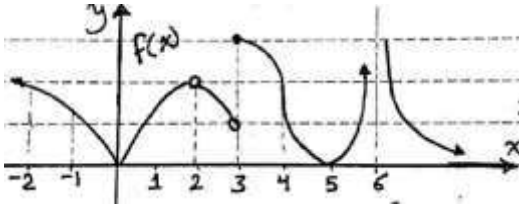




السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي ، علماً بأن عدد الفترات (18) وعدد الصفحات (4)

(54 علامات)

(1) الشكل المجاور يمثل منحنى $f(x)$ ، قيم x التي يكون عندها $f(x)$ غير قابل للاشتقاق هي:



a) $\{-1, 0, 3, 6\}$

b) $\{0, 2, 3, 6\}$

c) $\{0, 2, 3, 4, 5, 6\}$

d) $\{0, 2, 3, 4, 6\}$

(2) من الشكل السابق قيمة x التي يكون عندها $f'(x) = 0$ هي :

a) $\{0, 2\}$

b) $\{5\}$

c) $\{0, 3\}$

d) $\{6, 4\}$

(3) إذا كان : $f(1) = 4$ ، $f'(1) = -2$ ، $g(x) = x^2 + 1$ فإن $\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$:

a) 3

b) -3

c) 4

d) -4

(4) إذا كان : $f(x) = |3 - 2x|$ ، فإن $f'\left(\frac{2}{3}\right)$ تساوي :

a) -2

b) 2

c) Zero

d) غير موجودة

(5) إذا كان $f(x) = \text{acsc}(3\pi x)$ ، وكان $f'\left(\frac{1}{4}\right) = 6\sqrt{2}\pi$ فجد قيمة a :

a) 2

b) $\frac{1}{2}$

c) $\sqrt{2}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(6) إذا كان $f(x) = 3^{x^2} \times \log_3(2x + 3)$ فإن $f'(0)$ تساوي :

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{\ln 3}$

c) $\frac{2 + \ln 3}{3}$

d) $\frac{2}{\ln 27}$



(7) إذا كان $x \in [0, 2\pi]$ ، $f(x) = \sin x - \frac{1}{2}x$ ، قيم x التي تجعل المماس لمنحنى f أفقياً :

a) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$

b) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

c) $\left\{\frac{5\pi}{6}\right\}$

d) $\emptyset$

(8) إذا كان $y = a \sin(\ln x)$ ، وكان $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = 2$ أجد الثابت a :

a) $\frac{1}{2}$

b) 1

c) 2

d) -1

(9) إذا كان $x \neq 0$ ، $f(x^3 - 7) = \frac{3}{x}$ ، فإن $f'(1)$ تساوي :

a) -3

b) -16

c) $\frac{1}{16}$

d) $-\frac{1}{16}$

(10) إذا كان $y = e^{2\ln x^2}$ ، فإن y' عندما $x = -\frac{1}{2}$ تساوي :

a) $-\frac{1}{2}$

b) -2

c) $\frac{1}{2}$

d) 1

(11) يعطى منحنى المعادلة الوسيطة $x = a \cos t$ ، $y = b \sin t$ ، $0 \leq t \leq 2\pi$ ، أجد $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{\pi}{4}}$ عندما $t = \frac{\pi}{4}$ بدلالة

a و b .

a) $\frac{a}{b}$

b) $-\frac{a}{b}$

c) $\frac{b}{a}$

d) $-\frac{b}{a}$

(12) إذا كان $x = \sin 2y$ ، $y \in \left(0, \frac{\pi}{8}\right)$ ، فإن قيمة $y'' \cos^3 2y$ يساوي :

a) $\frac{1}{2}x$

b) x

c) Zero

d) $2x$

(13) إذا كان $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$ ، فإن $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ تساوي :

a) $\frac{\pi}{8}$

b) $\sqrt{2}$

c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14) ميل مماس المنحنى $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y^2} = 5$ عند النقطة (8,1) هو :

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $-\frac{1}{3}$

15) يمثل الاقتران $S(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 3$ ، حيث $t \geq 0$ ، موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم حيث t الزمن بالثواني ، S الموقع بالأمتر ، فإن تسارع الجسيم عندما يسكن لحظياً هو :

a) 3 m/s^2

b) 1 m/s^2

c) 6 m/s^2

d) 4 m/s^2

16) يعطى طول مستطيل بالمقدار $6t + 5$ ويعطى عرضه بالمقدار $\sqrt{t}$ ، حيث t الزمن بالثواني ، والابعاد بالسنتيمترات ، فإن معدل تغير مساحة المستطيل بالنسبة الى الزمن عندما $t = 1$ هو :

a) $13.5 \text{ cm}^2/\text{s}$

b) $11.5 \text{ cm}^2/\text{s}$

c) $12 \text{ cm}^2/\text{s}$

d) $16 \text{ cm}^2/\text{s}$

17) اذا كان المماس لمنحنى الاقتران $f(x) = ax^3 - 8x$ ، يوازي المستقيم $y = 4x - 2$ عندما $x = 1$ ، فإن قيمة الثابت a هي :

a) 3

b) 4

c) 2

d) -4

18) أي الاتية تمثل معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x) = \sin x + \cos x$ عندما $x = \pi$:

a) $y = x + \pi - 1$

b) $y = x - \pi + 1$

c) $y = -x + \pi - 1$

d) $y = x - \pi - 1$

السؤال الثاني:

(9 علامات)

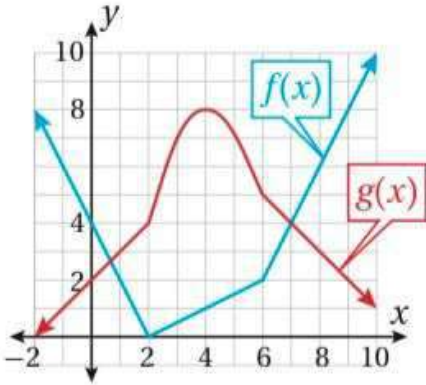
(A) أجد مشتقة كل أفتران مما يأتي :

1) $\frac{x}{y^2} + \frac{y^2}{x} = 5$

2) $y = x^{\frac{2}{x}}$

3) $x^2 - 3xy + y^2 = x + 3y$ ؛ $(2, -1)$

(B) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)$ ، $g(x)$ اذا كان $p(x) = f(x)g(x)$ ، وكان $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ، فأجد (6 علامات) كلاً مما يأتي :



1) $p'(4)$

2) $q'(7)$

السؤال الثالث:

(A) إذا كان $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4bx - 8 & , x < 1 \\ ax^3 - bx + 2 & , x \geq 1 \end{cases}$ ، قابلاً للأشتقاق عندما $x=1$ ، أجد قيمة الثابتين a, b ؟ (8 علامات)

(B) إبحث في قابلية اشتقاق $f(x) = x^3|x-2|$ عند $x=2$ باستخدام تعريف المشتقة : (8 علامات)

السؤال الرابع:

(A) يعطى منحنى بالمعادلة الوسيطة $x = 2(t - \sin t)$ ، $y = 2(1 - \cos t)$ ، أثبت أن ميل المماس وميل العمودي على المماس لمنحنى هذه العلاقات عندما $t = \frac{\pi}{4}$ هما $1 + \sqrt{2}$ ، $1 - \sqrt{2}$ على الترتيب : (8 علامات)

(B) أجد إحداثي النقطة على المنحنى $(y-4)^2 = x+2$ بحيث يكون عندها المماس موازياً للمستقيم $3x + 6y + 2 = 0$ (7 علامات)

مع تمنياتي لكم بالتوفيق وال

الصفحي

في الرياضيات



0790482323



اجابة اختبار العلمي لخدمة الاول الفاضل 2005

السؤال الاول

1] $d = [0, 2, 3, 4, 6]$

2] $b = \{5\}$

3] $b = \frac{g(1)f'(1) - f(1)g'(1)}{(g(1))^2} = \frac{(2)(-2) - (4)(2)}{4} = \frac{-12}{4} = -3$

4] $a = f\left(\frac{2}{3}\right) = \left|3 - \frac{2 \cdot 2}{3}\right| = 1$

$\therefore f(x) = 3 - 2x \rightarrow f'(x) = -2 \rightarrow f'\left(\frac{2}{3}\right) = -2$

5] $a = f'(x) = a \csc(3\pi x) \cot(3\pi x) + 3\pi$
 $f'\left(\frac{1}{4}\right) = 6\sqrt{2}\pi = -a3\pi \csc\left(\frac{3\pi}{4}\right) \cot\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
 $6\sqrt{2} = -3a(\sqrt{2})(-1)$
 $(+2=a)$

6] $d = f'(x) = 3^{x^2} \cdot \frac{2}{(2x+3) \ln 3} + \log_3(2x+3) \cdot 2x(3)^{x^2} \ln(3)$
 $f(0) = 1 \cdot \frac{2}{3 \ln(3)} + 1(0) \cdot 2(0) \ln(3)$
 $= \frac{2}{3 \ln 3} = \frac{2}{\ln 3^3} = \frac{2}{\ln 27}$

7) b

$$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}$$

$$\cos x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \in (0, 2\pi)$$

$$x = \frac{5\pi}{3} \in (0, 2\pi)$$

$$x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right]$$

8) c

$$y' = \frac{a \cos(\ln x)}{x}$$

$$2 = \frac{a \cos(0)}{1} \rightarrow 2 = a$$

9) d

$$f'(x^3 - 7) = 3x^2 = \frac{-3}{x^2}$$

$$f'(1) = \frac{-3}{12} = \frac{-3}{4 \cdot 12}$$

$$f'(1) = \frac{-3}{4 \cdot 12} = \frac{-1}{16}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 7 &= 1 \\ x^3 &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

10) a

$$y = e^{2 \ln x^2} = e^{\ln(x^2)^2} = (x^2)^2 = x^4$$

$$y' = 4x^3$$

$$y' \Big|_{x=-\frac{1}{2}} = 4 \times \frac{-1}{8} = -\frac{1}{2}$$

11) d

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy}{dx}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{b \cos t}{-a \sin t} = -\frac{b}{a} \tan t$$

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{4}} = -\frac{b}{a} \tan \frac{\pi}{4} = -\frac{b}{a}$$

12) b

$$x = \sin 2y \rightarrow 1 = 2 \cos 2y \cdot y' \rightarrow y' = \frac{1}{2 \cos 2y}$$

$$y'' = \frac{+4 \sin(2y) \cdot y'}{4 \cos^2(2y)}$$

$$\cancel{2y}'' \cos^3(2y) \rightarrow 2 \cdot \frac{\sin(2y)}{\cos^2(2y)} \cdot \frac{1}{2 \cos(2y)} \cdot \cancel{\cos(2y)^3}$$

$$= \sin(2y) = x$$

13) b

$$f(x) = 1 + \sin 2x \quad \text{derivative}$$

$$f'(x) = 2 \cos(2x)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2 \cos\left(\frac{2\pi}{8}\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

14) b

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 5 \rightarrow \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} + \frac{2}{3} y^{-\frac{1}{3}} y' = 0$$

$$y' = -\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{y^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} \rightarrow y' \Big|_{(8,1)} = -\frac{1}{2}$$

15) c

$$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 3$$

$$v(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

$$a(t) = 6t - 12$$

$$a(1) = -6$$

$$a(3) = 6$$

$$a) \mid$$

$$v(t) = 0$$

$$3t^2 - 12t + 9 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$\frac{(t-1)(t-3)}{t=1 \quad t=3}$$

16) b

$$f_{\text{induced}} = A = \sqrt{t} (6t + 5)$$

$$A'(t) = \sqrt{t} (6) + (6t + 5) \left(\frac{1}{2\sqrt{t}} \right)$$

$$A'(1) = 6 + \frac{11}{2} = \frac{23}{2} = 11.5$$

17) b

$$f'(x) = 3ax^2 - 8 \xrightarrow{x=1 \text{ is } m} m = 3a - 8$$

$$y' = 4 \xrightarrow{m} m = 4$$

$$3a - 8 = 4$$

$$3a = 12$$

$$a = 4$$

18) c

$$f(x) = \sin(x) + \cos(\pi) = -1$$

$$f'(x) = \cos(x) - \sin(\pi)$$

$$f'(x) = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 1 = -1(x - \pi)$$

$$y = -x + \pi - 1$$

السؤال الثاني

$$A) \text{ [1] } \left(\frac{x}{y^2} + \frac{y^2}{x} = 5 \right) \cdot xy^2$$

$$x^2 + y^4 = 5xy^2$$

$$2x + 4y^3y' = 5x \cdot 2yy' + y^2(5)$$

$$4y^3y' - 10xyy' = 5y^2 - 2x$$

$$y' = \frac{5y^2 - 2x}{4y^3 - 10xy}$$

$$\text{[2] } y = x^{\frac{2}{x}} \quad \text{لا تستعمل إلا بالدخالة}$$

$$\ln y = \frac{2}{x} \ln x \rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{2}{x} + \frac{1}{x} + \ln x + \frac{-2}{x^2}$$

$$y' = x^{\frac{2}{x}} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2} \right)$$

$$y' = x^{\frac{2}{x}} \left(\frac{2 - \ln x}{x^2} \right)$$

$$\text{[3] } 2x + 3xy' + 3y + 2yy' = 1 + 3y'$$

$$3xy' + 2yy' - 3y' = 1 - 2x - 3y$$

$$y' = \frac{1 - 2x - 3y}{3x + 2y - 3}$$

$$\left. y' \right|_{(2,-1)} = \frac{1 - 4 + 3}{-3 + 4 - 3} = 0 \quad \text{أي أن مماسه أفقي}$$

$$B) \quad 1) \quad p'(4) = f(4) g'(4) + g(4) f'(4)$$

$$= (1)(0) + (8)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 4$$

$$f(4)=1, g(4)=8$$

$$f'(4) = m = \frac{2-0}{6-2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{pmatrix} 2,0 \\ 6,2 \end{pmatrix}$$

$$g'(4)=0$$

محل
مماس
0 = x/2

$$2) \quad q'(7) = \frac{g(7)f'(7) - f(7)g'(7)}{(g(7))^2}$$

$$f'(7) = m = \frac{6-2}{8-6} = 2$$

$$g'(7) = m = \frac{4-5}{7-6} = -1$$

$$\rightarrow q'(7) = \frac{(4)(2) - (4)(-1)}{(4)^2}$$

$$= \frac{8+4}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

السؤال الثالث

A)

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + 4b & , x < 1 \\ 3ax^2 - b & , x > 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = f'_-(1)$$

$$3a - b = 2a + 4b$$

$$3a - 2 = 2a + 8$$

$$a = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

$$a - b + 2 = a + 4b - 8$$

$$\Rightarrow b = 10$$

$$b = 2$$

B)

$|x-2|$ تعريف

$$x-2=0 \rightarrow x=2$$

$$\begin{array}{c} 2-x \quad x-2 \\ \leftarrow \quad \quad \rightarrow \\ \quad \quad 2 \end{array}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - x^4, & x < 2 \\ x^4 - 2x^3, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} 2x^3 - x^4 \quad x^4 - 2x^3 \\ \leftarrow \quad \quad \rightarrow \\ \quad \quad 2 \end{array}$$

بالترتيب x^3

$$f'_+(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^4 - 2(2+h)^3 - 0}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 (2+h-2)}{h} = 2^3 = 8$$

$$f'_-(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{2(2+h)^3 - (2+h)^4 - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 (2-2-h)}{h} = -8$$

$$f'_+(2) \neq f'_-(2)$$

$f'(2)$ غير موجود

المثال الرابع A)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2 \sin t}{2(1 - \cos t)}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=\frac{\pi}{4}} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{1 - \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$m_{\text{tangent}} = \sqrt{2}+1$$

$$m_{\perp} = \frac{-1}{m_2} = \frac{-1}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{1-\sqrt{2}}{2-1} = 1-\sqrt{2}$$

///

B) صِل ماس، لُفْطَا = صِلَا عِيقَ

الغض

$$2(y-4)y' = 1$$

$$y' = \frac{1}{2(y-4)}$$

$$m| = \frac{1}{2(y-4)}$$

الغض

$$3+6y' = 0$$

$$6y' = -3 \rightarrow y' = -\frac{1}{2}$$

$$m = m$$

$$\frac{1}{2(y-4)} = -\frac{1}{2}$$

$$1 = 4 - y$$

$$\boxed{y = 3}$$

بالرجوع الى الغض

$$(y-4)^2 = x+2$$

$$(3-4)^2 = x+2$$

$$\frac{1 = x+2}{-1 = x}$$



اصحابان لُفْطَا

$$(-1, 3)$$