفصلة؛ لذا توجد فجوات بين الفئات،

وتكون أطوال الفئات في الجدول متساوية.

أكمل الفراغ في الجدول المجاور باتباع الخطوتين الآتيتين:

الخطوة 2: أكتب عدد الإشارات في عمود التكرار.

عدد أقلام التلوين		
العدد	الإشارات	التكرار
0 - 3		2
4 - 7		4
8 - 11		4
12 - 15		5
16 - 19		3

الخطوة 1: أضع إشارات عدّ مقابل كلّ فئة بحيث تُمثّل عدد أقلام التلوين التي تحتويها.

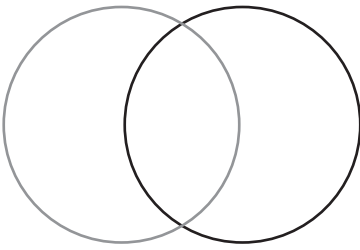
عدد أقلام التلوين		
العدد	الإشارات	التكرار
0 - 3		
4 - 7		
8 - 11		
12 - 15		
16 - 19		

(b) ما عدد الطلبة الذين لدى كلّ منهم 12 قلم تلوين أو أكثر؟

$$5 + 3 = 8$$

عدد الطلبة الذين لدى كلّ منهم 12 قلم تلوين أو أكثر هو 8 طلبة.

مضاعفات العدد 6 مضاعفات العدد 4



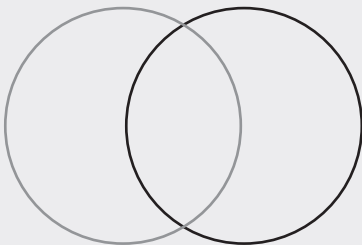
تمثيل البيانات بأشكال فن

أمثل في شكل فن المجاور كلّ مجموعة ممّا يأتي:

9 مضاعفات العدد 6 حتى العدد 30.

10 مضاعفات العدد 4 حتى العدد 30.

مضاعفات العدد 3 الأعداد الزوجية



مثال: أمثل في شكل فن المجاور كلّ مجموعة ممّا يأتي:

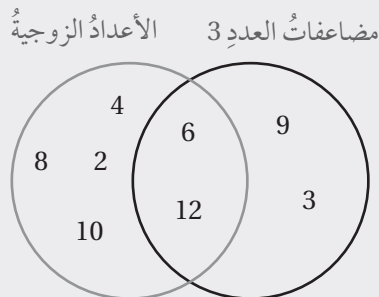
• مضاعفات العدد 3 حتى العدد 12.

• الأعداد الزوجية حتى العدد 12.

الخطوة 1: أحدد عناصر كل مجموعة.

مضاعفات العدد 3 حتى العدد 12 هي: 3, 6, 9, 12.

الأعداد الزوجية حتى العدد 12 هي: 2, 4, 6, 8, 10, 12.

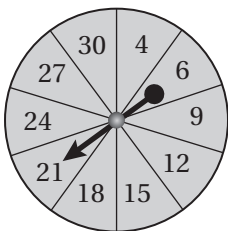


الخطوة 2: أحدد الأعداد المشتركة، ثم أضعها في منطقة التقاطع، ثم أضع الأعداد غير المشتركة مكانها.

إيجاد احتمالات وقوع الحوادث

11

دور مؤشر القرص المجاور المُقسَّم إلى 10 قطاعاتٍ مُتطابقة. أجد احتمال توقف المؤشر على عددٍ فرديٍّ.



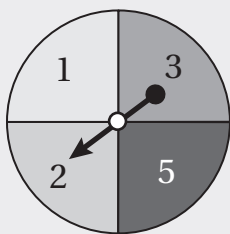
مثال: دور مؤشر القرص المجاور المُقسَّم إلى 4 قطاعاتٍ مُتطابقة.

أجد احتمال توقف المؤشر على عددٍ أكبر من 3.

أفترض أن حدث توقف المؤشر على عددٍ أكبر من 3 هو A .

وبما أنه يوجد عدد واحد أكبر من 3، هو 5، فإن:

$$P(A) = \frac{1}{4}$$



مقاييس التشتت Measures of Variation

شارك 200 عداء في سباق الضاحية، وسُجِّل الزمن (إلى أقرب دقيقة) الذي استغرقه كل عداء لقطع مسافة السباق، ثم نُظِّمَت البيانات في الجدول الآتي:

الزمن (min)	28	29	31	32	35	39	40	42	43
عدد العدائين	2	8	30	54	48	39	12	4	3

1 أجد تباين البيانات أعلاه.

2 أجد الانحراف المعياري للبيانات أعلاه.

تعبئة: نُعبأ زجاجات عصير الفاكهة في أحد المصانع بصورة آلية. اختيرت 12 زجاجة عشوائياً لقياس حجم العصير داخل كل منها بوحدة (cm^3)، وكانت النتائج كالآتي:

330.2	332.0	328.5	335.2	338.7	329.1
331.7	328.5	334.2	329.9	336.4	330.7

3 أجد الانحراف المعياري لحجم العصير داخل الزجاجات.

4 أجد تباين حجم العصير داخل الزجاجات.

سجَّل باحثُ المدة (إلى أقرب دقيقة) التي استغرقها 50 مُراجعاً لإنجاز معاملاتهم في إحدى الدوائر الحكومية، وكانت البيانات كالآتي:

8	9	6	11	8	5	6	6	6	10	8	7	6	12	5	6
6	7	9	11	5	6	10	7	7	6	6	6	10	8	8	7
11	6	4	7	6	6	9	8	8	6	7	10	12	5	6	7

6 أجد تباين البيانات أعلاه.

5 أنظِّم البيانات في جدول تكراري.

7 أجد الانحراف المعياري للبيانات أعلاه.

مقاييس التشتت Measures of Variation

إذا كانت انحرافات 8 مشاهدات عن وسطها الحسابي كما يأتي: $2, 3, -4, 2b + 1, 1, -2, 1, -1$ ، فأجب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

8 أجد قيمة الثابت b . 9 أجد التباين والانحراف المعياري لهذه المشاهدات.

10 أجد الانحراف المعياري لمجموعة من المشاهدات، عددها 20، علماً بأن مجموع هذه المشاهدات هو 208، ومجموع مربعاتها هو 2200.

في ما يأتي مجموعة بيانات:

52 73 31 73 38 80 17 24

استعملت العلاقة: $y = \frac{x-3}{7}$ لتحويل البيانات، حيث x القيمة قبل التحويل، و y القيمة بعد التحويل:

11 أجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للبيانات بعد التحويل.

12 أجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للبيانات قبل التحويل بناءً على النتائج في الفرع السابق.

حوّلت مجموعة من البيانات، عددها 20، باستعمال العلاقة: $y = x - 25$ ، حيث y القيمة بعد التحويل، و x القيمة قبل التحويل. إذا كان: $\sum y = 124$ ، $\sum y^2 = 3531$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

13 الوسط الحسابي للبيانات قبل التحويل.

14 الانحراف المعياري للبيانات قبل التحويل.

يُبين الجدول المجاور علامات الطلبة في شعبتين من الصف التاسع في اختبار الرياضيات في إحدى المدارس:

	الشعبة (أ)	الشعبة (ب)
عدد الطلبة	20	15
الوسط الحسابي	14	18
التباين	10	6

15 أجد مجموع علامات الطلبة في كل شعبة.

16 أجد مجموع مربعات علامات الطلبة في كل شعبة.

17 أجد الوسط الحسابي لعلامات طلبة الشعبتين معاً.

18 أجد التباين والانحراف المعياري لعلامات طلبة الشعبتين معاً.

الدرس 2

الجدول التكرارية ذات الفئات Frequency Tables with Class Intervals

في كلِّ ممَّا يأتي، أنظِّم البيانات في جدول تكراري ذي فئات متساوية الطول:

2 أعداد الطلبة

81	75	66	62	72	78
68	74	64	82	70	64
72	79	77	76	72	69

1 كتل أكياس اللحوم (g)

28.4	27.5	29.1	26.3	27.8
28.6	27.2	27.5	28.3	25.7
29.3	26.2	27.3	26.9	28.5

4 درجات الحرارة (°C)

27.3	28.4	32.4	11.4	32.4	14.2	19.6
17.4	32.7	29.0	13.2	17.4	37.8	29.1
26.1	22.2	14.5	19.7	33.1	27.3	15.2
20.7	31.2	29.3	30.2	26.0	17.1	29.3

3 أعداد طلبات التوصيل الأسبوعية

381	291	652	335	376	618
407	525	493	380	671	428
576	493	465	266	526	398
673	552	518	470	601	374

أقدِّر الوسط الحسابي والموَال والوسيط لكلِّ من البيانات الآتية:

5	x	$0 \leq x < 10$	$10 \leq x < 20$	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 40$	$40 \leq x < 50$
	التكرار	4	6	11	17	9

6	y	$0 \leq y < 100$	$100 \leq y < 200$	$200 \leq y < 300$	$300 \leq y < 400$	$400 \leq y < 500$	$500 \leq y < 600$
	التكرار	95	56	32	21	9	3

7	z	$0 \leq z < 5$	$5 \leq z < 10$	$10 \leq z < 15$	$15 \leq z < 20$
	التكرار	16	27	19	13

8	الأسابيع	1-3	4-6	7-9	10-12	13-15
	التكرار	5	8	14	10	7

9	عدد الدقائق	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70
	التكرار	1	12	24	15	13	9	5

المُدْرَجَات التكرارية Histograms

الزمن (min)	التكرار
$10 \leq t < 20$	3
$20 \leq t < 30$	9
$30 \leq t < 40$	28
$40 \leq t < 50$	6

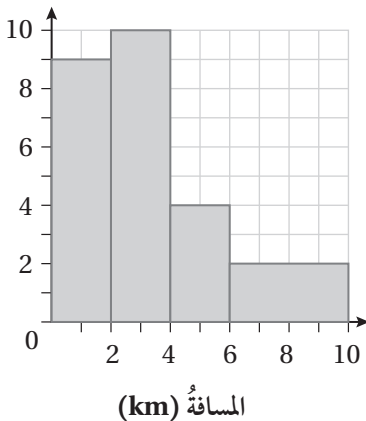
1 **واجبات منزلية:** يُبين الجدول التكراري المجاور الزمن (بالدقائق) الذي استغرقتَه مجموعة من طالبات الصف التاسع في حل واجب منزلي لمادة الرياضيات. أمثل البيانات باستعمال المدرج التكراري.

الزمن (min)	التكرار
$0 \leq t < 2$	15
$2 \leq t < 4$	7
$4 \leq t < 6$	12
$6 \leq t < 8$	15
$8 \leq t < 10$	12

2 **تسوق:** يُبين الجدول التكراري المجاور زمن انتظار مجموعة من زبائن أحد المحال التجارية لحين دفع ثمن الحاجيات التي اشتروها. أمثل البيانات باستعمال المدرج التكراري.

العمر (بالعام)	التكرار
$0 \leq x < 20$	35
$20 \leq x < 30$	85
$30 \leq x < 60$	120

3 **مساجد:** يُبين الجدول التكراري المجاور أعمار المُصلّين لصلاة الفجر في أحد المساجد. أمثل البيانات باستعمال المدرج التكراري.



يُبين الجدول التكراري المجاور المسافة (بالكيلومتر) بين موقع شركة ومنازل موظفيها:

4 أجد عدد موظفي الشركة.

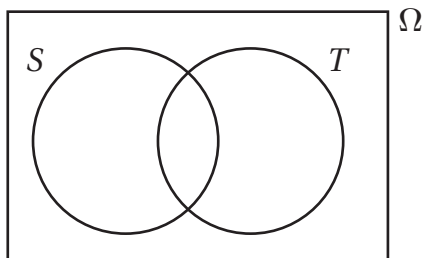
5 أجد عدد الموظفين الذين تزيد المسافة بين منازلهم والشركة على 5 km.

6 أجد عدد الموظفين الذين تقل المسافة بين منازلهم والشركة عن 7 km.

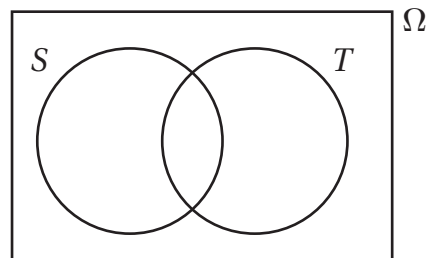
الاحتمالات وأشكال فن Probabilities and Venn diagrams

أظلل المنطقة التي تُمثِّلُ الحادثَ المعطى في كلِّ من أشكال فن الآتية:

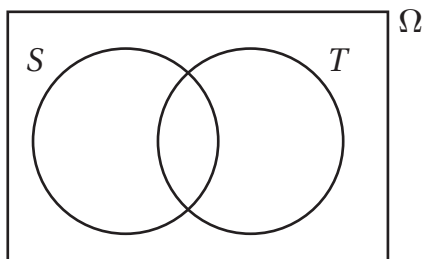
1 $S - T$



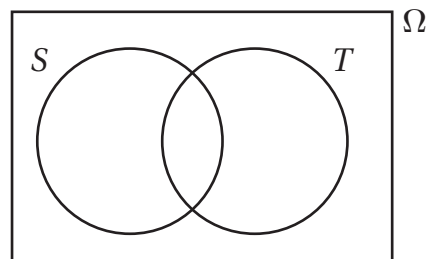
2 $T - S$



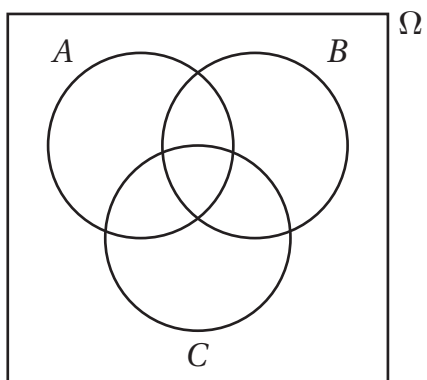
3 $\bar{S} \cap T$



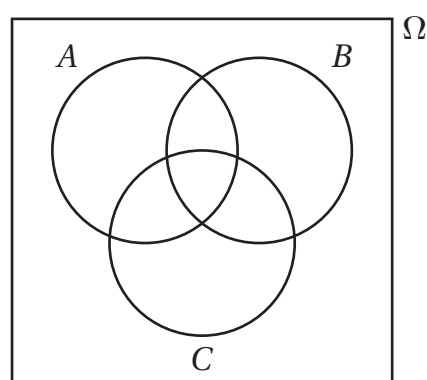
4 $\overline{S \cup T}$



5 $A \cap B \cap C$

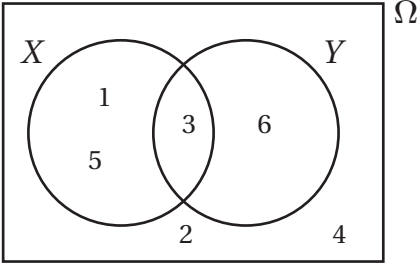


6 $A \cup B \cup C$



الاحتمالات وأشكال فن

Probabilities and Venn diagrams

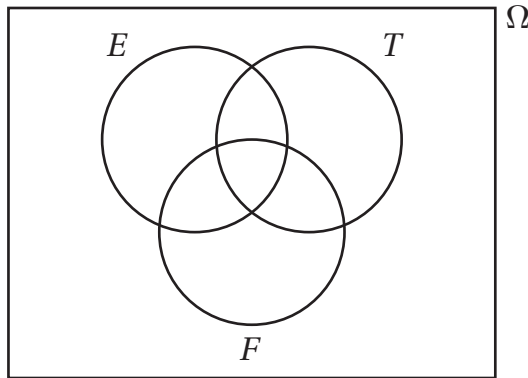


يُبيِّن شكل فن المجاور الحادث X والحادث Y في تجربة إلقاء حجرٍ نردي. أجدُ
كُلًّا من الاحتمالات الآتية:

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------|
| 7 $P(X)$ | 8 $P(Y)$ | 9 $P(X \cap Y)$ |
| 10 $P(X \cup Y)$ | 11 $P(\bar{X})$ | 12 $P(\bar{Y})$ |
| 13 $P(\overline{X \cap Y})$ | 14 $P(\overline{X \cup Y})$ | 15 $P(Y - X)$ |

سُجِبَتْ كرة عشوائياً من صندوقٍ يحوي كراتٍ مُتماثلة، ومُرَقَّمة من 1 إلى 30. إذا كان E هو حادثَ ظهورِ عددٍ زوجيٍّ، وكانَ
 T هو حادثَ ظهورِ عددٍ من مضاعفاتِ العدد 3، وكانَ F هو حادثَ ظهورِ عددٍ من مضاعفاتِ العدد 5، فأجيبُ عن الأسئلةِ
الخمسَةِ الآتيةِ تباعاً:

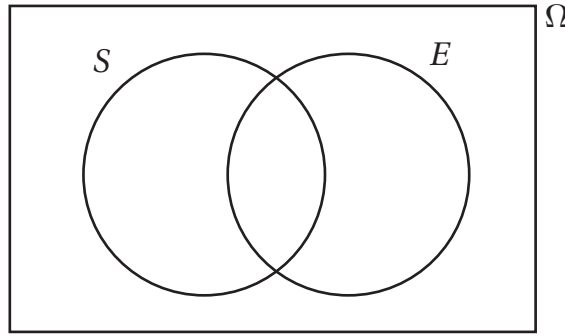
- 16 أمثلُ في شكل فنٍ الآتي الفضاءَ العينيَّ للتجربة العشوائية، وكُلًّا من الحادثِ E ، والحادثِ T ، والحادثِ F .



- 17 أجدُ احتمالاً أن يكونَ العددُ على الكرة التي سُجِبَتْ من مضاعفاتِ العدد 3.
- 18 أجدُ احتمالاً أن يكونَ العددُ على الكرة التي سُجِبَتْ من مضاعفاتِ العدد 3 والعدد 5.
- 19 أجدُ احتمالاً أن يكونَ العددُ على الكرة التي سُجِبَتْ من مضاعفاتِ العدد 5، أو عددًا زوجيًا.
- 20 أجدُ احتمالاً ألا يكونَ العددُ زوجياً على الكرة التي سُجِبَتْ.

الاحتمالات وأشكال فن Probabilities and Venn diagrams

21 إذا كان الفضاء العيني لتجربة عشوائية هو: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ، وكان الحادث S يُمثّل المُربّعات الكاملة من بين هذه الأعداد، وكان الحادث E يُمثّل الأعداد الزوجية، فأُمثّل في شكل فن الآتي الفضاء العيني للتجربة العشوائية، وكُلًّا من الحادث S ، والحادث E .



أجد كُلًّا من الاحتمالات الآتية بناءً على شكل فن أعلاه:

22 $P(\bar{E})$

23 $P(S \cap \bar{E})$

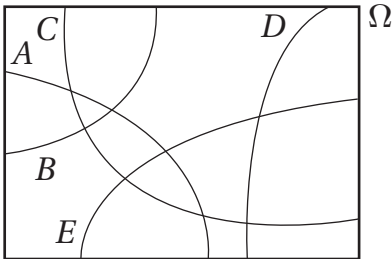
24 $P(\overline{S \cup E})$

يعمل في أحد المصانع 35 عاملاً، منهم 20 عاملاً يُفضّلون شرب الشاي، و17 عاملاً يُفضّلون شرب القهوة، و5 عمال يُفضّلون شرب الشاي والقهوة. إذا اختير عاملٌ منهم عشوائياً، فأجد احتمال كلٍّ من الحوادث الآتية باستعمال أشكال فن:

25 أن يكون العامل ممّن يُفضّلون شرب الشاي فقط.

26 أن يكون العامل ممّن لا يُفضّلون شرب القهوة.

27 أن يكون العامل ممّن لا يُفضّلون شرب الشاي، ولا يُفضّلون شرب القهوة.



مُعتمداً شكل فن المجاور الذي يُمثّل الفضاء العيني لتجربة عشوائية تحوي الحوادث: A ، B ، C ، و D ، و E . أحرّض الجمل الصحيحة والجمل غير الصحيحة في ما يأتي، مُبرّراً إجابتي:

28 A و B حادثان متنافيان.

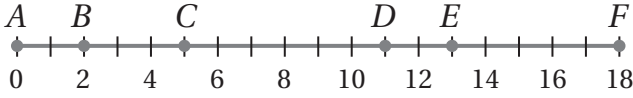
29 A و D حادثان متنافيان.

30 B و C حادثان شاملان.

31 A ، B ، C ، و D ، و E حوادث شاملة.

الاحتمال الهندسي Geometric Probability

مُعتمداً الشكل المجاور، إذا اختيرت عشوائياً نقطة تقع على $\overline{AF}$ ، فأجدُ كلاً مما يأتي:



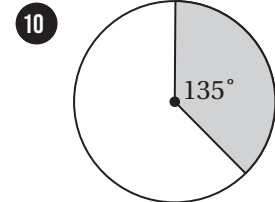
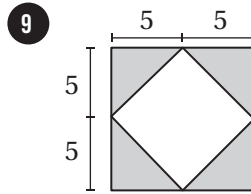
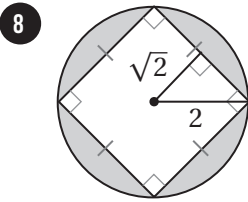
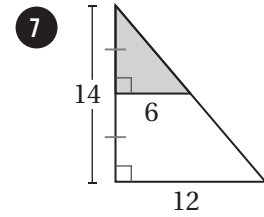
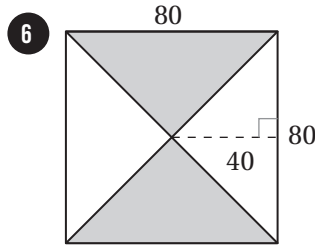
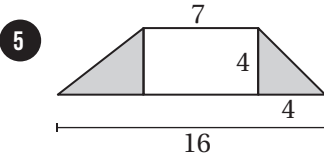
1 احتمال وقوع النقطة على $\overline{CD}$.

2 احتمال وقوع النقطة على $\overline{BE}$.

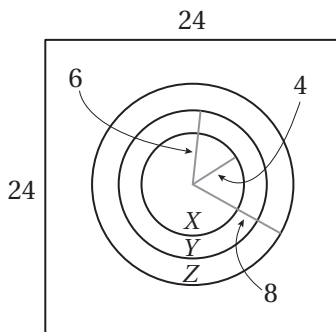
3 احتمال وقوع النقطة على $\overline{AB}$ أو $\overline{EF}$.

4 احتمال عدم وقوع النقطة على $\overline{DE}$.

إذا اختيرت نقطة عشوائياً من كل شكل من الأشكال الآتية، فأجدُ احتمال وقوعها في المنطقة المظللة باللون الأزرق:



إذا وقع سهمٌ رُمي عشوائياً داخل لوحة الأسهم المجاورة، فأجدُ كلاً من الاحتمالات الآتية:



11 وقوع السهم في المنطقة X.

12 وقوع السهم في المنطقة Y.

13 عدم وقوع السهم في المنطقة Z.

14 عدم وقوع السهم في المنطقة X.