

دوسية الرياضيات الشاملة

الهلال في الرياضيات

للفف الأول ثانوي - أدبي

الأستاذ بلال أمجد أبو يحيى



بالأبجد



بلال أمجد أبو يحيى

0787255088

الوحدة الأولى : البرمجة الخطية

(*) الدرس الأول : حل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً

المتباينة : هي جملة رياضية تحتوي الرمز $\geq$ أو $\leq$ أو $<$ أو $>$ وقد تحتوي متغير واحد أو أكثر.

مثال : [1] $2x + y \leq 1$ [2] $3x + 2y > 2$

(*) حل المتباينة الخطية بمتغيرين :

هو الزوج المرتب (a, b) الذي يجعل المتباينة صحيحة.

مثال : P, M, F من 9 :

حدد الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للمتباينة $x + 2y > 1$

[1] $(2, 3) \Rightarrow 2 + 2 \times 3 > 1 \Rightarrow 8 > 1$ حل للمتباينة

[2] $(1, -2) \Rightarrow 1 + 2 \times -2 > 1 \Rightarrow -1 > 1$ ليس حل للمتباينة

[3] $(1, 0) \Rightarrow 1 + 2 \times 0 > 1 \Rightarrow 1 > 1$ ليس حل للمتباينة

(*) منطقة الحلول الممكنة : هي النقاط التي تمثل جميع حلول المتباينة عند تمثيل المتباينة الخطية بيانياً.

(*) المستقيم الحدودي : هو المعادلة الناتجة عن استبدال رموز المتباين $(\leq, \geq, <, >)$ بالمساواة ويكون جزء "من الدل عند وجود الرمز $\leq$ أو $\geq$ ولا يكون جزء "من الدل عند وجود الرمز $<$ أو $>$ و يرسم بشكل متقطع عند ما لا يكون من ضمن الدل.

⊗ ملاحظات مهمة قبل الرسم ٥٥

1] أسهل طريقة لرسم معادلة خطية بمتغيرين هي إخبار المقطع

السيني (يجعل $y=0$) و المقطع الصاري (يجعل $x=0$)

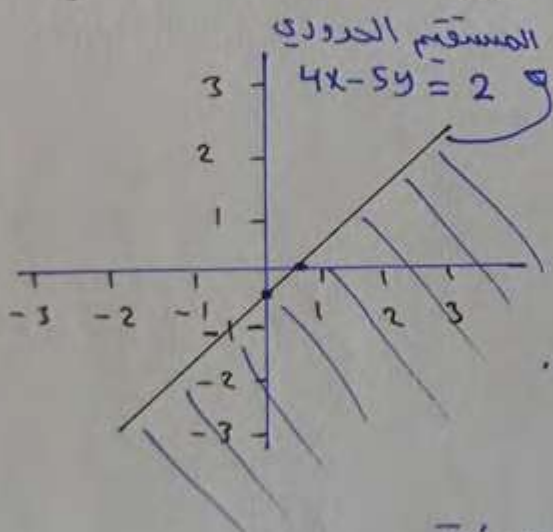
2] لمعرفة منطقة الدد على أي جهة من المستقيم الحدودي

نأخذ نقطة خارج المستقيم ونعوضها في المتباينة فإن

حقيقتها نطل الجزء الموجودة فيه

مثال ٥ : $[P, P, P]$ ص 11

مثال المتباينة الخطية $4x - 5y \geq 2$ على المستويين الاحداثي



$$x=0 \Rightarrow -5y=2 \Rightarrow y=-\frac{2}{5}$$

$$y=0 \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{4}$$

$$(1, -1) \Rightarrow 4 - (-5) \geq 2 \Rightarrow 9 \geq 2$$

لاحظ أن المستقيم الحدودي ضمن الدد.

⊗ خطوات حل المسائل الحياتية ٥٥

1] نترجم المسألة ونحولها إلى متباينة.

2] نمثل المتباينة بيانياً و نجد منطقة الدد كما سبق

3] عند التعامل مع كميات موجبة فإننا نستثنى من منطقة

الد الجزء السالب ، مثلاً التعامل مع المساحة أو الربح

لأن أمد قيمة لهذه الكميات هي المفعولة يجوز أن تكون سالبة.

(نأخذ المنطقة الموجودة في الربع الأول فقط)

م.م.ف ١٣ ص ٥٥ مساحة صالة المطعم 64 متر مربع

الطاولة الكبيرة : y

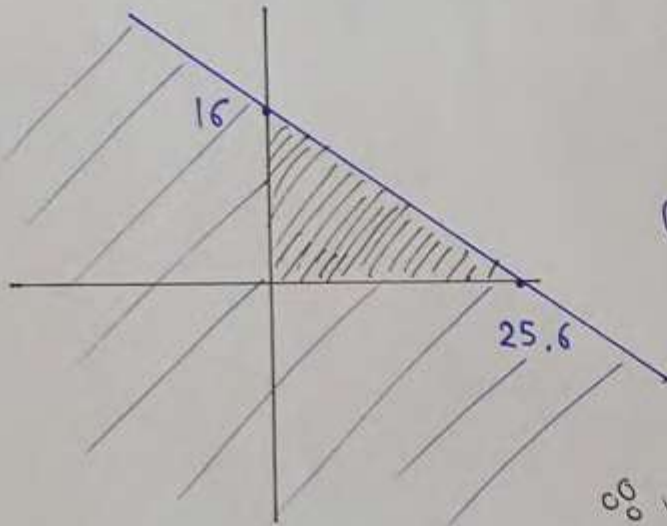
الطاولة الصغيرة : x

مساحة الطاولة الصغيرة = $2.5 m^2$

مساحة الطاولة الكبيرة = $4 m^2$

المتباينة
 $2.5x + 4y \leq 64 m^2$

المعادلة $2.5x + 4y = 64$



$x = 0 \Rightarrow y = 16$

$y = 0 \Rightarrow x = 25.6$

$(0,0) \Rightarrow 0 \leq 64 \checkmark$

(*) حول أسئلة الدرس :

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمثل حلاً لـ $x - 3y \geq 5$

① $(1, -2) \Rightarrow 1 - 3 \times -2 \geq 5 \Rightarrow 7 \geq 5$ يمثل حلاً

② $(5, 0) \Rightarrow 5 - 3 \times 0 \geq 5 \Rightarrow 5 \geq 5$ يمثل حلاً

③ $(-4, 1) \Rightarrow -4 - 3 \times 1 \geq 5 \Rightarrow -7 \geq 5$ لا يمثل حلاً

④ $(-3, -4) \Rightarrow -3 - 3 \times -4 \geq 5 \Rightarrow 9 \geq 5$ يمثل حلاً

⑤ $(-4, 0) \Rightarrow -4 - 3 \times 0 \geq 5 \Rightarrow -4 \geq 5$ لا يمثل حلاً

⑥ $(5, 2) \Rightarrow 5 - 3 \times 2 \geq 5 \Rightarrow -1 \geq 5$ لا يمثل حلاً

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمثل حلاً للمتباينة $5x - 2y < 6$

[7] $(0, 0) \Rightarrow 5 \times 0 - 2 \times 0 < 6 \Rightarrow 0 < 6$

يمثل حلاً

[8] $(2, 2) \Rightarrow 5 \times 2 - 2 \times 2 < 6 \Rightarrow 6 < 6$

لا يمثل حلاً

[9] $(4, 1) \Rightarrow 5 \times 4 - 2 \times 1 < 6 \Rightarrow 18 < 6$

لا يمثل حلاً

[10] $(-2, -1) \Rightarrow 5 \times -2 - 2 \times -1 < 6 \Rightarrow -8 < 6$

يمثل حلاً

[11] $(-2, -8) \Rightarrow 5 \times -2 - 2 \times -8 < 6 \Rightarrow 6 < 6$

لا يمثل حلاً

[12] $(-1, -6) \Rightarrow 5 \times -1 - 2 \times -6 < 6 \Rightarrow 7 < 6$

لا يمثل حلاً

* مثل كل من المتباينات الخطية التالية بيانياً

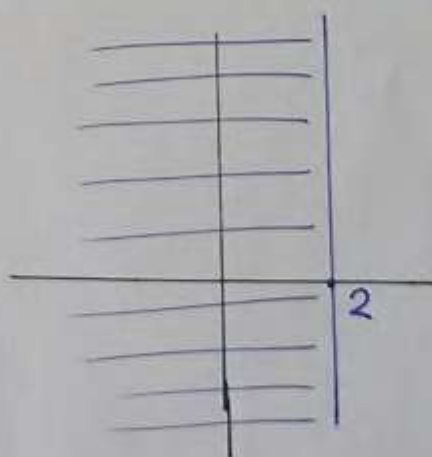
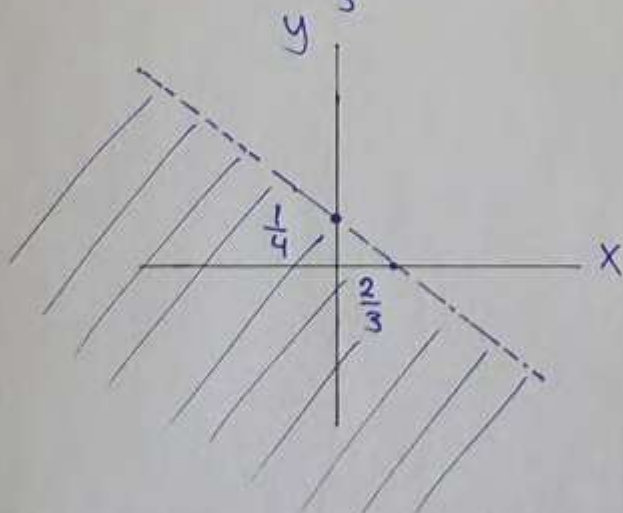
(13) $8y + 3x < 2$

(14) $4x \leq 8$

$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$

$4x = 8 \Rightarrow x = 2$

$y=0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$



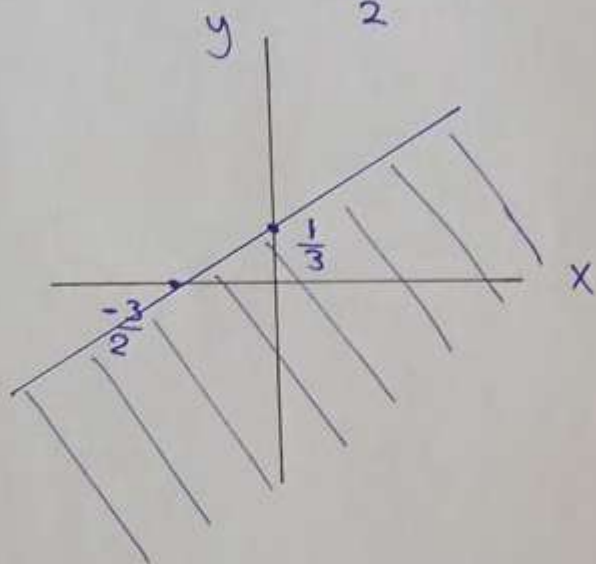
* ملاحظة : رسم $x = a$ عبارة عن خط عمودي من عند $x = a$

* ملاحظة : رسم $y = a$ عبارة عن خط أفقي من عند $y = a$

$$(15) \quad 2x - 9y \geq -3$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

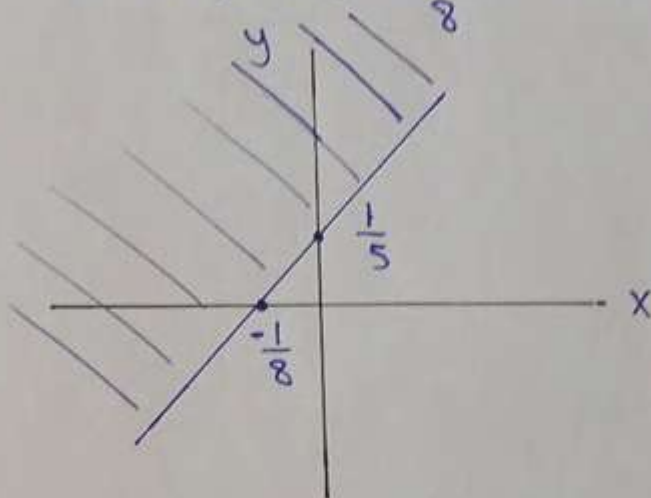
$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$



$$(16) \quad 5y - 8x \geq 1$$

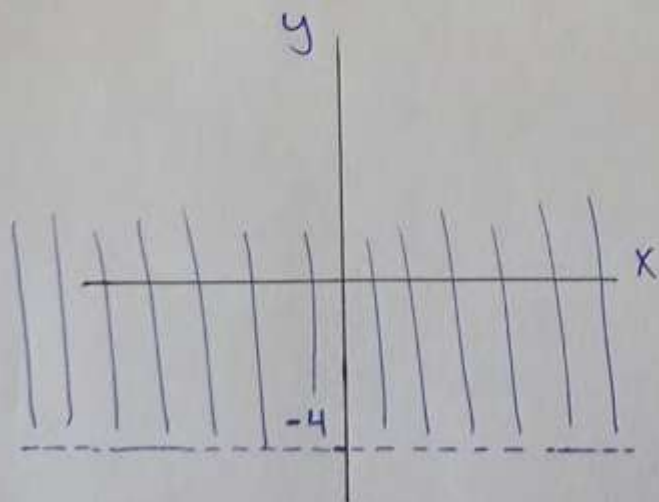
$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{5}$$

$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{8}$$



$$(17) \quad -3y < 12$$

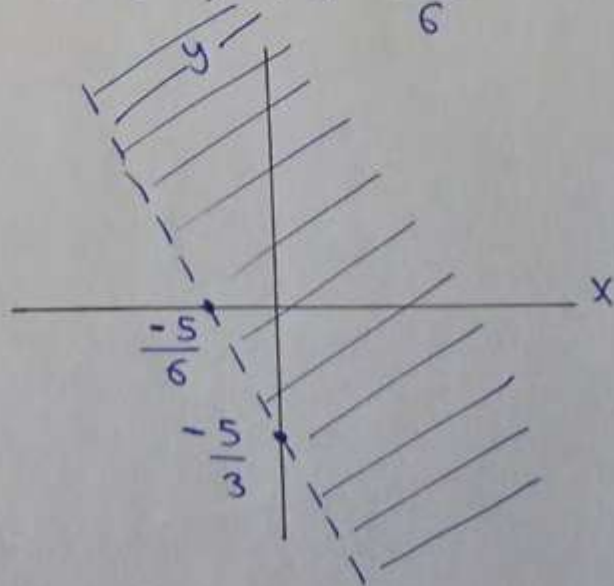
$$-3y = 12 \Rightarrow y = -4$$



$$(18) \quad 6x + 3y > -5$$

$$x=0 \Rightarrow y = -\frac{5}{3}$$

$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{5}{6}$$



x : أسئلة الاختيار من متعدد y : أسئلة إجابة الفراغ 19

إذا كانت $x = 20$ و $y = 18$ هل ستعال درجة A في الاختبار

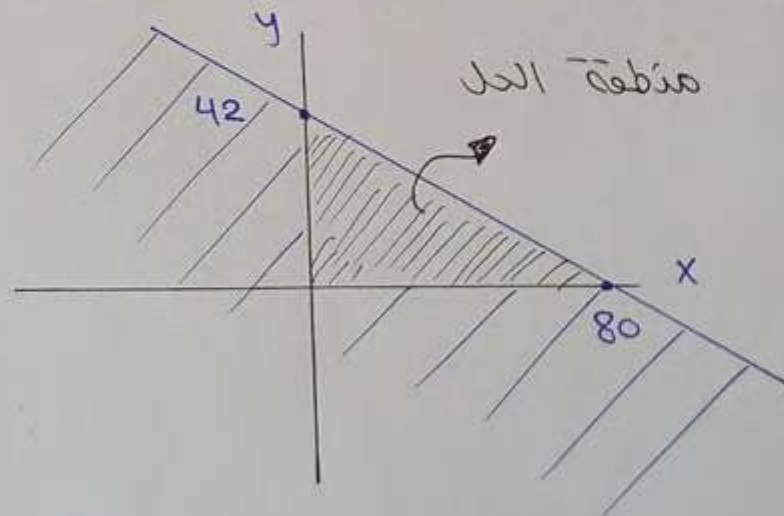
$$\Rightarrow 3x + 2y \geq 93 \Rightarrow 3 \times 20 + 2 \times 18 \geq 93$$

$\Rightarrow 96 \geq 93 \Rightarrow$ إذا الطالب ستحصل على درجة A

x : صناديق كتلتها 50 كغ y : صناديق كتلتها 95 كغ 20

قدرة الشاحنة : 4000 كغ المتباينة : $50x + 95y \leq 4000$

$$x = 0 \Rightarrow y \approx 42 \quad y = 0 \Rightarrow x = 80$$

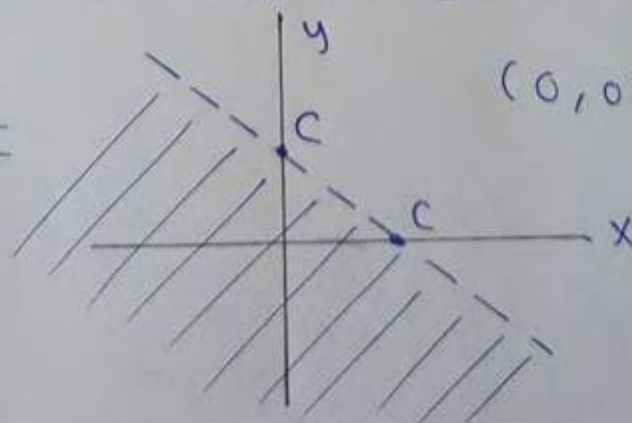


مثال بيانياً المتباينة $x + y < c$ حيث c عدد موجب 21

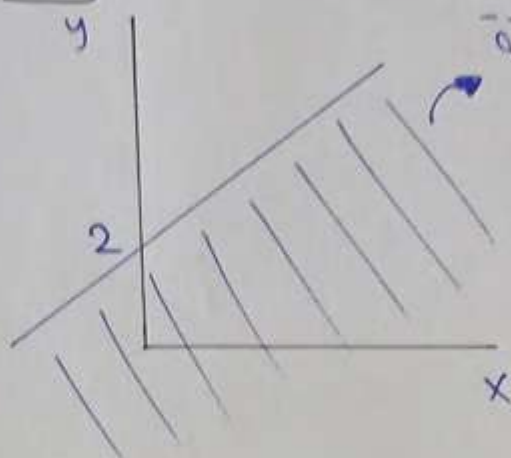
$$x = 0 \Rightarrow y = c$$

$$y = 0 \Rightarrow x = c$$

$$(0, 0) \Rightarrow 0 < c$$



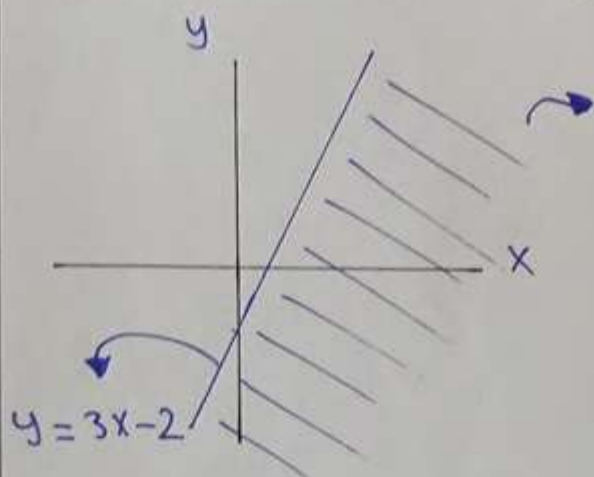
22

حل جهة حل $y \leq x+2$ مبرر "إجابته"هذه منطقة
الحل

$$(0,0) = 0 \leq 2$$

24

الخط في حل سفيان هو في تحديد منطقة الحل

المنطقة
الصحيحة

$$(0,0) \Rightarrow 0 \geq -2$$

25

نقطة اختبار واحدة فقط لأن المستقيم الحدودي
يقسم المستوى لمنطقتين أحدهما حل للمتباعدة (عنده المساواة)

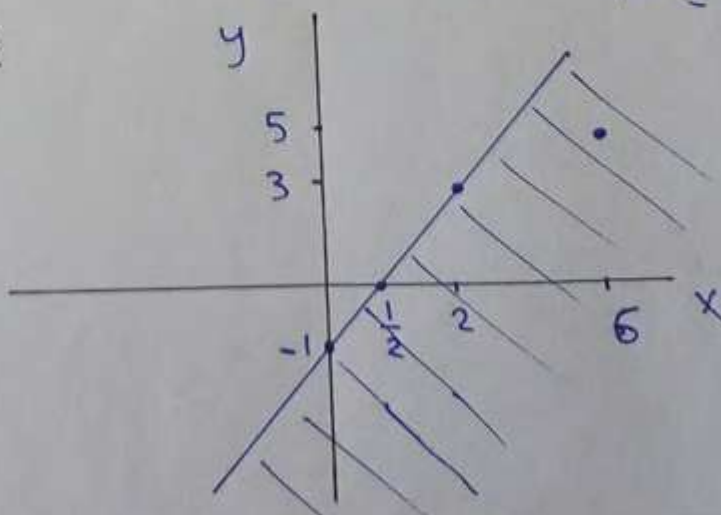
26

$$m = \frac{5 - -5}{3 - -2} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - 5 = 2(x - 3)$$

$$\Rightarrow y \leq 2x - 1$$



الدرس الثاني : حل نظام مكون من متباينات خطية بمتغيرين بيانياً
 * نظام المتباينات الخطية : يكون من متباينتين خطيتين أو أكثر
 * مجموعة حل النظام : جميع الأزواج المرتبة التي تحقق جميع المتباينات الخطية معاً.

مثال : الزوج المرتب $(-1, 2)$ يحقق النظام التالي :

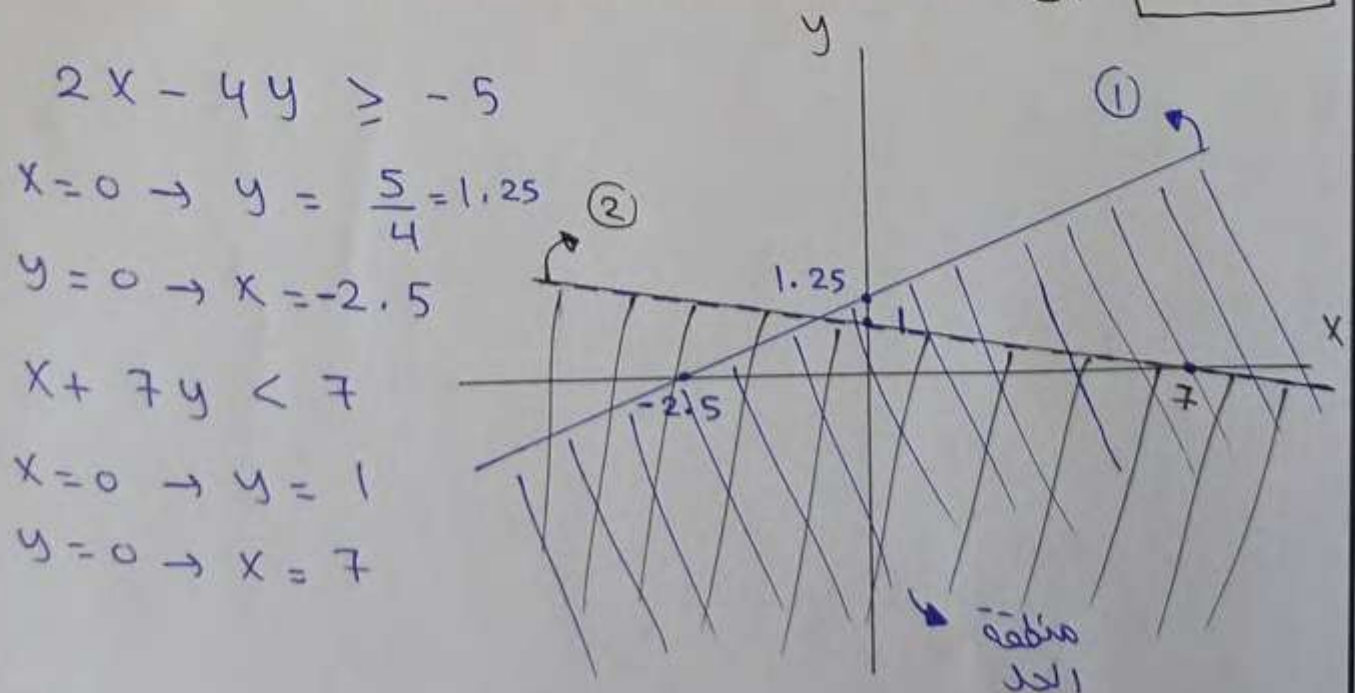
$$x + y < 2, \quad -2x + y > -1, \quad x - 3y \leq -2$$

$$\Leftrightarrow -1 + 2 < 2, \quad -2 \times -1 + 2 > -1, \quad -1 - 3 \times 2 \leq -2$$

$$1 < 2, \quad 4 > -1, \quad -7 \leq -2$$

* منطقة حل النظام بيانياً هي المنطقة المشتركة بين حل المتباينات الموجودة فيه جميعها.

م.م.ف 17 من منطقة حل النظام ثم تأكد من الحل



⊗ للتأكد من منطقة الحل نأخذ أي نقطة فيها ويجب أن نتحقق جميع متباينات النظام.

فمثلاً "لو أخذنا النقطة $(0, -1)$ وعوضناها %

$$\text{نتحقق المتباينة الأولى } 0 - 4 \times -1 \geq -5 \Rightarrow 4 \geq -5$$

$$\text{نتحقق المتباينة الثانية } 0 + 7 \times -1 < 7 \Rightarrow -7 < 7$$

⊗ لا يكون للنظام حل عند عدم وجود منطقة مشتركة بين مناطق حل جميع المتباينات ويكون الحل مجموعة خالية $\emptyset$

⊗ المجموعة الخالية % يرمز لها $\emptyset$ أو ϕ وتقرأ فاي وهي مجموعة لا يوجد فيها عناصر.

م. م. ف مثال 7 حدد منطقة حل النظام التالي %

$$5x - 2y < 3, \quad 2.5x - y \geq 2$$

$$\textcircled{1} 5x - 2y = 3$$

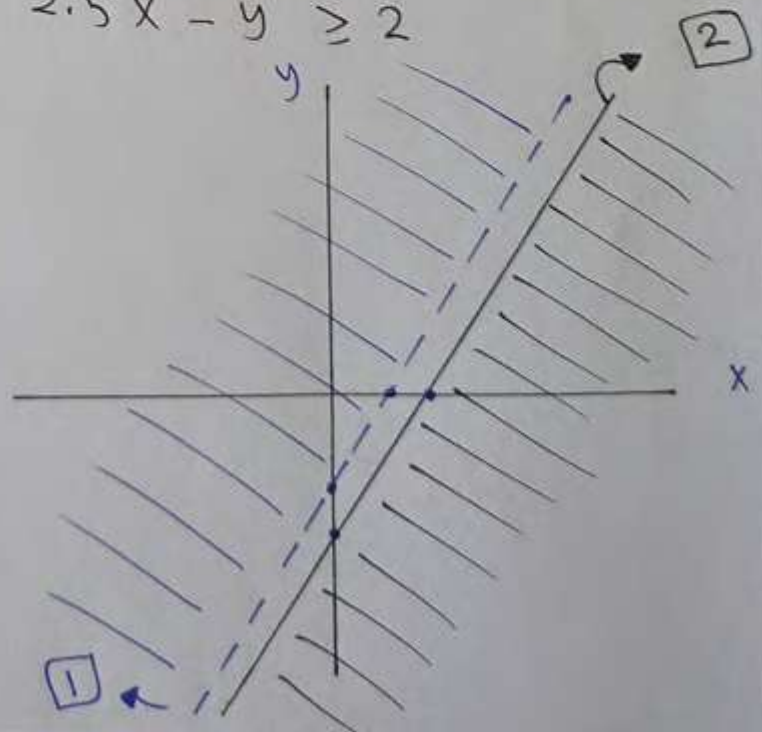
$$x=0 \rightarrow y = -\frac{3}{2}$$

$$y=0 \rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\textcircled{2} 2.5x - y = 2$$

$$x=0 \rightarrow y = -2$$

$$y=0 \rightarrow x = \frac{2}{2.5}$$



م.م.ف 18 من منطقة حد النظام الآتي :

$$-3x + 4y \geq 9, \quad x - 5y > 6, \quad 2x - 5y < -3$$

① $-3x + 4y = 9$

$(0, \frac{9}{4}), (-3, 0)$

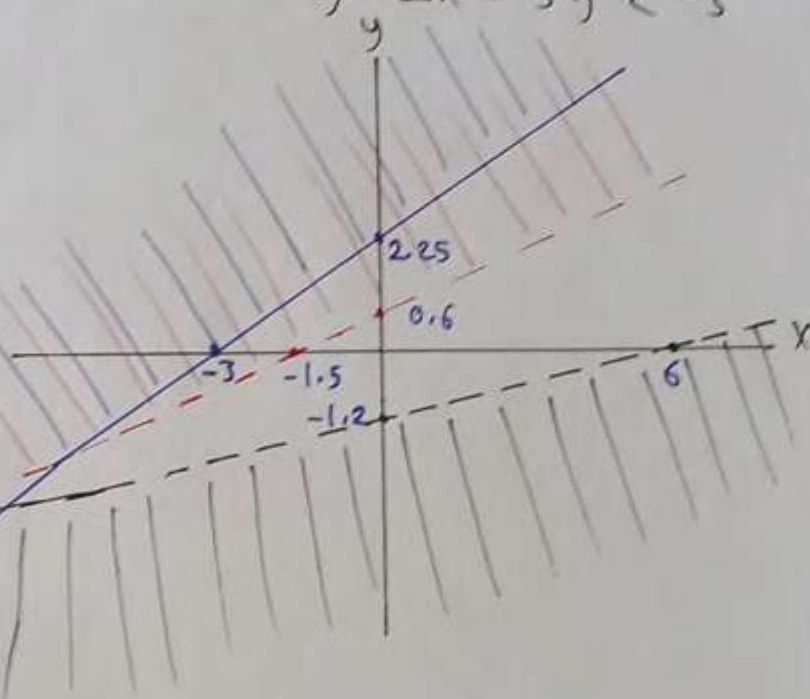
② $x - 5y = 6$

$(0, -\frac{6}{5}), (6, 0)$

③ $2x - 5y = -3$

$(0, \frac{3}{5}), (-\frac{3}{2}, 0)$

منطقة الحل
تكون هنا



م.م.ف 20 من عدد الخزان x : عدد الأياكل y

$$x + y \geq 6, \quad x + y \leq 12, \quad x < y, \quad x \geq 2$$

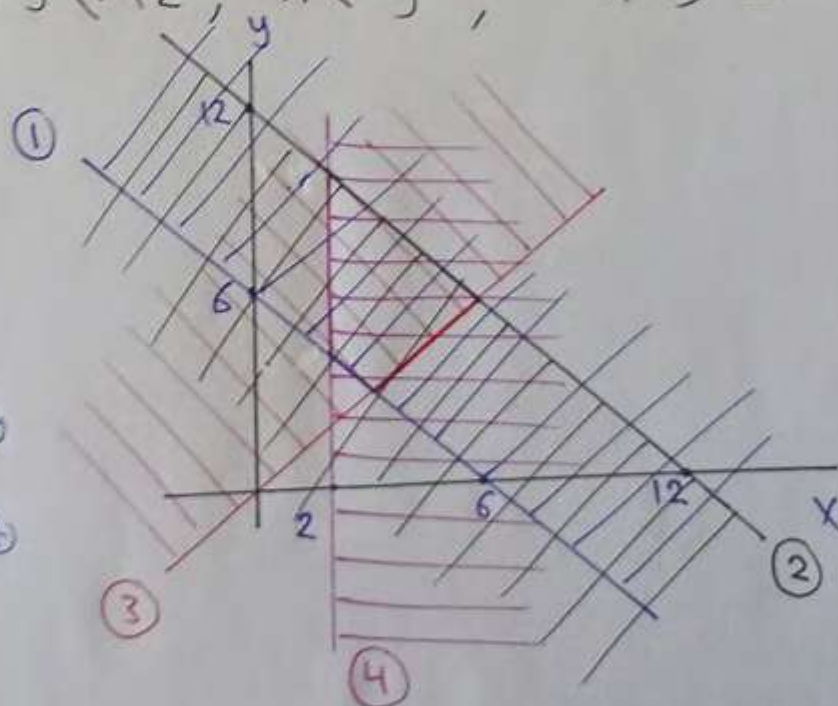
① $(0, 6), (6, 0)$

② $(0, 12), (12, 0)$

③ $(0, 0), (1, 1)$

④ أقل عدد للأياكل 3

⑤ أكثر عدد للخزان 6

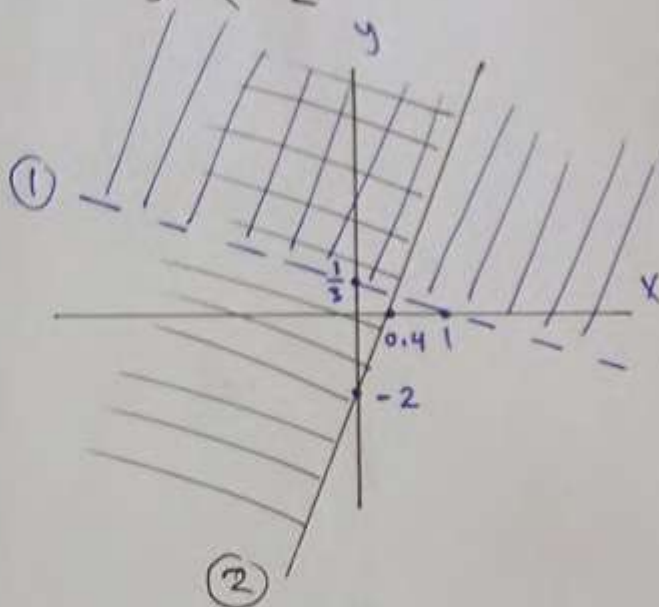


✳️ إجابات أسئلة الدرس ٥

✳️ مثل منطقة حل كل من الآتيه التالية

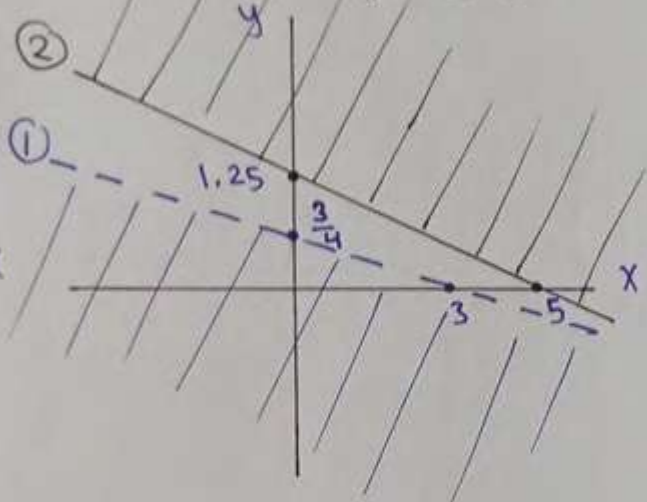
① $x + 3y > 1$

$5x - y \leq 2$



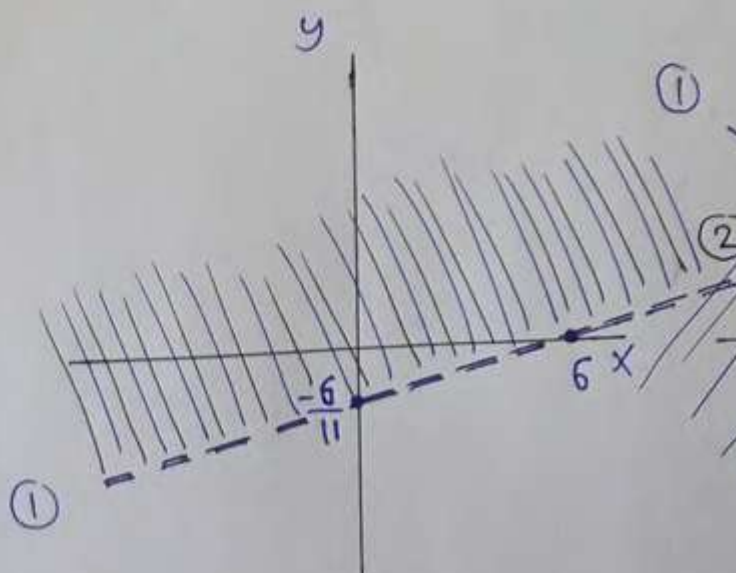
② $-3x - 12y > -9$

$x + 4y \geq 5$



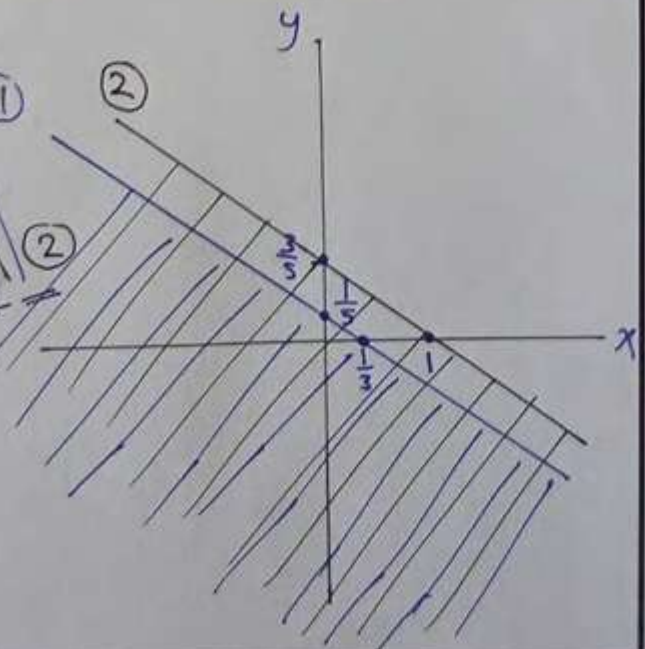
③ $x - 11y < 6$

$-2x + 22y > -12$

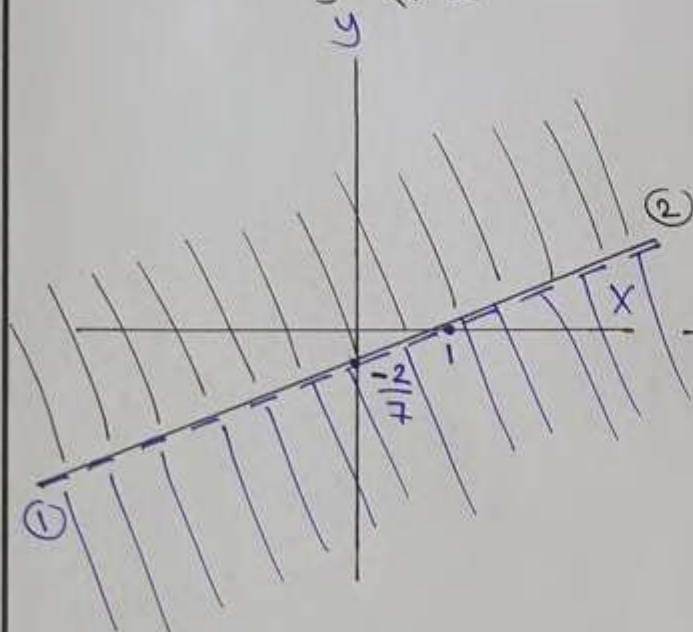


④ $3x + 5y \leq 1$

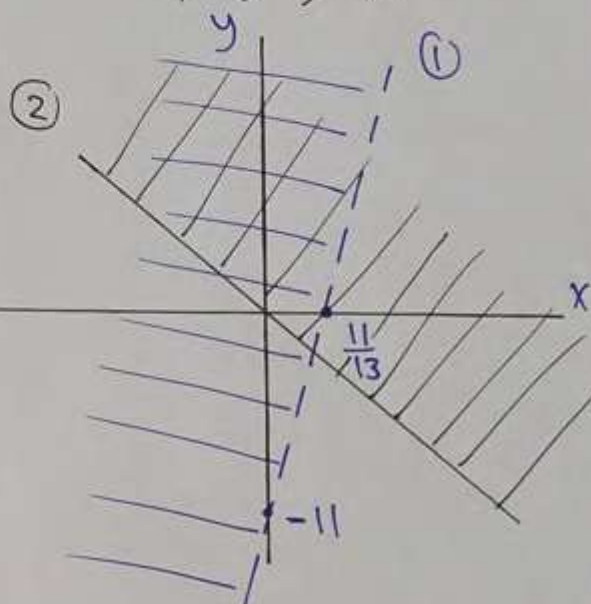
$3x + 5y \leq 3$



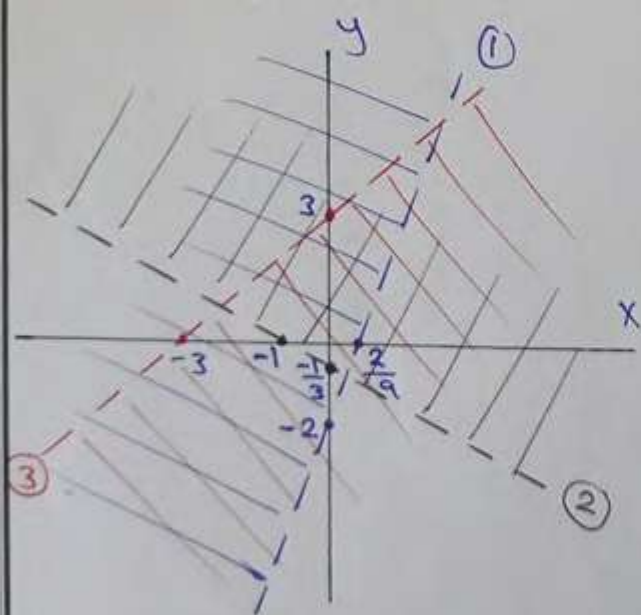
$$\boxed{5} \quad \begin{aligned} 2x - 7y &> 2 \\ 2x - 7y &\leq 2 \end{aligned}$$



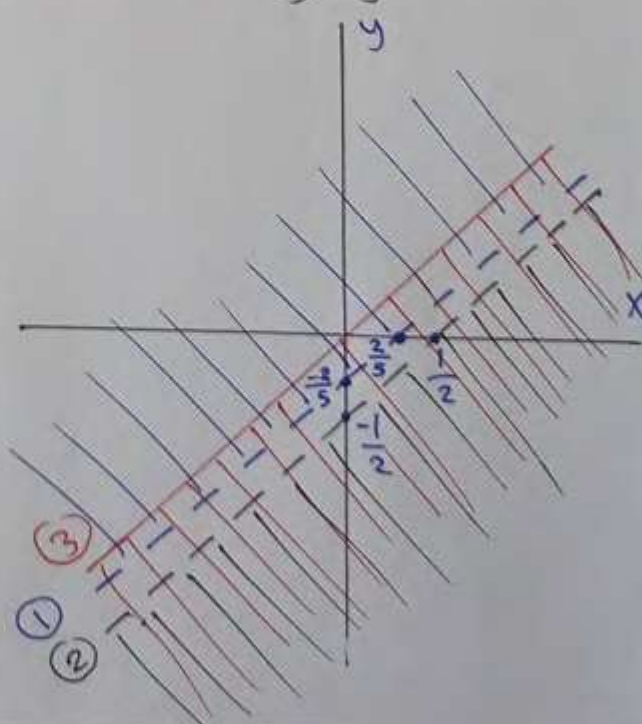
$$\boxed{6} \quad \begin{aligned} 13x - y &< 11 \\ x + y &\geq 0 \end{aligned}$$



$$\boxed{7} \quad \begin{aligned} 9x - y &< 2 \\ x + 3y &> -1 \\ x - y &> -3 \end{aligned}$$



$$\boxed{8} \quad \begin{aligned} 5x - 5y &< 2 \\ 2x - 2y &> 1 \\ x &\geq y \end{aligned}$$

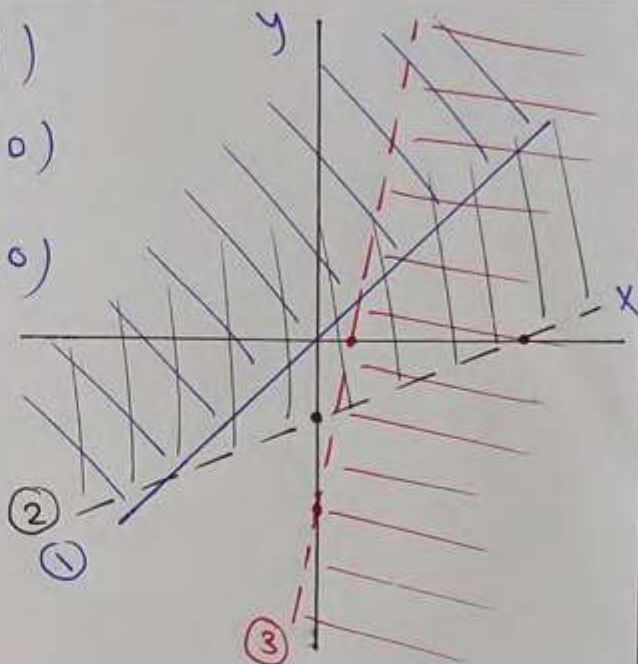


$$\boxed{9} \quad x \leq y \Rightarrow (0, 0), (1, 1)$$

$$x - 5y < 6 \Rightarrow (0, -\frac{6}{5}), (6, 0)$$

$$10x - y > 3 \Rightarrow (0, -3), (\frac{3}{10}, 0)$$

* أَسْهَدُ نَقْطَةً لِفَحْصِ مَنْطِقَةٍ
حَدِ الْمَتَبَايِنَةِ هِيَ $(0, 0)$



x : عدد البالغين (تذكرتهم 2 دينار)

y : عدد الأطفال (تذكرتهم دينار واحد)

القارب يتسع لـ 10 كل واحد كثر $\Rightarrow x + y \leq 10$

ابح بيع التذاكر 12 دينار $\Rightarrow 2x + y < 12$

$\boxed{1}$

$$x + y = 10$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 10$$

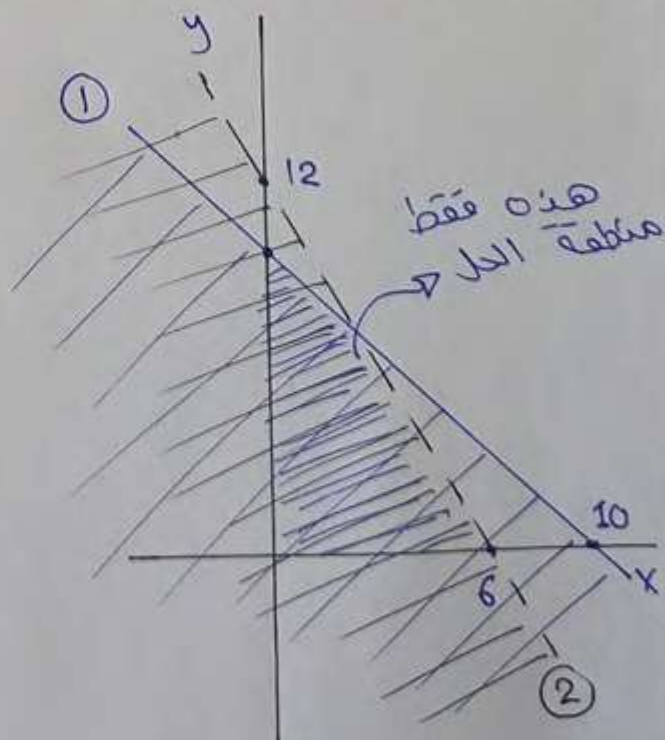
$$y = 0 \Rightarrow x = 10$$

$\boxed{2}$

$$2x + y = 12$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 12$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 6$$



y : تذكرة الدرجة الخامسة
سعرها 50 دينار

x : تذكرة الدرجة السياحية
سعرها 25 دينار

ربح بيع التذاكر 1600 دينار على الأقل $\Rightarrow 25x + 50y \geq 1600$

بيعت 50 تذكرة على الأكثر $\Rightarrow x + y \leq 50$

① $25x + 50y = 1600$

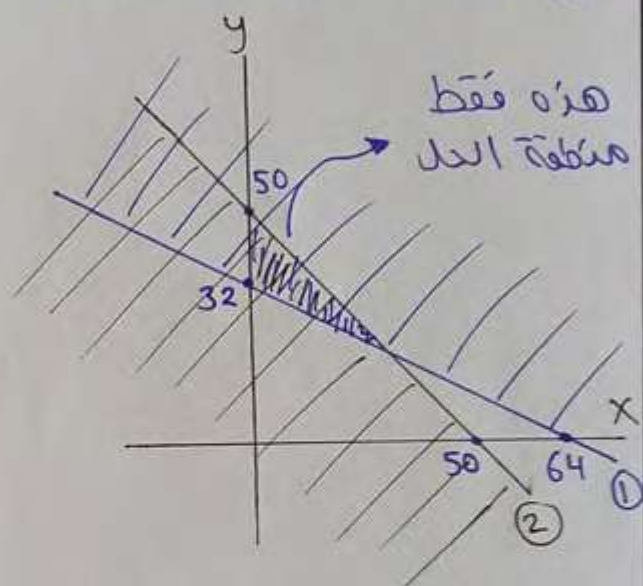
$x = 0 \Rightarrow y = 32$

$y = 0 \Rightarrow x = 64$

② $x + y = 50$

$x = 0 \Rightarrow y = 50$

$y = 0 \Rightarrow x = 50$

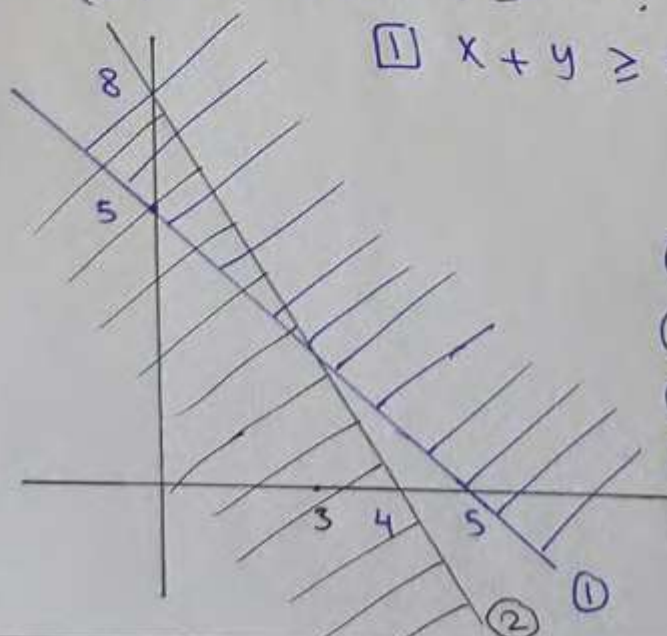


⑫ نحل منطقة حل النظام و أكتب جميع الحلول الممكنة

علما " بأن x و y أعداد صحيحة موجبة .

نحدد منطقة حل كل متباينة باستخراج النقطة (0,0)

① $x + y \geq 5$ ② $4x + 2y \leq 16$



الحلول الممكنة :-

- | | |
|----------|----------|
| ① (3, 2) | ② (2, 3) |
| ③ (1, 4) | ④ (0, 5) |
| ⑤ (0, 6) | ⑥ (0, 7) |
| ⑦ (0, 8) | ⑧ (1, 6) |
| ⑨ (2, 4) | ⑩ (1, 5) |

13) x : مبحث الرياضيات y : مبحث اللغة الإنجليزية

* احراز ما بين 900 و 1200 في المبحثين ٥٥

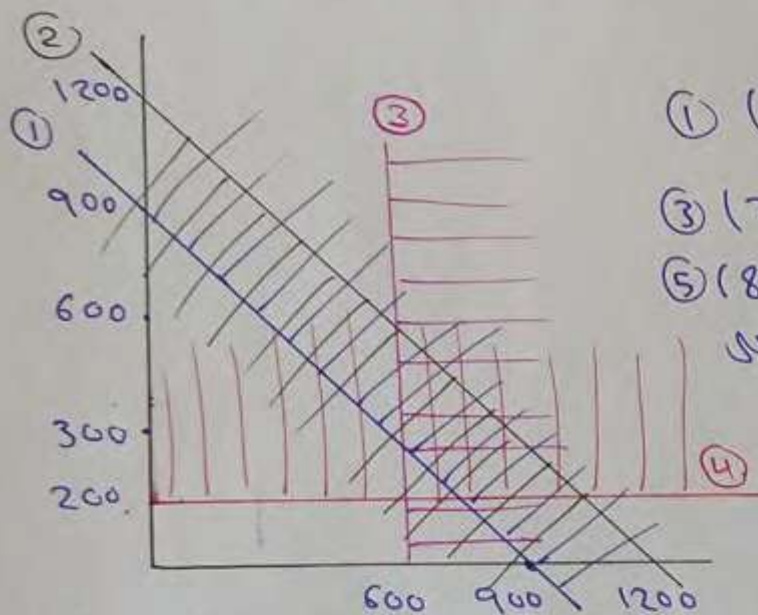
1) $x + y \geq 900$ 2) $x + y \leq 1200$

* أن لا يقل الرياضيات عن 600 ٥٥ 3) $x \geq 600$

* أن لا يقل امتحان الإنجليزي عن 200 ٥٥ 4) $y \geq 200$

جد عدد النقاط من مضاعفات المئة التي يتعين إحرازها.

ال حلول الممكنة ٥٥



1) (700, 300) 2) (700, 400)

3) (700, 500) 4) (800, 300)

5) (800, 400) 6) (900, 300)

بالإضافة إلى النقاط الواقعة على

المستقيمتين الحدودية

وهي النقاط التالية ٥٥ 4)

(600, {300, 400, 500, 600}), ({700, 800, 900, 1000}, 200)

15) من منطقة حل النظام $2x + y \leq 7$ و $2x + y \geq 7$ بدون رسمها

منطقة حل هذا النظام تمثل جميع نقاط المستوى البياني

الواقعة على المستقيمين الحدوديين $2x + y = 7$ لأن كل جهة

من المستقيمين مع المستقيمين نفسه تمثل حل لأحدى المتباينتين

لذلك المنطقة المشتركة بينهما ستكون المستقيمين الحدوديين فقط.

(*) أكتب نظامين من متباينتين خطيتين بمتغيرين بحيث ٥٥

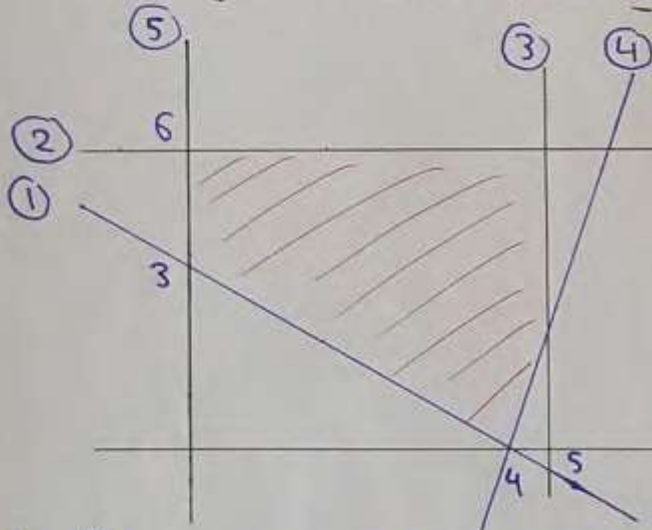
[16] تكون مجموعة الحل مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

(1) $x + y \geq 10$ (2) $x + y \leq 15$

[17] تكون مجموعة الحل المجموعة الخالية.

(1) $y - 2x \geq 5$ (2) $y - 2x < 5$

[18] أكتب نظام المتباينات الذي تمثل المنطقة التالية حله



(*) لمعرفة معادلة أي خط نحتاج إلى معرفة ميله ونقطة تقع عليه ونفوضهما في القانون

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

حيث m : الميل (x_1, y_1) : النقطة

و لمعرفة الميل نحتاج إلى نقطتين من الخط ونفوض

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(*) معادلة الخطوط الأفقية $y = a$ و العمودية $x = a$

(1) $m = \frac{3 - 0}{0 - 4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 4)$

(2) $y = 6$ (3) $x = 5$ (5) $x = 0$ (4) $y = 2x - 8$

نظام (1) $x \geq 0$ (2) $x \leq 5$ (3) $y \leq 6$

$\Rightarrow$ المتباينات

(4) $y \geq -\frac{3}{4}x + 3$ (5) $y \geq 2x - 8$

⊗ الدرس الثالث : البرمجة الخطية

البرمجة الخطية : هي طريقة تستخدم التمثيل البياني لإيجاد أكبر قيمة ممكنة (قيمة عظمى) أو أصغر قيمة ممكنة (قيمة صغرى) لافتران ما يسمى افتران الهدف ، أو لعرف بأنها طريقة للبحث عن الحد الأمثل .

افتران الهدف : هو الافتران الذي سنجد قيمته العظمى والصغرى ضمن قيود أو شروط معينة

⊗ تكون القيمة العظمى والصغرى عند رؤوس مضلع منطقة الحد .

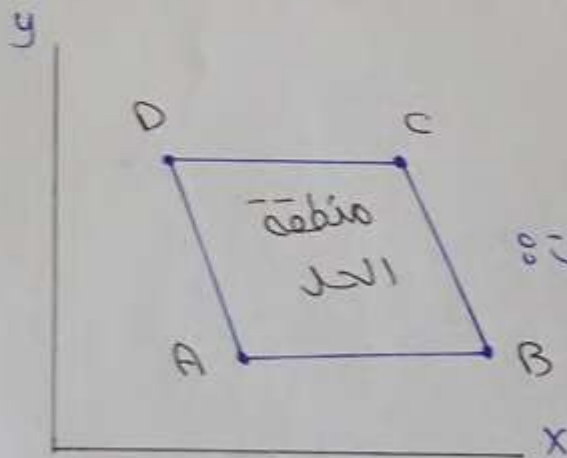
⊗ القيود عبارة عن نظام متباينات خطية يحدد منطقة الحد .

رؤوس منطقة الحد هي :

A, B, C, D

قيود منطقة الحد هي المستقيمان :

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$



⊗ إذا وجدت القيمة العظمى أو القيمة الصغرى لافتران

الهدف فإنها تكون عند واحد أو أكثر من رؤوس منطقة

الحلول الممكنة .

⊗ غالباً " ما تكون منطقة الحل في الربع الأول (الربع الموجب)
لأننا سنتعامل مع افتراض هدف يمثل كمية موجبة أقل قيمة
لها هي الصفر.

(م.م.ف) ص 26 جد النقطة (x,y) التي تجعل الافتراض
 $Q = 50x + 40y$ أكبر ما يمكن ضمن القيود التالية :

$$x + y \leq 8, \quad 2x + y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

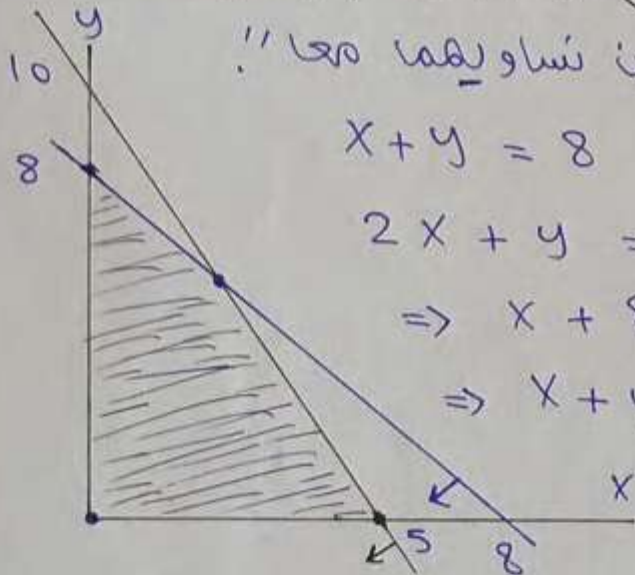
⊗ لا يجار نقطة تقاطع مستقيمين تساويهما معا !!

$$x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x$$

$$2x + y = 10 \Rightarrow 2x + 8 - x = 10$$

$$\Rightarrow x + 8 = 10 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow x + y = 8 \Rightarrow 2 + y = 8 \Rightarrow y = 6$$



⊗ نغوض رؤوس المنطقة في افتراض الهدف لا يجار القيمة العظمى
والقيمة الصغرى

(x, y)	$Q = 50x + 40y$
(0, 0)	$50 \times 0 + 40 \times 0 = 0$
(5, 0)	$50 \times 5 = 250$
(0, 8)	$40 \times 8 = 320$
(2, 6)	$50 \times 2 + 40 \times 6 = 340$

⊗ أكبر قيمة للافتراض Q
هي 340 وهي عند النقطة
 $(x, y) = (2, 6)$

④ خطوات حل المسائل الحياتية ٥٨

① تحديد الافتراضات المدف وكتابته .

② كتابة نظام المتباينات وهي القيود

③ ايجار القيمة العظمى أو الصغرى لافتراض المدف .

م.م.ف 28 م x : عدد المعطف y : عدد الحقائق

يستخدم $2m^2$ لصناعة معطف واحد و $1m^2$ لصناعة حقيبة واحدة

يستغرق المعطف الواحد ساعتين وثلث بينما الحقيبة ثلث ساعة

يحقق المعطف 5 دناير ربح بينما الحقيبة فتحقق 4 دناير.

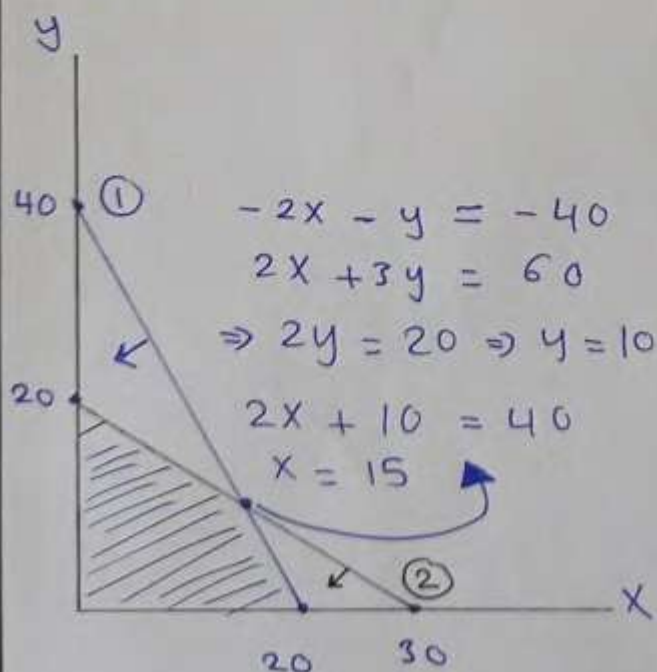
لا تزيد ساعات عمل المصنع عن 60 ساعة

$$* P = 5x + 4y$$

$$* 2x + y \leq 40 \quad (\text{كمية الجلد})$$

$$2x + 3y \leq 60 \quad (\text{ساعات العمل})$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad (\text{شرط بداهي})$$



(x, y)	$P = 5x + 4y$
$(0, 0)$	0
$(0, 20)$	80
$(20, 0)$	100
$(15, 10)$	115 \quad (\text{أكبر ربح})

* ليس شرطاً " أن تكون منطقة الحد مغلقة في الأسئلة التي تتطلب
أقل تكلفة لأننا نهتم بأقل قيم الاقتراء ولا يهمنا أي أين يصل
من الأعلى لأننا لا نبحث عن قيمه العظمى.

30 ص P. M. F

النوع 1	النوع 2	
60	60	عدد السرعات الحرارية
12	6	عدد فيتامين A
10	30	عدد فيتامين C
JD 0.25	JD 0.3	سعر العلبة

* لا تقل السرعات عن 300

* لا تقل فيتامين A عن 36

* لا تقل فيتامين C عن 90

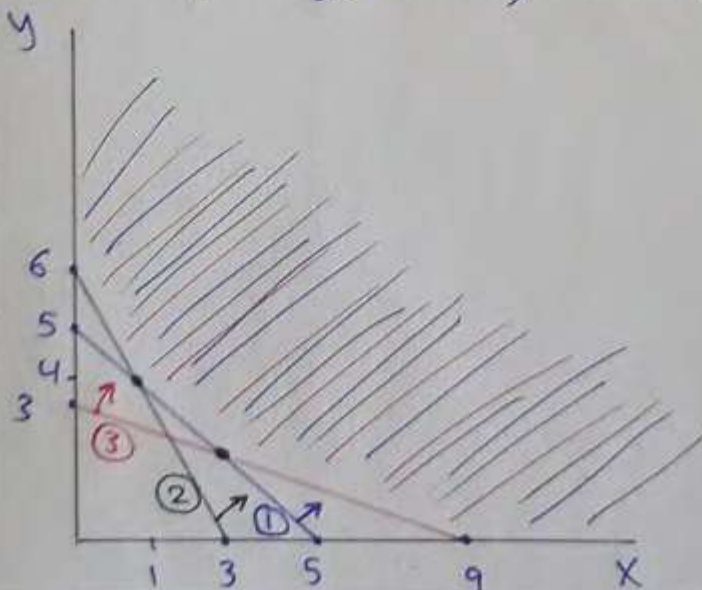
جد أقل تكلفة تحقق بها شروط الحماية الغذائية.

* اقتراء الهدف *

$$P = 0.25x + 0.3y \quad \text{حيث } x = \text{النوع 1} \quad y = \text{النوع 2}$$

* القيود *

$$60x + 60y \geq 300, \quad 12x + 6y \geq 36, \quad 10x + 30y \geq 90$$



(x, y)	$P = 0.25x + 0.3y$
(0, 6)	1.8
(1, 4)	1.45
(1.8, 2.4)	1.17 (أقل تكلفة)
(9, 0)	2.25

(*) إجابات أسئلة الدرس ٥٨

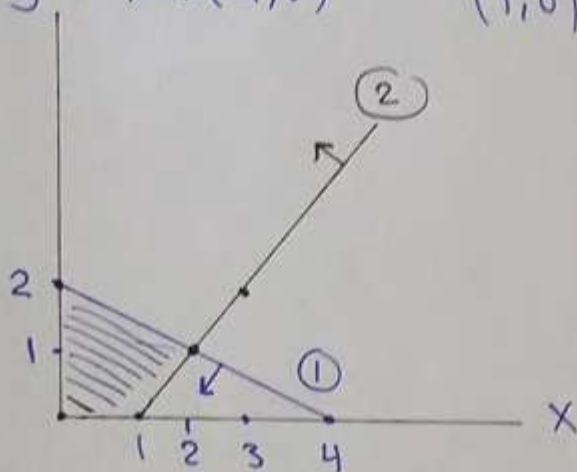
* جد النقطة (x, y) التي تجعل اقتران الهدف أكبر ما يمكن

1 $P = 4x + 3y$

$x + 2y \leq 4$, $x - y \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

y (0,2) (4,0)

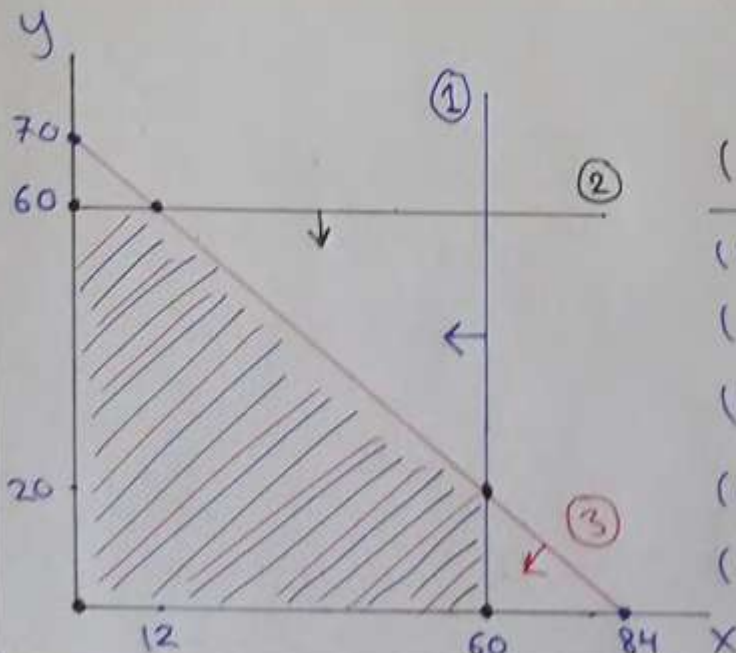
(1,0) (3,2)



(x, y)	$P = 4x + 3y$
(0, 2)	6
(0, 0)	0
(1, 0)	4
(2, 1)	11 (أكبر قيمة)

2 $R = 10x + 7y$

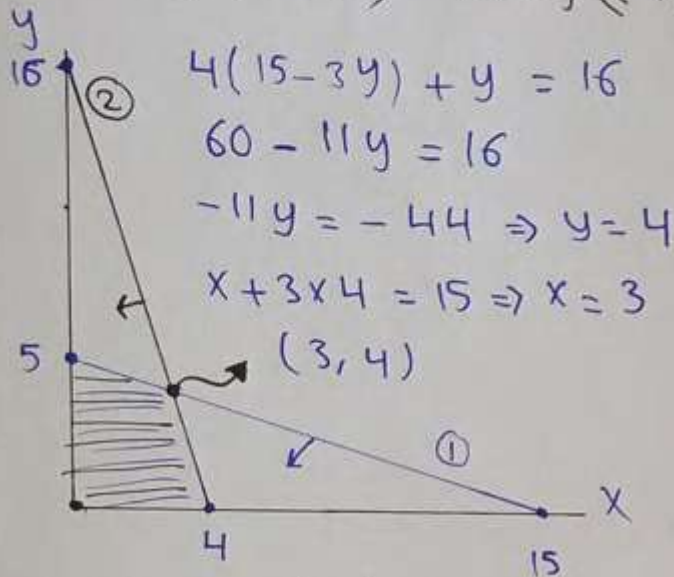
$0 \leq x \leq 60$, $0 \leq y \leq 60$, $5x + 6y \leq 420$



(x, y)	$R = 10x + 7y$
(0, 0)	0
(0, 60)	420
(12, 60)	540
(60, 0)	600
(60, 20)	740 (أكبر قيمة)

$$\textcircled{3} \quad z = 1.5x + y$$

$$x + 3y \leq 15, \quad 4x + y \leq 16, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

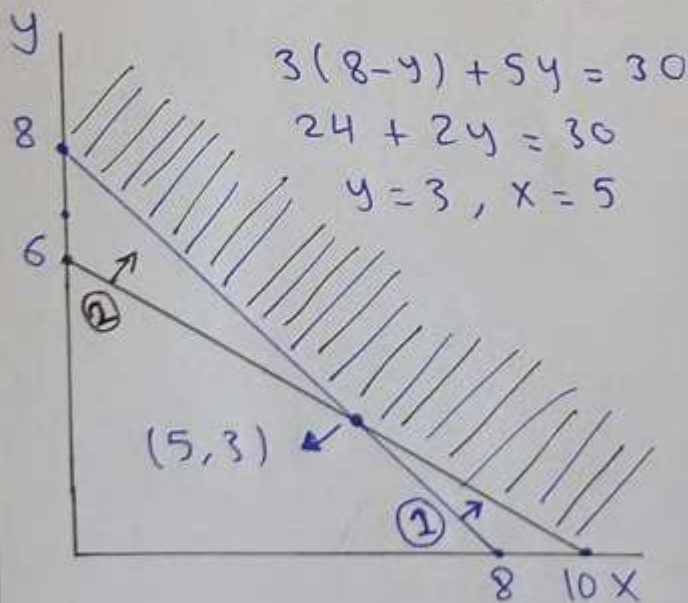


(x, y)	$z = 1.5x + y$
$(0, 0)$	0
$(0, 5)$	5
$(3, 4)$	8.5 (أكبر قيمة)
$(4, 0)$	6

* جد النقطة (x, y) التي يجعل افتراضان الهدف أقل ما يمكن ؟

$$\textcircled{4} \quad Q = 4x + 5y$$

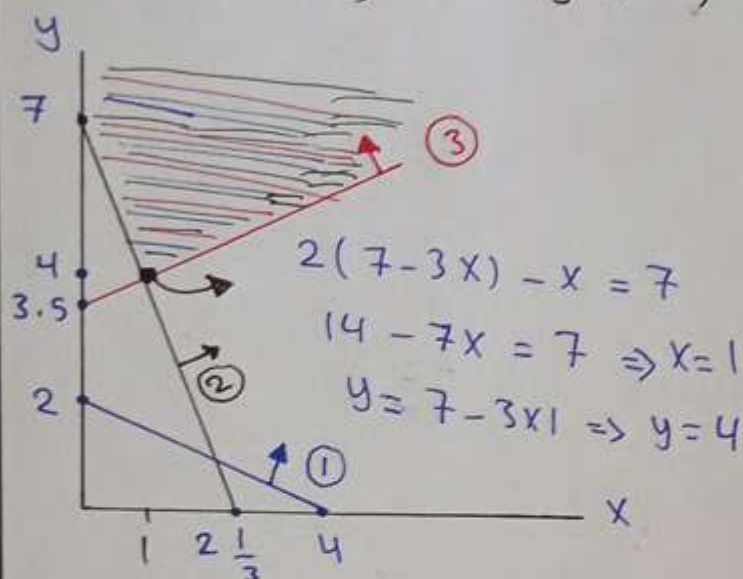
$$x + y \geq 8, \quad 3x + 5y \geq 30, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



(x, y)	$Q = 4x + 5y$
$(0, 8)$	40
$(5, 3)$	35 (أقل قيمة)
$(10, 0)$	40

$$⑤ \quad C = 8x + 4y$$

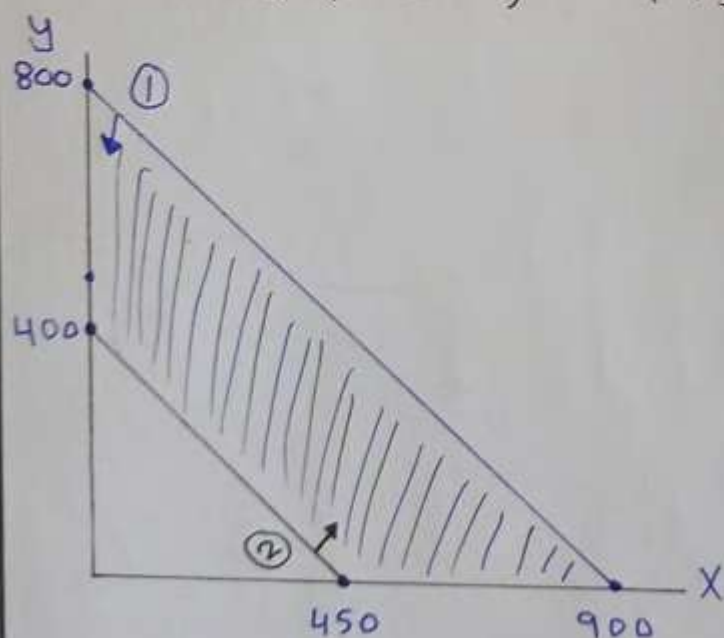
$$x + 2y \geq 4, \quad 3x + y \geq 7, \quad 2y - x \geq 7, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



(x, y)	$C = 8x + 4y$
$(1, 4)$	24 (أقل قيمة)
$(0, 7)$	28

$$⑥ \quad K = 25x + 35y$$

$$8x + 9y \leq 7200, \quad 8x + 9y \geq 3600, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



(x, y)	$K = 25x + 35y$
$(0, 400)$	14000
$(0, 800)$	28000
$(450, 0)$	11250 (أقل قيمة)
$(900, 0)$	22500

7] x : شوكولاتة الفستق y : شوكولاتة البندق

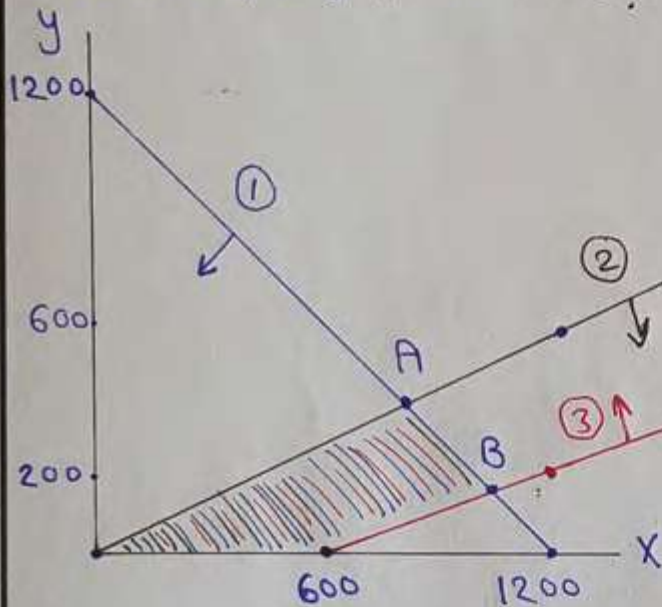
1] $x + y \leq 1200$ $\Leftrightarrow$ الإنتاج لا يزيد عن 1200

2] $y \leq \frac{x}{2}$ $\Leftrightarrow$ طلب البندق لا يزيد عن نصف طلب الفستق

3] طلب الفستق أقدم من 600 مضافاً لها 3 أمثال عدد طلب البندق

3] $x \leq 600 + 3y$

4] $Z = 1.5x + 2y$ $\Leftrightarrow$ ربح الفستق : 1.5 و ربح البندق : 2



(x, y)	$Z = 1.5x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(600, 0)$	900
$(1050, 150)$	1875
$(800, 400)$	2000 (أكبر ربح)

A $\Rightarrow y = 1200 - x \Rightarrow 1200 - x = \frac{x}{2}$

$\frac{3}{2}x = 1200 \Rightarrow x = \frac{2 \times 1200}{3} \Rightarrow x = 800$

$y = 1200 - 800 \Rightarrow y = 400 \Rightarrow A = (800, 400)$

B $x + y = 1200 \Rightarrow x = 1200 - y$

$\Rightarrow 1200 - y = 600 + 3y \Rightarrow 4y = 600 \Rightarrow y = 150$

$x = 1200 - 150 \Rightarrow x = 1050 \Rightarrow B = (1050, 150)$

8] x : عدد الحافلات الكبيرة y : عدد الحافلات الصغيرة

* تكلفة استئجار الكبيرة 180 دينار و الصغيرة 100 دينار

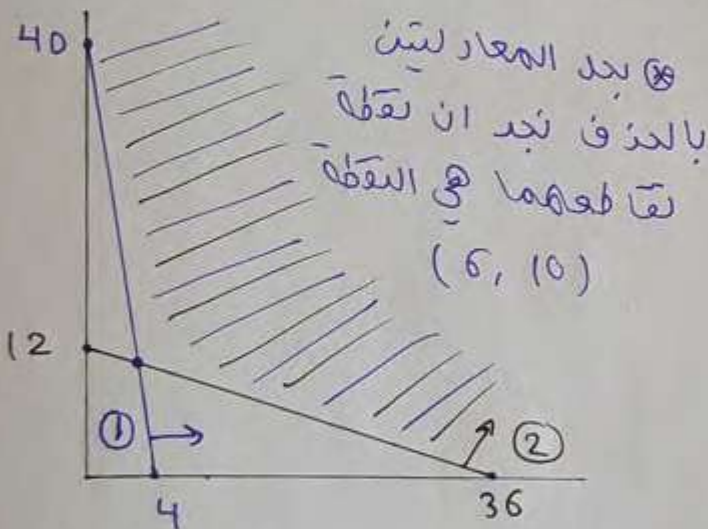
$$C = 180x + 100y$$

* الحافلة الكبيرة : 40 مقعد عادي ومقعد لذوي الحاجات

* الحافلة الصغيرة : 8 مقاعد عادية و 3 مقاعد لذوي الحاجات

* 320 مقعد عادي على الأقل $C = 40x + 8y \geq 320$ [1]

* 36 مقعد ذوي احتياجات خاصة على الأقل $C = x + 3y \geq 36$ [2]



(x, y)	$C = 180x + 100y$
$(0, 40)$	4000
$(6, 10)$	2080 (أقل تكلفة)
$(36, 0)$	6480

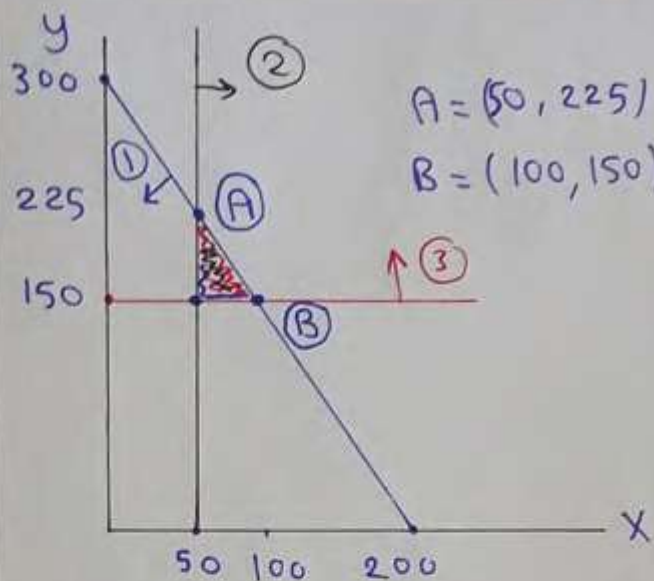
9] x : عدد الكتيبات و ثمنها 0.2 y : عدد النشرات و ثمنها 0.1

* يحتوي الكتيب الواحد 3 صفحات و النشرة الواحدة صفحتين

* طباعة ما لا يزيد عن 600 صفحة $C = 3x + 2y \leq 600$ [1]

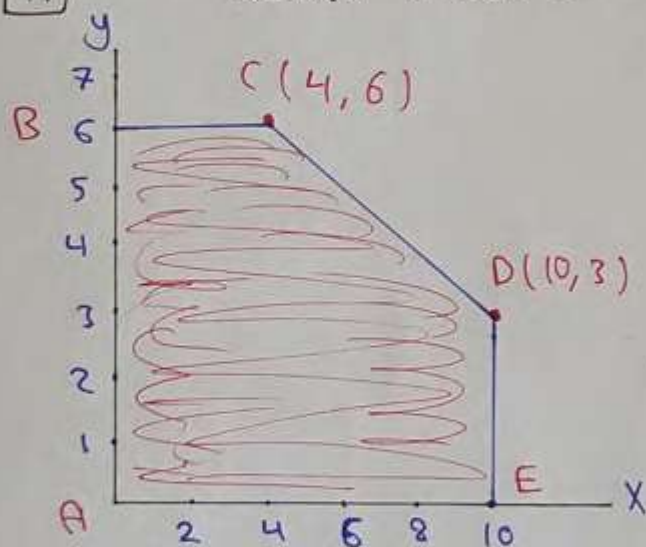
* 50 كتيب على الأقل $C = x \geq 50$ [2] * 150 نشرة على الأقل $C = y \geq 150$ [3]

* التكلفة أقل ما يمكن $C = 0.2x + 0.1y$



(x, y)	$C = 0.2x + 0.1y$
(50, 150)	25 (أقل تكلفة)
(50, 225)	32.5
(100, 150)	35

II أكبر وأصغر قيمة للربح تكون عند رؤوس المنطقة



(x, y)	$P = x + 2y$
(0, 0)	0
(0, 6)	12
(4, 6)	16
(10, 0)	10
(10, 3)	16

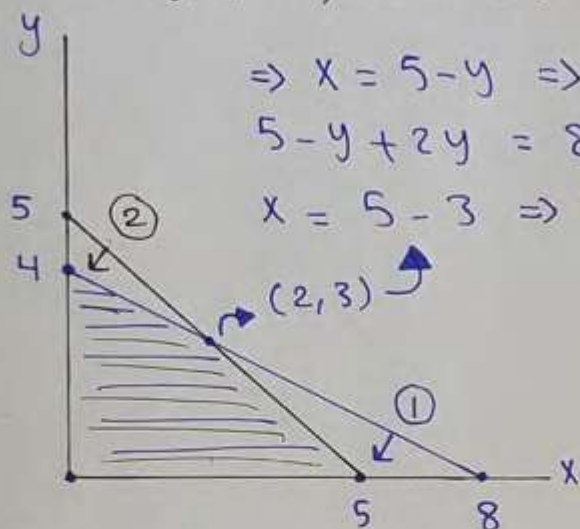
* أكبر قيمة للربح تكون عند (4, 6) و (10, 3) وبإمكاننا أن نختار أي واحدة منهما و تطبيقها لانهما يعطيان نفس الربح

* النقطة (6, 5) من داخل المنطقة الحد يكون عندها الربح 16

* الخلاصة : أكبر وأصغر قيمة للاختزان الهدف تكون عند رؤوس المنطقة وقد تكون تقاطع داخل المنطقة لها نفس القيمة ولكن لنا توجد تقاطع في المنطقة تتجاوز أكبر وأصغر قيمة.

جد اقتران الهدف الذي صورته $G = ax + by$ حيث a, b عددا حقيقيان وله أكبر قيمة عند النقطة $(2, 3)$ وهي 18

فمن القيود التالية ① $x + 2y \leq 8$, ② $x + y \leq 5$, $x, y \geq 0$



$$\Rightarrow x = 5 - y \Rightarrow$$

$$5 - y + 2y = 8 \Rightarrow y = 3$$

$$x = 5 - 3 \Rightarrow x = 2$$

(x, y)	$G = ax + by$
$(0, 0)$	0
$(0, 4)$	$4b$
$(5, 0)$	$5a$
$(2, 3)$	$2a + 3b = 18$

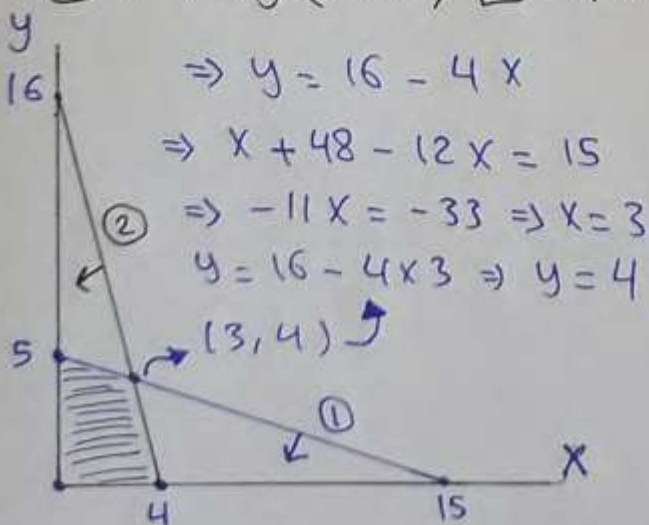
$$5a < 18 \Rightarrow a < 3.6 \quad 4b < 18 \Rightarrow b < 4.5$$

$$(a, b) = (3, 4) \Rightarrow G = 3x + 4y$$

جد قيم n (حيث n عدد صحيح موجب) والتي يجعل للاقتران ⑬

الهدف $D = 3x + ny$ أكبر قيمة عند $(3, 4)$ ضمن الشروط

① $x + 3y \leq 15$, ② $4x + y \leq 16$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



$$\Rightarrow y = 16 - 4x$$

$$\Rightarrow x + 48 - 12x = 15$$

$$\Rightarrow -11x = -33 \Rightarrow x = 3$$

$$y = 16 - 4 \times 3 \Rightarrow y = 4$$

(x, y)	$D = 3x + ny$
$(0, 0)$	0
$(0, 5)$	$5n$
$(4, 0)$	12
$(3, 4)$	$9 + 4n$ (الأكبر)

$$9 + 4n > 5n \Rightarrow 9 > n \Rightarrow n \in [1, 9)$$

(*) حلول أسئلة اختبار نهاية الوحدة الأولى ٥٥

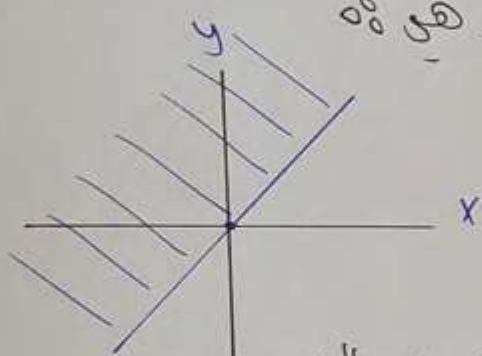
(*) ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة ٥٥

1) الزوج الذي يمثل حلاً للمتباينة $-10 < 7y - 8x$ هو ٥٥

$\Rightarrow 7 \times 5 - 8 \times 2 > -10$ a) (3, 2) b) (3, 1)

$35 - 16 > -10 \Rightarrow 19 > -10$ c) (-4, -7) d) (2, 5)

2) المتباينة التي لها التمثيل البياني التالي هي ٥٥



a) $x - y \leq 0$ b) $x - y \geq 0$

c) $x + y \leq 0$ d) $x + y \geq 0$

3) المتباينة التي يكون الزوج المرتب (1, 2) حلاً لها هي ٥٥

$\Rightarrow 2 - 13 \times 1 \leq -6$ a) $2x + 7y < 2$ b) $x - 11y \geq -2$

$-11 \leq -6$ c) $y - 13x \leq -6$ d) $2y - x > 9$

4) الزوج الذي يمثل حلاً للنظام $2x - y \geq -3, y + 5x < 7$ هو ٥٥

$\Rightarrow 0 + 5 \times 0 < 7$

$\Rightarrow 0 < 7$ --- ①

a) (3, 2)

b) (0, 0)

$\Rightarrow 2 \times 0 - 0 \geq -3$

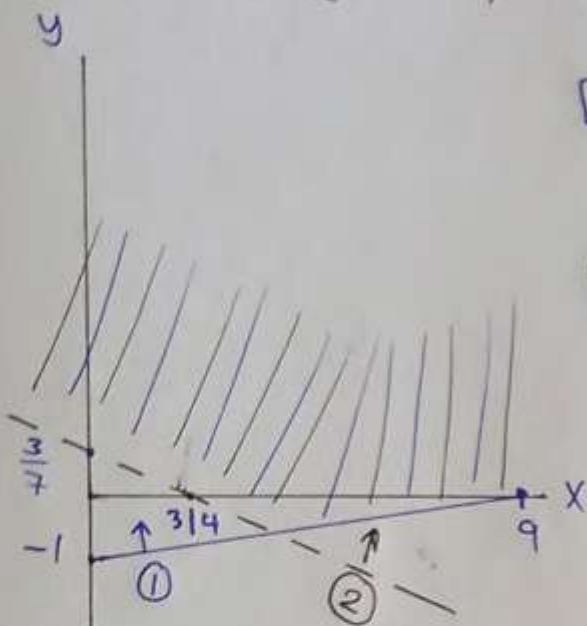
$0 \geq -3$ --- ②

c) (-4, -2)

d) (2, 8)

(*) حل لك "من أنظمة المتباينات الخطية التالية ٥٨

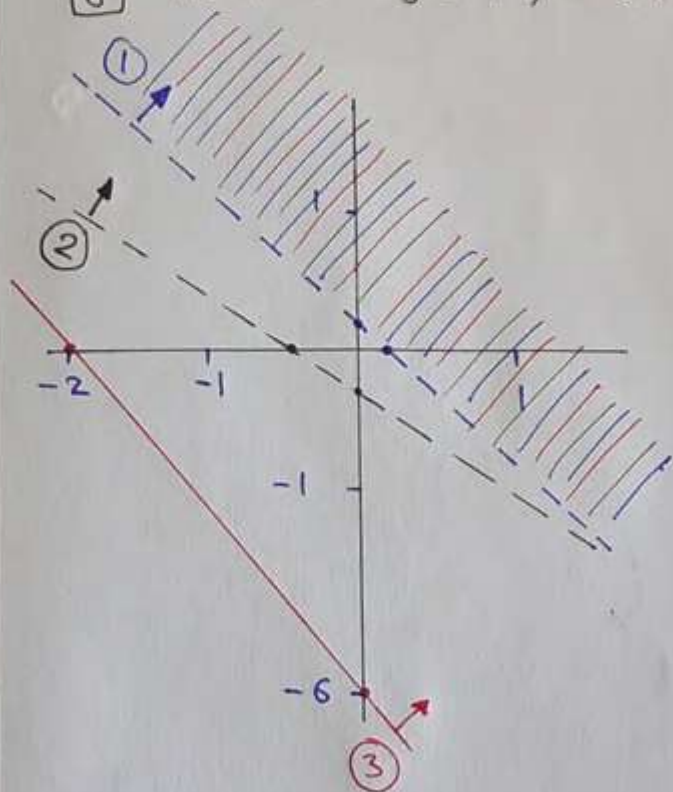
5 $x - 8y \leq 9$, $4x + 7y > 3$



1 $0 - 8y = 9 \Rightarrow y = -\frac{9}{8}$
 $x - 0 = 9 \Rightarrow x = 9$

2 $0 + 7y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{7}$
 $4x + 0 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

6 $12x + 10y > 1$, $-5x - 8y < 2$, $3x + y \geq -6$



1 $(0, \frac{1}{10})$ $(\frac{1}{12}, 0)$

2 $(0, -\frac{1}{4})$ $(-\frac{2}{5}, 0)$

3 $(0, -6)$ $(-2, 0)$

(*) عدد الطالبات x (*) عدد الطلاب y

(*) لا يقل العدد الكلي عن 5 ولا يزيد عن 15

(*) لا يقل عدد الطلاب عن نصف عدد الطالبات.

[7] اشرح بالكلمات معنى $2y \geq x$

ضعفي عدد الطلاب أكبر من أو يساوي عدد الطالبات أو أن عدد الطلاب أكبر من أو يساوي نصف عدد الطالبات.

[8] إذا كان عدد الطالبات 6 ، فما العدد الممكن للطلاب ؟

3 فما فوق (أي 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) لأنه لا يقل عن نصف الـ 6

[9] جد جميع الحلول الممكنة للنظام حيث m, n صحيحان وموجبان

$$\textcircled{1} m+n > 4 \quad \textcircled{2} 3m+7n \leq 21$$

$$\Rightarrow m = 4 - n$$

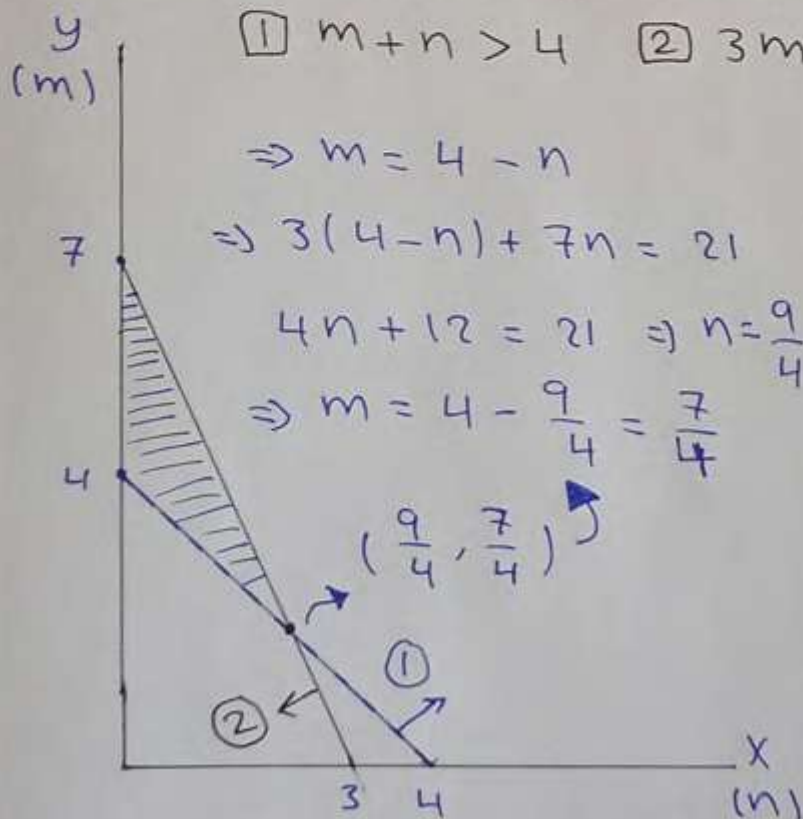
$$\Rightarrow 3(4-n) + 7n = 21 \quad \textcircled{*} \text{ قيم } m, n \text{ المحتملة}$$

$$4n + 12 = 21 \Rightarrow n = \frac{9}{4}$$

$$(1, 4)$$

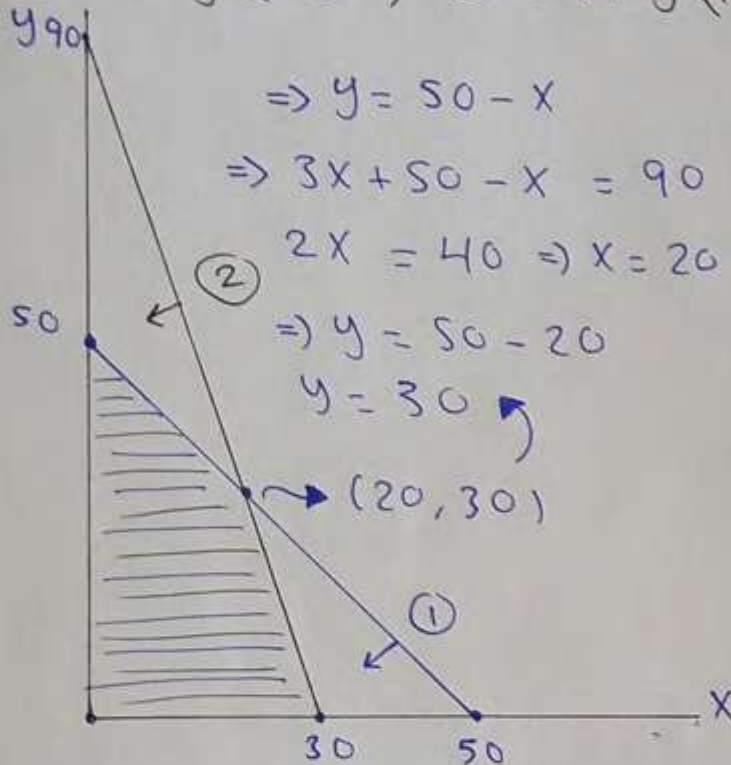
$$\Rightarrow m = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\left(\frac{9}{4}, \frac{7}{4}\right)$$



10) جد أكبر قيمة للاقتراح $P = 4x + y$ ضمن القيود التالية 8

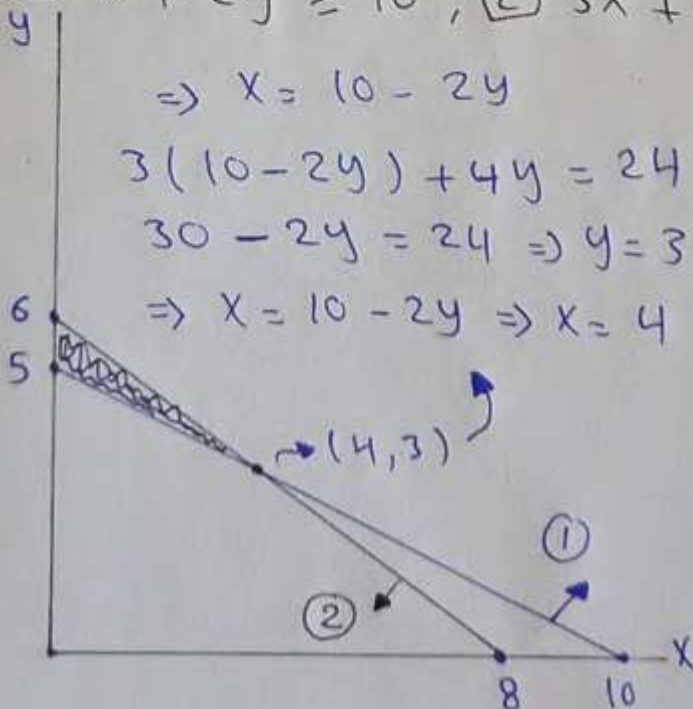
- ① $x + y \leq 50$, ② $3x + y \leq 90$, ③ $x, y \geq 0$



(x, y)	$P = 4x + y$
$(0, 0)$	0
$(30, 0)$	120 (أكبر قيمة)
$(0, 50)$	50
$(20, 30)$	110

11) جد أصغر قيمة للاقتراح $C = 200x + 500y$ ضمن القيود 8

- ① $x + 2y \geq 10$, ② $3x + 4y \leq 24$, ③ $x, y \geq 0$



(x, y)	$C = 200x + 500y$
$(0, 5)$	2500
$(0, 6)$	3000
$(4, 3)$	2300

أقل قيمة $\rightarrow$

القطعة التي تباع	القطعة التي يشتري	
1h	2h	زمن المعالجة في A
1h	1h	زمن المعالجة في B
JD 15	JD 20	مقدار الربح

(12) x : القطعة الأولى

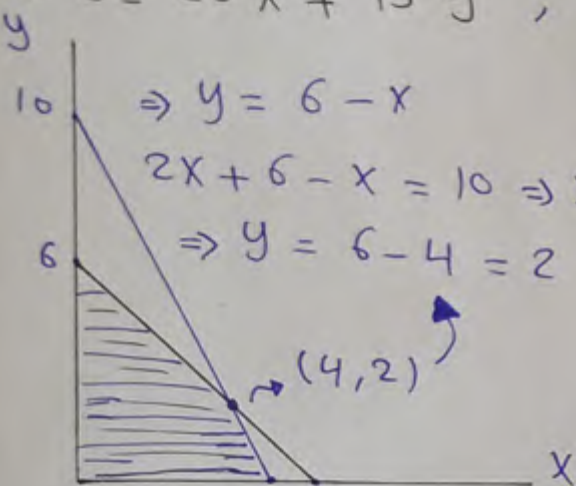
y : القطعة الثانية

ساعات عمل الماكينة A لا تزيد عن 10 ساعات و الماكينة B لا تزيد عن 6 ساعات .

جد عدد القطع اللازم إنتاجها لتحقيق أكبر ربح

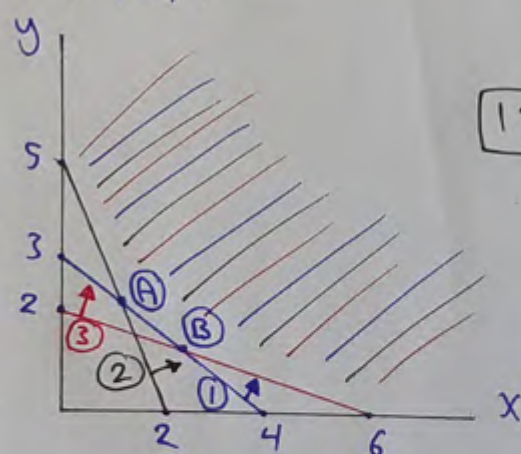
(*) $Z = 20x + 15y$, ① $2x + y \leq 10$

② $x + y \leq 6$



(x, y)	$Z = 20x + 15y$
(5, 0)	100
(4, 2)	110 → أكبر ربح
(0, 6)	90
(0, 0)	0

كمية الفيئات مبيعات	طحين الشوفان	الطحين العارى	
	0.8	0.5	السعر
12 وحدة	4 وحدات	3 وحدات	فيئة A
10 وحدة	2 وحدات	5 وحدات	فيئة B
6 وحدة	3 وحدات	1 وحدة	فيئة C



x : طحين عاري y : طحين شوفان

$C = 0.5x + 0.8y$ $A = (\frac{8}{7}, \frac{15}{7})$

① $3x + 4y \geq 12$

② $5x + 2y \geq 10$

③ $x + 3y \geq 6$

(*) أقل تكلفة تكون عند $(x, y) = (\frac{12}{5}, \frac{6}{5})$

و قيمتها هي JD 2.16

14) إذا كان $y > 4$ فإن الإشارة المناسبة في $\frac{3y+2}{5}$ هي ٥٥

$\Rightarrow y = \frac{3y+2}{5} \Rightarrow$ (a) $>$ (b) $<$

$2y = 2 \Rightarrow y = 1, y > 4$ (c) $<$ (d) $\geq$

15) إذا كان $0 < y < x$ فأي مما يلي صحيح ٥٥

$\Rightarrow xy \sim$ موجب (a) $xy^2 < x$ (b) $xy < y^2$

$x^2 \sim$ موجب but $x < y$ (c) $xy < x^2$ (d) $y-1 < x$

16) إذا كانت $a < b < c$ اعداد فردية متتالية وكان ٥٥

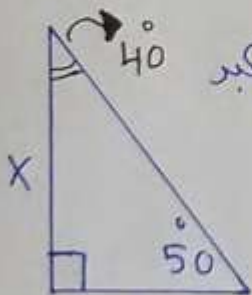
(1) $y = b + c - 1$ (2) $x = a + b + 1$

$a, b, c \Rightarrow a, a+2, a+4$ (a) $x > y$ (b) $x < y$

$y = a+2+a+4-1 = 2a+5$

$x = a+a+2+1 = 2a+3$ (c) $x = y$ (d) $2x = y$

17) أي مما يلي صحيح إذا عتقنا ذلك المثلث ٥٥



* لأن الضلع الأكبر يقابل الزاوية الأكبر

(a) $x > y$ (b) $x < y$

(c) $x = y$ (d) $2x = y$

18) إذا كانت $0 < n < k$ فأي مما يلي مقدار موجب ٥٥

$\Rightarrow k$ سالب n سالب (a) $k-n$ (b) kn

$kn =$ سالب $\times$ سالب = موجب

(c) $k^2 n$ (d) $k^2 n + k n^2$