ملخصات في

الرياضيات

للصف العاشر

الفصل الدراسي الأول

الدرسُ 1

حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلةٍ خطِّيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ

Solving a System of Linear and Quadratic Equations

كتاب الطالب صفحة (11)

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتيَ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

$2x + y = 12$

$y = x^2 + 5x - 6$

الحل:

$$2x + y = 12$$
$$y = 12 - 2x$$
$$12 - 2x = x^2 + 5x - 6$$
$$x^2 + 7x - 18 = 0$$
$$(x + 9)(x - 2) = 0$$
$$x = -9\,, x = 2$$

عندما $x = -9$

$$2 \times -9 + y = 12$$
$$-18 + y = 12$$
$$y = 12 + 18 = 30$$

عندما $x = 2$

$$2 \times 2 + y = 12$$
$$4 + y = 12$$
$$y = 12 - 4 = 8$$

إذن حل النظام هو

$$(-9,30), (2,8)$$

كتاب الطالب صفحة (13)

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ المجاور، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

$$y = 2x + 1$$
$$x^2 + y^2 = 10$$

الحل:

$$y = 2x + 1$$
$$x^2 + (2x + 1)^2 = 10$$
$$x^2 + (4x^2 + 4x + 1) = 10$$
$$5x^2 + 4x + 1 - 10 = 0$$
$$5x^2 + 4x - 9 = 0$$
$$(5x + 9)(x - 1) = 0$$
$$x = \frac{-9}{5}, \qquad x = 1$$

عندما $x = \frac{-9}{5}$

$$y = 2 \times \frac{-9}{5} + 1$$
$$y = \frac{-18}{5} + \frac{5}{5}$$
$$y = \frac{-13}{5}$$

عندما $x = 1$

$$y = 2 \times 1 + 1$$
$$y = 2 + 1$$
$$y = 3$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{-9}{5}, \frac{-13}{5}\right), (1,3)$$

كتاب الطالب صفحة 13

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ المجاور:

$$x - y = 0$$
$$y = x^2 + 3x + 2$$

الحل:

$$y = x$$
$$x = x^2 + 3x + 2$$
$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

لا يوجد تحليل لهذه المعادلة لأن المميز سالب

$$2^2 - 4 \times 1 \times 2$$
$$4 - 8$$
$$-4$$

إذن لا يوجد حل للنظام

كتاب الطالب صفحة 15

أتحقق من فهمي

مزرعةٌ مستطيلةُ الشكلِ، طولُ قُطْرِها 50 m، ومحيطُها 140 m. أَجِدُ بُعْدَيِ المزرعةِ.

الحل:

x: طول المستطيل

y: عرض المستطيل

$$2x + 2y = 140$$
$$x^2 + y^2 = 2500$$

$$x + y = 70$$
$$y = 70 - x$$
$$x^2 + (70 - x)^2 = 2500$$
$$x^2 + 4900 - 140x + x^2 = 2500$$
$$2x^2 - 140x + 2400 = 0$$
$$x^2 - 70x + 1200 = 0$$
$$(x - 40)(x - 30) = 0$$

$$x = 40\,,\ x = 30$$

عندما $x = 40$

$$40 + y = 70$$
$$y = 30$$

عندما $x = 30$

$$30 + y = 70$$
$$y = 40$$

بعدي المزرعة (40,30) أو (30,40)

بما أنَّ الطولَ أكبرُ منْ العرضِ، فإنَّ الطولَ هوَ 40 m والعرضَ هوَ 30 m

كتاب الطالب صفحة 15

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

1) $y = x^2 + 4x - 2$
$y + 6 = 0$

2) $y = x^2 + 6x - 3$
$y = 2x - 3$

3) $y = x^2 + 4$
$x - y = -1$

4) $y = x^2 + 5x - 1$
$2x + 3y = 1$

5) $y = x^2 + 4x + 7$
$y - 3 = 0$

6) $y = x^2 - 2x + 4$
$y = x$

7) $x^2 + y^2 = 8$
$2x + 3y = 7$

8) $y = x^2 + 2x + 1$
$y = 0$

9) $x^2 + y^2 = 4$
$x + y = 5$

10) $x^2 + y^2 = 10$
$x - y = 2$

11) $x^2 + (y-1)^2 = 17$
$x = 1$

12) $2x + 3y = 5$
$2y^2 + xy = 12$

الحل :

1) $y = -6$

$$-6 = x^2 + 4x - 2$$
$$x^2 + 4x + 4 = 0$$
$$(x+2)(x+2) = 0$$
$$x = -2$$

حل النظام هو

$$(-2, -6)$$

2)

$$y = 2x - 3$$
$$2x - 3 = x^2 + 6x - 3$$
$$x^2 + 4x = 0$$
$$x(x+4) = 0$$
$$x = 0 \ , \ x = -4$$

عندما $x = 0$

$$y = 2 \times 0 - 3 = -3$$

عندما $x = -4$

$$y = 2 \times -4 - 3 = -11$$

إذن حل النظام هو

$$(0, -3) \ , \quad (-4, -11)$$

3) $y = x + 1$

$$x + 1 = x^2 + 4$$
$$x^2 - x + 3 = 0$$

المميز سالب بالتالي لا يوجد حل للنظام

4) $2x + 3y = 1$

$$3y = 1 - 2x$$
$$y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x$$
$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3}x = x^2 + 5x - 1$$
$$1 - 2x = 3x^2 + 15x - 3$$
$$3x^2 + 17x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-17 + \sqrt{289 - 4 \times 3 \times -4}}{2 \times 3}$$

$x_1 = \frac{-17+\sqrt{337}}{6}$, $x_2 = \frac{-17-\sqrt{337}}{6}$

عندما $x = \frac{-17+\sqrt{337}}{6}$

$$y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{-17+\sqrt{337}}{6} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{3} - \frac{-34+2\sqrt{337}}{18}$$

عندما $x = \frac{-17-\sqrt{337}}{6}$

$$y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{-17-\sqrt{337}}{6} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{3} - \frac{-34-2\sqrt{337}}{18}$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{-17 + \sqrt{337}}{6}, \frac{1}{3} - \frac{-34 + 2\sqrt{337}}{18}\right), \quad \left(\frac{-17 - \sqrt{337}}{6}, \frac{1}{3} - \frac{-34 - 2\sqrt{337}}{18}\right)$$

5) $y = 3$

$$3 = x^2 + 4x + 7$$
$$x^2 + 4x + 4 = 0$$
$$(x + 2)(x + 2) = 0$$
$$x = -2$$

إذن حل النظام هو

$$(-2,3)$$

6) $y = x$

$$x = x^2 - 2x + 4$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

لا يوجد تحليل لأن المميز سالب

7) $2x + 3y = 7$

$$y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + \left(\frac{7}{3} - \frac{2}{3}x\right)^2 = 8$$

$$x^2 + \frac{49}{9} - \frac{28}{9}x + \frac{4}{9}x^2 = 8$$

$$9x^2 + 49 - 28x + 4x^2 = 72$$

$$13x^2 - 28x + 49 - 72 = 0$$

$$13x^2 - 28x - 23 = 0$$

المميز :

$$28^2 - 4 \times 13 \times -23$$

$$= 1980$$

$$x_1 = \frac{28 + \sqrt{1980}}{2 \times 13} = \frac{28 + \sqrt{1980}}{26}$$

$$x_2 = \frac{28 - \sqrt{1980}}{2 \times 13} = \frac{28 - \sqrt{1980}}{26}$$

عندما $x = \frac{28+\sqrt{1980}}{26}$

$$y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{28+\sqrt{1980}}{26} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{7}{3} - \frac{56+2\sqrt{1980}}{78}$$

عندما $x = \frac{28-\sqrt{1980}}{26}$

$$y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{28-\sqrt{1980}}{26} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{7}{3} - \frac{56-2\sqrt{1980}}{78}$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{28 + \sqrt{1980}}{26}, \quad \frac{7}{3} - \frac{56 + 2\sqrt{1980}}{78}\right), \quad \left(\frac{28 - \sqrt{1980}}{26}, \quad \frac{7}{3} - \frac{56 - 2\sqrt{1980}}{78}\right)$$

كتاب الطالب صفحة (15)

8) $y = 0$

$$0 = x^2 + 2x + 1$$
$$x^2 + 2x + 1 = 0$$
$$(x + 1)(x + 1) = 0$$
$$x = -1$$

حل النظام هو

$$(-1,0)$$

9) $y = 5 - x$

$$x^2 + (5 - x)^2 = 4$$
$$x^2 + 25 - 10x + x^2 = 4$$
$$2x^2 - 10x + 21 = 0$$

لا يوجد تحليل لأن المميز سالب إذن لا يوجد حل للنظام.

كتاب الطالب صفحة (15)

10) $y = x - 2$

$$x^2 + (x - 2)^2 = 10$$
$$x^2 + x^2 - 4x + 4 = 10$$
$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$
$$2(x^2 - 2x - 3) = 0$$
$$2(x - 3)(x + 1) = 0$$
$$x = 3 \ , \ x = -1$$

عندما $x = 3$

$$y = 3 - 2 = 1$$

عندما $x = -1$

$$y = -1 - 2 = -3$$

إذن حل النظام هو

$$(3,1) \ , \quad (-1,-3)$$

كتاب الطالب صفحة (15)

11) $x = 1$

$$1 + (y-1)^2 = 17$$
$$1 + y^2 - 2y + 1 = 17$$
$$y^2 - 2y + 2 - 17 = 0$$
$$y^2 - 2y - 15 = 0$$
$$(y-5)(y+3) = 0$$
$$y = 5 \ , y = -3$$

إذن حل النظام هو

$$(1,5), \qquad (1,-3)$$

كتاب الطالب صفحة (15)

12) $y = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}x$

$$2\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x\right)^2 + x\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x\right) = 12$$

$$2\left(\frac{25}{9} - \frac{20}{9}x + \frac{4}{9}x^2\right) + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}x^2 = 12$$

$$\frac{50}{9} - \frac{40}{9}x + \frac{8}{9}x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}x^2 - 12 = 0$$

$$\frac{50}{9} - \frac{40}{9}x + \frac{8}{9}x^2 + \frac{15}{9}x - \frac{6}{9}x^2 - \frac{108}{9} = 0$$

$$\frac{2}{9}x^2 - \frac{25}{9}x - \frac{58}{9} = 0$$

$$2x^2 - 25x - 58 = 0$$

$$b^2 - 4ac$$

$$25^2 - 4 \times 2 \times -58$$

$$= 625 + 464$$

$$= 1089$$

$$x_1 = \frac{25 + \sqrt{1089}}{2 \times 2} = \frac{25 + 33}{4} = \frac{58}{4} = 14.5$$

$$x_2 = \frac{25 - \sqrt{1089}}{2 \times 2} = \frac{25 - 33}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

عندما $x = \frac{58}{4}$

$$y = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{58}{4} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{5}{3} - \frac{58}{6} = \frac{10}{6} - \frac{58}{6} = \frac{-48}{6} = -8$$

عندما $x = -2$

$$y = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times -2 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{58}{4}, -8\right), \quad (-2, 3)$$

كتاب الطالب صفحة (15)

13 **بركةٌ:** بركةُ ماءٍ قاعدتُها مستطيلةُ الشكلِ، ومحيطُها 16 m، والفرقُ بينَ مربَّعَيْ بُعْدَيْها $16\,m^2$. أَجِدُ بُعْدَيْها.

الحل: الطول = x العرض = y

$$2x + 2y = 16$$
$$x^2 - y^2 = 16$$

$$x + y = 8$$
$$y = 8 - x$$
$$x^2 - (8 - x)^2 = 16$$

$$x^2 - (64 - 16x + x^2) = 16$$

$$x^2 - 64 + 16x - x^2 = 16$$

$$16x - 64 = 16$$
$$16x = 16 + 64$$

$$16x = 80$$
$$x = 5$$
$$y = 8 - 5$$
$$y = 3$$

الطول = $5\ m$ العرض = $3\ m$

كتاب الطالب صفحة (15)

14 **أعدادٌ:** أَجِدُ العددَيْنِ الموجبَيْنِ اللذَيْنِ مجموعُهُما 12، والفرقُ بينَ مربَّعَيْهِما 24

الحل:

العدد الأول = x ، العدد الثاني = y

$$x + y = 12$$

$$x^2 - y^2 = 24$$

الآن

$$y = 12 - x$$

$$x^2 - (12 - x)^2 = 24$$
$$x^2 - (144 - 24x + x^2) = 24$$
$$x^2 - 144 + 24x - x^2 = 24$$
$$24x - 144 = 24$$
$$24x = 24 + 144$$
$$24x = 168$$
$$x = \frac{168}{24} = 7$$
$$y = 12 - 7$$
$$y = 5$$

كتاب الطالب صفحة (15)

15 **هندسةٌ:** دائرتانِ مجموعُ محيطَيْهِما $12\pi\,cm$، ومجموعُ مساحتَيْهِما $20\pi\,cm^2$. أَجِدُ قُطْرَ كلٍّ منْهُما.

الحل:

نصف قطر الدائرة الأولى= r_1 ، نصف قطر الدائرة الثانية= r_2

محيط الدائرة الأولى= l_1 ، محيط الدائرة الثانية= l_2

مساحة الدائرة الأولى= A_1 ، مساحة الدائرة الثانية= A_2

$$l_1 + l_2 = 12\pi$$
$$2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 12\pi$$
$$2\pi(r_1 + r_2) = 12\pi$$
$$\frac{2\pi}{2\pi}(r_1 + r_2) = \frac{12\pi}{2\pi}$$
$$r_1 + r_2 = 6$$
$$A_1 + A_2 = 20\pi$$
$$\pi(r_1)^2 + \pi(r_2)^2 = 20\pi$$
$$\pi((r_1)^2 + (r_2)^2) = 20\pi$$
$$\frac{\pi}{\pi}((r_1)^2 + (r_2)^2) = \frac{20\pi}{\pi}$$
$$(r_1)^2 + (r_2)^2 = 20$$

الآن

$$r_2 = 6 - r_1$$
$$(r_1)^2 + (6 - r_1)^2 = 20$$
$$(r_1)^2 + 36 - 12r_1 + (r_1)^2 = 20$$
$$2(r_1)^2 - 12r_1 + 36 = 20$$
$$2(r_1)^2 - 12r_1 + 36 - 20 = 0$$
$$2(r_1)^2 - 12r_1 + 16 = 0$$
$$2((r_1)^2 - 6r_1 + 8) = 0$$
$$2(r_1 - 4)(r_1 - 2) = 0$$
$$r_1 = 4\,, \quad r_1 = 2$$

عندما $r_1 = 4$ فإن $r_2 = 2$

عندما $r_1 = 2$ فإن $r_2 = 4$

لتكن الدائرة الأولى هي الأكبر إذن $r_1 = 4$ وقطرها هو $2r_1$ ويساوي $2 \times 4 = 8$

لتكن الدائرة الثانية هي الأصغر إذن $r_2 = 2$ وقطرها هو $2r_2$ ويساوي $2 \times 2 = 4$

كتاب الطالب صفحة (16)

16 **أعمارٌ:** قالَتْ شـــيماءُ: «عُمْري أكبرُ بأربعِ سنواتٍ منْ عُمْرِ أخي ريّانَ، ومجموعُ مُرَبَّعَيْ عُمْرَيْنا هوَ 346 عامًا». ما عُمْرُ شيماءَ؟

عمر شيماء = x ، عمر ريان = y

$$x - 4 = y$$
$$x^2 + y^2 = 346$$
$$x^2 + (x-4)^2 = 346$$
$$x^2 + x^2 - 8x + 16 = 346$$
$$2x^2 - 8x + 16 - 346 = 0$$
$$2x^2 - 8x - 330 = 0$$
$$2(x^2 - 4x - 165) = 0$$

المميز

$$16 - 4 \times 1 \times -165$$
$$= 16 - 4 \times 1 \times -165$$
$$= 16 + 660$$
$$= 676$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{676}}{2 \times 1} = \frac{4 + 26}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$x_2 = \frac{4-\sqrt{676}}{2\times1} = \frac{4-26}{2} = \frac{-22}{2} = -11$ مرفوضة لأن العمر موجب

إذن عمر شيماء 15، وعمر ريان $4 - 15$ ، ويساوي 11

كتاب الطالب صفحة (16)

17 **لوحــةٌ**: لوحةٌ مســتطيلةُ الشــكلِ، طولُها يســاوي مِثْلَيْ عرضِهــا، وطولُ قُطْرِهــا $\sqrt{1.25}$ m ، أُحيــطَ بها إطارٌ، تكلفةُ المترِ الطولي الواحدِ منْهُ بالدينارِ 2.25 . أَجِدُ تكلفةَ الإطارِ.

الحل:

المعطيات: اللوحة مستطيلة ، الطول يساوي مثلي العرض ، طول القطر = $\sqrt{1.25}$ ، تكلفة متر الإطار 2.25

المطلوب: كلفة الإطار

الحل: الطول = x العرض= y

$$x = 2y$$
$$x^2 + y^2 = 1.25$$
$$(2y)^2 + y^2 = 1.25$$
$$4y^2 + y^2 = 1.25$$
$$5y^2 = 1.25$$
$$y^2 = \frac{1.25}{5} = \frac{125}{500} = \frac{1}{4}$$

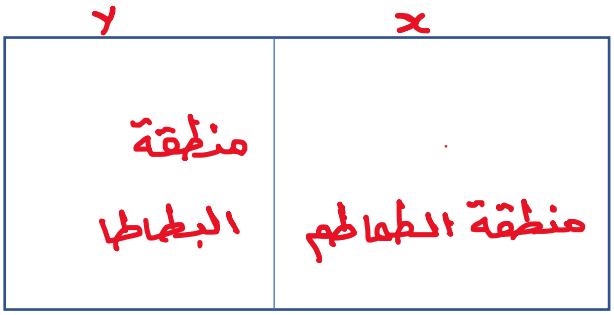
$$y = \mp\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$
$$x = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

محيط اللوحة × سعر المتر = تكلفة الإطار

$$= 2.25 \times (2 \times 1 + 2 \times \frac{1}{2})$$
$$= 2.25 \times (2 + 1)$$
$$= 2.25 \times (3)$$
$$= 6.75$$

كتاب الطالب صفحة (16)

18 **زراعةٌ:** قسَّمَ فيصلٌ 41m^2 منْ مزرعتِهِ إلى منطقتيْنِ مربَّعتَيِ الشكلِ، ثمَّ زرعَهُما بمحصولَيِ الطماطمِ والبطاطا. إذا زادَ بُعْدُ المنطقةِ المزروعةِ بالطماطمِ مترًا واحدًا على بُعْدِ المنطقةِ المزروعةِ بالبطاطا، فما مساحةُ المنطقةِ المزروعةِ بكلِّ محصولٍ؟



الحل:

مجموع المنطقتين وكلتاهما مربع يساوي 41
نفرض أن ضلع منطقة الطماطم هو x
نفرض أن ضلع منطقة البطاطا هو y

بالتالي حسب المعطيات $x^2 + y^2 = 41$

بعد منطقة الطماطم x أكبر من بعد منطقة البطاطا y بمقدار 1 بالتالي:

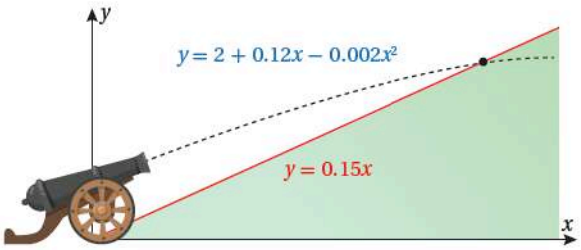
$$x - 1 = y$$

وبالتالي:

$$x^2 + (x-1)^2 = 41$$
$$x^2 + x^2 - 2x + 1 = 41$$
$$2x^2 - 2x + 1 - 41 = 0$$
$$2x^2 - 2x - 40 = 0$$
$$2(x^2 - x - 20) = 0$$
$$2(x-5)(x+4) = 0$$
$$x = 5, \quad x = -4$$

إذن $x = 5$ لأن $x = -4$ مرفوضة
بالتالي $y = 5 - 1 = 4$
مساحة منطقة الطماطم تساوي 5×5 وتساوي $25\ m^2$
مساحة منطقة البطاطا تساوي 4×4 وتساوي $16\ m^2$

كتاب الطالب صفحة (16)



19 تُمثِّلُ المعادلةُ $y=2+0.12x-0.002x^2$ مسارَ قذيفةِ مِدفعٍ تمَّ إطلاقُها نحوَ تلَّةٍ. أجدُ إحداثيّاتِ النقطةِ التي اصطدمتْ عندَها القذيفةُ بسفحِ التلَّةِ؛ إذا علمتُ أنَّهُ مستقيمٌ ومعادلتُهُ $y=0.15x$.

الحل:

$$0.15x = 2 + 0.12x - 0.002x^2$$
$$0.002x^2 + 0.15x - 0.12x - 2 = 0$$
$$\frac{2}{1000}x^2 + \frac{30}{1000}x - \frac{2000}{1000} = 0$$

$$2x^2 + 30x - 2000 = 0$$
$$2(x^2 + 15x - 1000) = 0$$
$$2(x - 40)(x + 25) = 0$$
$$x = 40$$
$x = -25$ مرفوضة

$$y = \frac{15}{100} \times 40 = 6$$
احداثيات نقطة الاصطدام $(40,6)$

كتاب الطالب صفحة (16)

20 **تبريرٌ**: صُمِّمَتْ نافورةٌ بصورةٍ يخرجُ منْها الماءُ بحسبِ العلاقةِ: $y + x^2 = 10$، إذا وُضِعَتْ وحدةُ إنارةٍ على المستقيمِ الذي معادلتُهُ: $y = 12 + x$، فهلْ يصلُ ماءُ النافورةِ إلى وحدةِ الإنارةِ؟

الحل:

$$12 + x + x^2 = 10$$
$$x^2 + x + 12 - 10 = 0$$
$$x^2 + x + 2 = 0$$

لا يوجد حل للمعادلة لأن المميز سالب إذن لن يصل ماء النافورة إلى وحدة الإنارة

كتاب الطالب صفحة (16)

21 **تحدٍّ**: إذا علمْتُ أنَّ المعادلةَ الخطِّيَّةَ: $y = 3x + p$ تقطعُ المنحنى: $y = 2x^2 + 3x - 5$ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ، فما قيمةُ p؟

الحل:

$$3x + p = 2x^2 + 3x - 5$$

$$2x^2 - 5 - p = 0$$

$$2x^2 - (5 + p) = 0$$

بما أنه يوجد لدينا نقطة تقاطع وحيدة إذن يوجد حل وحيد بالتالي المميز يساوي صفر

إذن

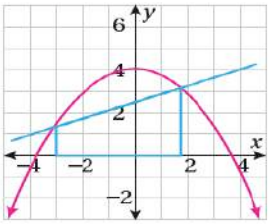
$$0 - 4 \times 2 \times -(5 + p) = 0$$
$$8(5 + p) = 0$$

$$5 + p = 0$$

$$p = -5$$

كتاب الطالب صفحة (16)

22 تحدٍّ: أجدُ مساحةَ شبهَ المنحرفِ المرسوم باللونِ الأزرقِ أسفلَ مُنحنى الاقترانِ $y = -0.3x^2 + 4$ في الشكلِ المجاور.



الحل: نجد صورة -3

$$y = \frac{-3}{10} \times 9 + 4 = -2.7 + 4 = 1.3$$

في البداية يجب إيجاد معادلة المستقيم الأزرق حيث أنه يمر بالنقطتين $(-3,1.3)(4,4)$

$$m = \frac{4 - 1.3}{4 - -3} = \frac{2.7}{7} \approx 0.4$$

$$y - 4 = 0.4(x - 4) \quad \Longrightarrow \quad y = 0.4x - 1.6 + 4$$

$$y = 0.4x + 2.4$$

$$0.4x + 2.4 = \frac{-3}{10}x^2 + 4$$

$$\frac{3}{10}x^2 + \frac{4}{10}x + \frac{24}{10} - \frac{40}{10} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{3}{10}x^2 + \frac{4}{10}x - \frac{16}{10} = 0$$

$$3x^2 + 4x - 16 = 0$$

المميز

$$16 - 4 \times 3 \times -16 = 16 + 192 = 208$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{193}}{2 \times 3} = \frac{-4 + 14.4}{6} = \frac{10.4}{6} = 1.7$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{208}}{2 \times 3} = \frac{-4 - 14.4}{6} = \frac{-18.4}{6} \approx -3$$

نجد صورة 1.7

$$y = \frac{-3}{10} \times 1.7^2 + 4 = -0.867 + 4 = 3.133$$

مساحة شبه المنحرف =

$$\frac{\text{مجموع القاعدتين}}{2} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{((1.3 - 0) + (3.133 - 0))}{2} \times (1.7 - -3)$$

$$= \frac{1.3+3.133}{2} \times (4.7) \quad = \frac{4.433}{2} \times (4.7) \quad = 2.2165 \times (4.7) \quad = 10.42$$

كتاب الطالب صفحة 18

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتيَ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

$y = -x^2 - 2x + 3$

$y = x^2 + 2x - 3$

الحل:

$$x^2 + 2x - 3 = -x^2 - 2x + 3$$
$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$
$$2(x^2 + 2x - 3) = 0$$
$$2(x + 3)(x - 1) = 0$$
$$x = -3, \quad x = 1$$

عندما $x = -3$

$$y = (-3)^2 + 2(-3) - 3$$
$$= 9 - 6 - 3$$
$$= 3 - 3 = 0$$

عندما $x = 1$

$$y = (1)^2 + 2(1) - 3$$
$$= 1 + 2 - 3$$
$$= 3 - 3 = 0$$

حل النظام

$$(-3,0), \qquad (1,0)$$

كتاب الطالب صفحة 19

أتحقق من فهمي

تُمثِّلُ المعادلةُ: $y = x^2 + 2x$ مسارَ مُتزلِّجٍ على الجليدِ، في حينِ تُمثِّلُ المعادلةُ: $y = x^2 - x + 5$ مسارَ مُتزلِّجٍ آخرَ. أَبحثُ عنْ جميعِ النقاطِ التي قدْ يصطدمُ عندَها المُتزلِّجانِ إذا لمْ يكونا حذريْنِ.

الحل:

$$x^2 + 2x = x^2 - x + 5$$
$$2x = -x + 5$$
$$2x + x = 5$$
$$3x = 5$$
$$x = \frac{5}{3}$$

الآن

$$y = (\frac{5}{3})^2 + 2 \times \frac{5}{3}$$
$$y = \frac{25}{9} + \frac{10}{3}$$
$$y = \frac{25}{9} + \frac{30}{9} = \frac{55}{9}$$

نقطة الاصطدام هي $(\frac{5}{3}, \frac{55}{9})$

كتاب الطالب صفحة 20

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتيَ:

$$y = x^2 + 4$$
$$y = -x^2 + 2$$

الحل:

$$x^2 + 4 = -x^2 + 2$$

$$2x^2 = -2$$

$$x^2 = \frac{-2}{2}$$

$$x^2 = -1$$

لا يوجد حل لأنه لا يوجد عدد حقيقي تربيعه عدد سالب

كتاب الطالب صفحة 21

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيَ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

$$x^2 + y^2 = 16$$
$$3y - x^2 = -12$$

الحل:

$$x^2 = 3y + 12$$
$$3y + 12 + y^2 = 16$$
$$y^2 + 3y + 12 - 16 = 0$$
$$y^2 + 3y - 4 = 0$$
$$(y + 4)(y - 1) = 0$$
$$y = -4, \quad y = 1$$

عندما $y = -4$

$$x^2 + 16 = 16$$
$$x^2 = 0$$
$$x = 0$$

عندما $y = 1$

$$x^2 + 1 = 16$$
$$x^2 = 15$$
$$x = \pm\sqrt{15}$$

الحلول:

$$(0, -4), (\sqrt{15}, 1), (-\sqrt{15}, 1)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

1 $y = 2x^2 + x - 5$

$y = -x^2 - 2x - 5$

الحل:

$$-x^2 - 2x - 5 = 2x^2 + x - 5$$
$$0 = 3x^2 + 3x$$
$$0 = 3x(x + 1)$$
$$x = 0, x = -1$$

عندما $x = 0$

$$y = 2(0)^2 + 0 - 5$$
$$y = -5$$

عندما $x = -1$

$$y = 2(-1)^2 - 1 - 5$$
$$y = 2 - 6$$
$$y = -4$$

الحلول

$$(0, -5), (-1, -4)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

2 $y = x^2 - 4x + 1$

$y = -2x^2 - 4$

الحل:

$$x^2 - 4x + 1 = -2x^2 - 4$$

$$3x^2 - 4x + 5 = 0$$

لا يوجد حل حقيقي لأن المميز سالب وبالتالي لا يوجد حل للنظام

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

3 $y = x^2 + 1$
$y = 2x^2 - 3$

الحل:

$2x^2 - 3 = x^2 + 1$
$2x^2 - x^2 = 1 + 3$
$x^2 = 4$
$x = 2, x = -2$

عندما $x = 2$

$y = (2)^2 + 1$
$y = 4 + 1 = 5$

عندما $x = -2$

$y = (-2)^2 + 1$
$y = 4 + 1 = 5$

الحلول

$(2,5), (-2,5)$

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

4 $y = x^2 + x + 1$

$y = -x^2 + x - 2$

الحل:

$$x^2 + x + 1 = -x^2 + x - 2$$
$$2x^2 = -3$$
$$x^2 = \frac{-3}{2}$$

لا يوجد حل لأنه لا يوجد عدد حقيقي تربيعه عدد سالب

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

5 $y = -x^2 + 5x$

$y = x^2 - 5x$

الحل:

$$x^2 - 5x = -x^2 + 5$$
$$2x^2 - 5x - 5 = 0$$

المميز:

$$5^2 - 4 \times 2 \times -5$$
$$= 25 - -40 = 25 + 40 = 65$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{65}}{2 \times 2} = \frac{5 + \sqrt{65}}{4} \approx 3.27$$
$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{65}}{2 \times 2} = \frac{5 - \sqrt{65}}{4} \approx -0.77$$

عندما $x_1 = 3.27$

$$y = (3.27)^2 - 5 \times 3.27 \approx -5.66$$

عندما $x_2 = -0.77$

$$y = (-0.77)^2 - 5 \times -0.77 \approx 4.44$$

إذن حل النظام هو

$$(3.27, -5.66)\ , \qquad (-0.77, 4.44)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

6 $y = x^2$

$y = x^2 + x + 6$

الحل:

$$x^2 = x^2 + x + 6$$
$$0 = x + 6$$
$$x = -6$$

إذن

$$y = 36$$

حل النظام

$$(-6,36)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

7 $y = -x^2 + 6x + 8$

$y = -x^2 - 6x + 8$

الحل:

$$-x^2 + 6x + 8 = -x^2 - 6x + 8$$
$$-x^2 + x^2 + 6x + 6x + 8 - 8 = 0$$
$$12x = 0$$
$$x = 0$$

إذن

$$y = 8$$

حل النظام

$$(0,8)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

8 $x^2 + y^2 = 16$
$y = x^2 - 5$

الحل:

$$x^2 + y^2 = 16$$
$$x^2 = 16 - y^2$$
$$y = 16 - y^2 - 5$$
$$y^2 + y - 11 = 0$$

المميز:

$$1^2 - 4 \times 1 \times -11$$
$$= 1 - -44 = 1 + 44 = 45$$

$$y_1 = \frac{-1 + \sqrt{45}}{2 \times 1} = \frac{-1 + \sqrt{45}}{2} \approx 2.58$$
$$y_2 = \frac{-1 - \sqrt{45}}{2 \times 1} = \frac{-1 - \sqrt{45}}{2} \approx -3.58$$

عندما $y_1 = 2.58$

$$2.58 = x^2 - 5$$
$$x^2 = 2.58 + 5 = 7.58$$
$$x = \pm\sqrt{7.58} \approx \pm 2.75$$

عندما $y_2 = -3.58$

$$-3.58 = x^2 - 5$$
$$x^2 = -3.58 + 5 = 1.42$$
$$x = \pm\sqrt{1.42} \approx \pm 1.19$$

حل النظام

$$(2.75, 2.58), (-2.75, 2.58), (1.19, -3.58), (-1.19, -3.58)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

9 $5x^2 - 2y^2 = 18$
$3x^2 + 5y^2 = 17$

الحل: نستخدم طريقة الحذف

$\times 3 \quad 5x^2 - 2y^2 = 18$
$\times 5 \quad 3x^2 + 5y^2 = 17$

$$15x^2 - 6y^2 = 54$$
$$15x^2 + 25y^2 = 85$$

نطرح المعادلتين

$$\begin{array}{rl} & 15x^2 - 6y^2 = 54 \\ - & 15x^2 + 25y^2 = 85 \\ \hline & -31y^2 = -31 \end{array}$$

$$y^2 = 1$$
$$y = \pm 1$$

$$5x^2 - 2 = 18$$
$$5x^2 = 20$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \pm 2$$

حل النظام

$$(2,1), (2,-1), (-2,1), (-2,-1)$$

كتاب الطالب صفحة 21

10 أَجِدُ نقاطَ التقاطعِ بينَ الدائرتيْنِ:

$$x^2 + (y-2)^2 = 4$$
$$x^2 + y^2 = 9$$

الحل: يمكن استخدام طريقة الحذف

$$\begin{array}{rr} & x^2 + y^2 = 9 \\ - & x^2 + (y-2)^2 = 4 \\ \hline \end{array}$$

نطرح المعادلتين

$$y^2 - (y-2)^2 = 5$$
$$y^2 - (y^2 - 4y + 4) = 5$$
$$y^2 - y^2 + 4y - 4 = 5$$
$$4y = 9$$
$$y = \frac{9}{4} = 2.25$$
$$x^2 + (\frac{9}{4})^2 = 9$$
$$x^2 + \frac{81}{16} = 9$$
$$x^2 = 9 - \frac{81}{16}$$
$$x^2 = \frac{144}{16} - \frac{81}{16}$$
$$x^2 = \frac{63}{16}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{63}{16}} \approx \pm 1.97$$

نقاط التقاطع هي

$$(1.97, 2.25), (-1.97, 2.25)$$

كتاب الطالب صفحة 21

11 عددانِ، مجموعُ مربَّعَيْهِما 89، والفرقُ بينَ مربَّعَيْهِما 39، ما هذانِ العددانِ؟

الحل:

العدد الأول x ، العدد الثاني y

$$x^2 + y^2 = 89$$
$$x^2 - y^2 = 39$$

بالحذف نجمع المعادلتين

$$\begin{array}{rl} & x^2 - y^2 = 89 \\ + & x^2 + y^2 = 39 \\ \hline & 2x^2 = 128 \end{array}$$

$$x^2 = \frac{128}{2} = 64$$
$$x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$
$$64 + y^2 = 89$$
$$y^2 = 89 - 64$$
$$y^2 = 25$$
$$y = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

الحل:

$$x = 8 \ , \ y = 5$$
$$x = 8 \ , \ y = -5$$
$$x = -8 \ , \ y = 5$$
$$x = -8 \ , \ y = -5$$

كتاب الطالب صفحة 22

12 **فيزياءُ:** قُذِفَتْ كرتانِ رأسـيًّا في الوقتِ نفسِـهِ منْ موقعيْنِ مختلفيْنِ. إذا كانَتِ المعادلةُ: $y=-2t^2+12t+10$ تُمثِّلُ ارتفاعَ الكرةِ الأولى بالأمتارِ بعدَ مرورِ t ثانيةٍ، وكانَتِ المعادلةُ: $y=-2t^2+4t+42$ تُمثِّلُ ارتفاعَ الكرةِ الثانيةِ، فأَجِدُ الزمنَ الذي يتساوى عندَهُ ارتفاعُ كلٍّ منَ الكرتيْنِ، ثمَّ أَجِدُ ارتفاعَ كلِّ كرةٍ في تلكَ اللحظةِ.

الحل:

$$-2t^2+12t+10=-2t^2+4t+42$$
$$8t=42-10$$
$$8t=32$$
$$t=\frac{32}{8}$$
$$t=4$$
$$y=-2\times4^2+12\times4+10$$
$$y=-2\times16+48+10$$
$$y=-32+48+10$$

$$y=26$$

كتاب الطالب صفحة 22

13 **ثقافةٌ ماليةٌ:** بالعودةِ إلى مقدمةِ الدرسِ، أَستعملُ نظامَ المعادلاتِ المعطى لإيجادِ نقاطِ التوازنِ التي يتساوى عندَها العرضُ والطلبُ.

مسألةُ اليوم استعملَ خبيرُ تسويقٍ المعادلتيْنِ التربيعيتيْنِ الآتيتيْنِ لتمثيلِ مقدارِ كلٍّ منَ العرضِ والطلبِ لسلعةٍ تجاريةٍ؛ بُغْيَةَ تحديدِ نقاطِ التوازنِ التي يتساوى عندَها العرضُ معَ الطلبِ في السوقِ، حيثُ يُمثِّلُ x سعرَ الوحدةِ، ويُمثِّلُ y عددَ الوحداتِ المبيعةِ. هلْ يُمكِنُني مساعدةُ الخبيرِ على تحديدِ نقاطِ التوازنِ؟

$$y = x^2 + 6x$$
$$y = -x^2 + 24x$$

الحل:

$$x^2 + 6x = -x^2 + 24x$$
$$2x^2 - 18x = 0$$
$$2x(x - 9) = 0$$
$$x = 0, \quad x = 9$$

$x = 0$ تهمل

بالتالي $x = 9$ وعندها $y = 135$

كتاب الطالب صفحة 22

14 أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتيَ:

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$x^2 + xy = 6$$

الحل:

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$
$$(x - 2y)(x - y) = 0$$
$$x = 2y \quad , \quad x = y$$

عندما $x = y$

$$x^2 + xx = 6$$

$$2x^2 = 6 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

بالتالي

$$y = \pm\sqrt{3}$$

عندما $x = 2y$ فإن $y = \frac{x}{2}$

$$x^2 + x\frac{x}{2} = 6 \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{x^2}{2} = 6 \quad \Rightarrow \quad \frac{3x^2}{2} = 6$$

$$3x^2 = 12$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

بالتالي

$$y = \pm 1$$

الحل: $(\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (2,1), (-2, -1)$

كتاب الطالب صفحة 22

15 **تبريرٌ:** قالَتْ زينبُ إنَّهُ لا يوجدُ حَلٌّ لنظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$x^2 + y^2 = 4$$
$$x^2 + y^2 = 9$$

هلْ قولُ زينبَ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:
نعم قول زينب صحيح
التبرير
لنفرض أن $z = x^2 + y^2$
بالتالي

$$z = 4$$

وبنفس الوقت

$$z = 9$$

وهذا تناقض
أي أنه لا يمكن أن يكون نفس العدد وله قيمتان مختلفتان.

كتاب الطالب صفحة 22

16 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أَكتبُ نظامًا مُكوَّنًا منْ معادلتيْنِ تربيعيتيْنِ ليسَ لهُ حَلٌّ.

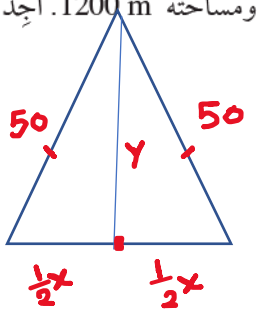
الحل:

$$x^2 + y^2 = 33$$
$$x^2 + y^2 = 7$$

كتاب الطالب صفحة 22

الحل:

17 **تحدٍّ:** قطعةُ أرضٍ على شــكلِ مثلثٍ مُتطابِقِ الضلعيْنِ، طولُ ضلعِهِ المُتطابِقِ 50 m، ومساحتُهُ 1200 m^2. أَجِدُ طولَ قاعدتِهِ، وارتفاعَهُ.



القاعدة x الارتفاع y

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الأرتفاع

$$1200 = \frac{1}{2} \times x \times y$$

$$1200 = \frac{1}{2}xy$$

$$\frac{1200}{y} = \frac{1}{2}x$$

من فيثاغورس

$$50^2 = y^2 + (\frac{1}{2}x)^2$$

$$2500 = y^2 + (\frac{1}{2}x)^2$$

بالتالي:

$$2500 = y^2 + (\frac{1200}{y})^2$$

$$2500 = y^2 + \frac{1440000}{y^2}$$

$$2500y^2 = y^4 + 1440000$$

$$0 = y^4 - 2500y^2 + 1440000$$

$$0 = (y^2 - 900)(y^2 - 1600)$$

$$y^2 = 900 \quad , \quad y^2 = 1600$$

$$y = 30 \quad , \quad y = 40$$

القيم السالبة ل y مرفوضة لأننا نتعامل مع أبعاد مثلث

$$y = 30 \Rightarrow \frac{1200}{30} = \frac{1}{2}x \Rightarrow 40 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 80$$

$$y = 40 \Rightarrow \frac{1200}{40} = \frac{1}{2}x \Rightarrow 30 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 60$$

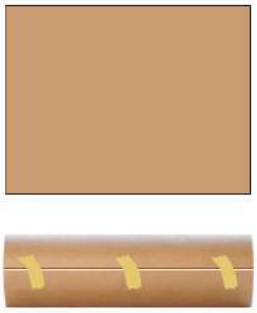
كتاب الطالب صفحة 22

18 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أَكتبُ نظامًا منْ معادلتيْنِ تربيعيتيْنِ؛ على أنْ تكونَ النقطةُ (5, 3) أحدَ حلولِهِ.

الحل:

$$x^2 + y^2 = 34$$
$$x^2 - y^2 = 16$$

كتاب الطالب صفحة 22



19 تحدٍّ: قطعةٌ منْ ورقٍ مُقَوًّى مستطيلةُ الشكلِ، مساحتُها $216\ cm^2$، ثُنِيَ طولاها، ولُصِقا معًا، فتشكَّلَ أنبوبٌ أسطوانيٌّ حجمُهُ $224\ cm^3$. أَجِدُ بُعْدَيْ قطعةِ الورقِ.

الحل:

نفرض أن طول القطعة المستطيلة هو x والعرض هو y

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

ارتفاع الأسطوانة هو x

قاعدة الأسطوانة دائرة ومحيطها هو y

أيضا محيط الدائرة هو $2\pi r$

بالتالي

$$2\pi r = y$$
$$r = \frac{y}{2\pi}$$

$$xy = 216$$
$$v = \pi r^2 \times x$$
$$224 = \pi(\frac{y}{2\pi})^2 \times x$$

بالتالي لدينا

$$xy = 216$$
$$224 = \frac{y^2}{4\pi} \times x$$
$$x = \frac{216}{y}$$
$$224 = \frac{y^2}{4\pi} \times \frac{216}{y}$$
$$4\pi \times 224y = 216y^2$$
$$216y^2 - 4 \times 224\pi y = 0$$
$$8y(27y - 112\pi) = 0$$
$$y = 0$$
$$y = \frac{112\pi}{27} \Longrightarrow x = \frac{216}{\frac{112\pi}{27}} = \frac{216 \times 27}{112\pi}$$

كتاب الطالب صفحة 24

أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $32^{\frac{1}{5}}$ b) $9^{\frac{5}{2}}$ c) $(16)^{-\frac{5}{4}}$

الحل:

a) $\sqrt[5]{32} = 2$ b) $\sqrt[2]{9^5} = 3^5 = 243$ c) $\frac{1}{16^{\frac{5}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{16^5}} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

كتاب الطالب صفحة 26

أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $a^{\frac{2}{3}} \times a^{-\frac{3}{7}}$

b) $\left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{-\frac{7}{5}}$

c) $(y \times z)^{\frac{5}{4}}$

d) $\dfrac{x^{\frac{9}{2}}}{x^{\frac{8}{5}}}$

e) $\left(\dfrac{x}{y^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$

f) $\dfrac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[7]{x^3}}$

الحل:

a) $a^{\frac{2}{3}+\frac{-3}{7}} = a^{\frac{14+(-9)}{21}} = a^{\frac{5}{21}}$

b) $x^{\frac{5}{2}\times\frac{-7}{5}} = x^{\frac{-7}{2}} = \dfrac{1}{x^{\frac{7}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt[2]{x^7}}$

c) $y^{\frac{5}{4}} \times z^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{y^5}\ \sqrt[4]{z^5}$

d) $x^{\frac{9}{2}-\frac{8}{5}} = x^{\frac{45-16}{10}} = x^{\frac{29}{10}} = \sqrt[10]{x^{29}}$

e) $\dfrac{x^{\frac{-3}{2}}}{y^{2\times\frac{-3}{2}}} = \dfrac{y^3}{x^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{y^3}{\sqrt[2]{x^3}}$

f) $\dfrac{x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{3}{7}}} = x^{\frac{2}{5}-\frac{3}{7}} = x^{\frac{14-15}{35}} = x^{\frac{-1}{35}} = \dfrac{1}{x^{\frac{1}{35}}} = \dfrac{1}{\sqrt[35]{x}}$

كتاب الطالب صفحة 27

أتحقق من فهمي

أَكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

a) $\frac{9x^{-\frac{3}{4}}y}{3x^{\frac{7}{2}}y^{-\frac{5}{3}}}$

الحل:

$$= 3x^{\frac{-3}{4}-\frac{7}{2}}y^{1-\frac{-5}{3}}$$

$$= 3x^{\frac{-6-28}{8}}y^{\frac{8}{3}}$$

$$= 3x^{\frac{-34}{8}}y^{\frac{8}{3}}$$

$$= 3x^{\frac{-17}{4}}y^{\frac{8}{3}}$$

$$= \frac{3y^{\frac{8}{3}}}{x^{\frac{17}{4}}} = \frac{3\sqrt[3]{y^8}}{\sqrt[4]{x^{17}}}$$

كتاب الطالب صفحة 27

أتحقق من فهمي

أَكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

b) $\dfrac{(125y^{-\frac{9}{2}})(10xy^{\frac{10}{3}})}{(5x^{\frac{5}{2}}y)(y^{-\frac{3}{7}})}$

الحل:

$$= 25 \times 10\, y^{\frac{-9}{2}+\frac{10}{3}-1-\frac{-3}{7}} x^{1-\frac{5}{2}}$$

$$= 250\, y^{\frac{-27+20}{2}-1-\frac{-3}{7}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250\, y^{\frac{-7}{2}-1+\frac{3}{7}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250\, y^{\frac{-9}{2}+\frac{3}{7}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250\, y^{\frac{-63+6}{14}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250\, y^{\frac{-57}{14}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= \frac{250}{y^{\frac{57}{14}} x^{\frac{3}{2}}} = \frac{250}{\sqrt[14]{y^{57}}\ \sqrt[2]{y^{3}}}$$

كتاب الطالب صفحة 27

أتحقق من فهمي

أَكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

c) $\sqrt[4]{16x^{18}y^{22}}$

الحل:

$$= (16 \times x^{18} \times y^{22})^{\frac{1}{4}}$$

$$= 16^{\frac{1}{4}} \times x^{18\times\frac{1}{4}} \times y^{22\times\frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt[4]{16} \times x^{\frac{9}{2}} \times y^{\frac{11}{2}}$$

$$= 2 \times \sqrt[2]{x^9} \times \sqrt[2]{y^{11}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $512^{\frac{1}{9}}$ 2) $125^{\frac{2}{3}}$ 3) $36^{-\frac{1}{2}}$

4) $(-243)^{\frac{6}{5}}$ 5) $(25)^{\frac{3}{2}}$ 6) $(-8)^{\frac{7}{3}}$

الحل:

1) $\sqrt[9]{512} = 2$ 2) $\sqrt[3]{125^2} = 5^2 = 25$ 3) $= \frac{1}{36^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$

4) $\sqrt[5]{-243^6} = (-3)^6 = 729$ 5) $\sqrt[2]{25^3} = 5^3 = 125$

6) $\sqrt[3]{(-8)^7} = (-2)^7 = -128$

كتاب الطالب صفحة 28

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

7) $z^{-\frac{4}{2}} \times z$

8) $(x^{\frac{3}{5}})^{\frac{5}{7}}$

9) $(a^3 \times b)^{\frac{2}{3}}$

10) $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{7}{2}}}$

11) $\frac{\sqrt{y^3}}{\sqrt[6]{y^9}}$

12) $\frac{k^{\frac{1}{2}} \times k^{\frac{3}{2}}}{k^2}$

الحل:

7) $= z^{\frac{-2}{4}+1} = z^{\frac{2}{4}} = z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{z}$

8) $x^{\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}} = x^{\frac{3}{7}} = \sqrt[7]{x^3}$

9) $a^{3\times\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} = a^2 b^{\frac{2}{3}} = a^2\sqrt[3]{b^2}$

10) $= x^{\frac{2}{3}-\frac{7}{2}} = x^{\frac{4-21}{6}} = x^{\frac{-17}{6}} = \frac{1}{x^{\frac{17}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x^{17}}}$

11) $\frac{y^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{9}{6}}} = y^{\frac{1}{3}-\frac{9}{6}} = y^{\frac{6-27}{18}} = y^{\frac{-21}{18}} = y^{\frac{-7}{6}} = \frac{1}{y^{\frac{7}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{y^7}}$

12) $\frac{k^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}}{k^2} = \frac{k^2}{k^2} = 1$

كتاب الطالب صفحة 28

أَكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

13 $\left(\frac{40x^{\frac{3}{4}}y^{-\frac{7}{3}}}{5x^{-\frac{3}{2}}y^{-\frac{16}{3}}}\right)^{-\frac{2}{5}}$

الحل:

$$(8\times x^{\frac{3}{4}-\frac{-3}{2}}\times y^{\frac{-7}{3}-\frac{-16}{3}})^{\frac{-2}{5}}$$
$$=(8\times x^{\frac{3}{4}+\frac{6}{4}}\times y^{\frac{-7}{3}+\frac{16}{3}})^{\frac{-2}{5}}$$
$$=(8\times x^{\frac{9}{4}}\times y^{\frac{9}{3}})^{\frac{-2}{5}}$$
$$=(8\times x^{\frac{9}{4}}\times y^{3})^{\frac{-2}{5}}$$
$$=8^{\frac{-2}{5}}\times x^{\frac{9}{4}\times\frac{-2}{5}}\times y^{3\times\frac{-2}{5}}$$
$$=8^{\frac{-2}{5}}\times x^{\frac{-9}{10}}\times y^{\frac{-6}{5}}$$
$$\frac{1}{\sqrt[5]{8^2}\times\sqrt[10]{x^9}\times\sqrt[5]{y^6}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أَكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

14 $\dfrac{27x^{\frac{7}{3}}y^{-\frac{4}{2}}xz^2}{(3x^2y^{\frac{5}{2}})(3x^{\frac{5}{3}}y^{-5})}$

الحل:

$$\frac{27 \times x^{\frac{7}{3}+1} \times y^{-2} \times z^2}{9 \times x^{2+\frac{5}{3}} \times y^{\frac{5}{2}+-5}}$$

$$= \frac{3 \times x^{\frac{10}{3}} \times y^{-2} \times z^2}{x^{\frac{11}{3}} \times y^{\frac{-5}{2}}}$$

$$= 3 \times x^{\frac{10}{3}-\frac{11}{3}} \times y^{-2-\frac{-5}{2}} \times z^2$$

$$= 3 \times x^{\frac{-1}{3}} \times y^{\frac{1}{2}} \times z^2$$

$$= \frac{3z^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{x}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أَكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

15 $\dfrac{(a^2b^3)^{-2} \times ab^4}{a^{-1}b^2}$

الحل:

$$= \frac{a^{2\times-2} \times b^{3\times-2} \times a \times b^4}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= \frac{a^{-4} \times b^{-6} \times a \times b^4}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= \frac{a^{-4+1} \times b^{-6+4}}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= \frac{a^{-3} \times b^{-2}}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= a^{-3} \times b^{-2} \times a^1 \times b^{-2}$$
$$= a^{-3+1} \times b^{-2+-2}$$
$$= a^{-2} \times b^{-4}$$
$$= \frac{1}{a^2 \times b^4}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أَكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

16 $\dfrac{(8p^{-6}q^{3})^{\frac{2}{3}}}{(27p^{3}q)^{-\frac{1}{3}}}$

الحل:

$$= \frac{8^{\frac{2}{3}} \times p^{-6\times\frac{2}{3}} \times q^{3\times\frac{2}{3}}}{27^{\frac{-1}{3}} \times p^{3\times\frac{-1}{3}} \times q^{\frac{-1}{3}}}$$

$$= \frac{8^{\frac{2}{3}} \times p^{-4} \times q^{2}}{27^{\frac{-1}{3}} \times p^{-1} \times q^{\frac{-1}{3}}}$$

$$= 8^{\frac{2}{3}} \times p^{-4--1} \times q^{2-\frac{-1}{3}} \times 27^{\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{8^{2}} \times p^{-3} \times q^{\frac{7}{3}} \times \sqrt[3]{27}$$

$$= \frac{4 \times \sqrt[3]{q^{7}} \times 3}{p^{3}}$$

$$= \frac{12\sqrt[3]{q^{7}}}{p^{3}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أَكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

17 $\dfrac{(x^2y)^{\frac{1}{3}}(xy^2)^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}}$

الحل:

$$= \frac{x^{2\times\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}}y^{2\times\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}}$$

$$= x^{\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}+\frac{4}{3}-\frac{2}{3}}$$

$$= x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{3}{3}}$$

$$= y\sqrt[3]{x^2}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أَكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

18 $\dfrac{(4x^{-1}y^{\frac{1}{3}})^{\frac{3}{2}}}{(xy)^{\frac{3}{2}}}$

الحل:

$$= \frac{4^{\frac{3}{2}}\, x^{-1\times\frac{3}{2}}\, y^{\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{4^{\frac{3}{2}}\, x^{\frac{-3}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}}$$

$$= 4^{\frac{3}{2}}\, x^{\frac{-3}{2}-\frac{3}{2}}\, y^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}$$

$$= 4^{\frac{3}{2}}\, x^{\frac{-6}{2}}\, y^{\frac{-2}{2}} = 4^{\frac{3}{2}}\, x^{-3}\, y^{-1}$$

$$= \frac{\sqrt{4^3}}{x^3\, y} = \frac{8}{x^3\, y}$$

كتاب الطالب صفحة 28

19 **تحدٍّ:** أَجِدُ قيمةَ المقدارِ الأُسِّيِّ الآتي:

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43}$$

الحل:

في البداية إن $(-1)^{43}$ يساوي -1 لأن الأس فردي

إن $(-5)^{43}$ هو معكوس $(5)^{43}$ وبالتالي مجموعهما يساوي صفر

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43} = (-5)^{43} + (5)^{43} + (-1)^{43}$$

$$= 0 + (-1)$$
$$= -1$$

كتاب الطالب صفحة 28

20 تبريرٌ: تتضاعفُ عيِّنةٌ في المختبرِ 3 مرّاتٍ كلَّ أسبوعٍ. إذا علمْتُ أنَّ فيها 7300 خليةٍ بكتيريةٍ، فكمْ خليةً سيصبحُ فيها بعدَ مرورِ 5 أسابيعَ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

x : عدد الأسابيع

$$\text{عدد الخلايا} = 7300 \times (3)^x$$

$$= 7300 \times (3)^5$$

$$= 7300 \times 243$$

$$= 1773900$$

كتاب الطالب صفحة 28

تحدٍّ: أكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

21 $\dfrac{r^{\frac{3}{2}}+r^{\frac{5}{2}}}{r^{2}+r^{3}}$

الحل:

$$=\frac{r^{\frac{3}{2}}(1+r^{\frac{2}{2}})}{r^{2}(1+r)}$$

$$=\frac{r^{\frac{3}{2}}(1+r)}{r^{2}(1+r)}$$

$$=\frac{r^{\frac{3}{2}}}{r^{2}}$$

$$=r^{\frac{3}{2}-2}$$

$$=r^{\frac{-1}{2}}$$

$$=\frac{1}{r^{\frac{1}{2}}}\quad=\frac{1}{\sqrt{r}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

تحدٍّ: أكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

22 $\dfrac{y^{-\frac{1}{2}}-2y^{-\frac{3}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}-2y^{-\frac{1}{2}}}$

الحل:

$$=\frac{y^{\frac{-1}{2}}(1-y^{-1})}{y^{\frac{1}{2}}(1-y^{-1})}$$

$$=\frac{y^{\frac{-1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}}$$

$$=y^{\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$=y^{-1}$$

$$=\frac{1}{y}$$

كتاب الطالب صفحة 28

تحدٍّ: أكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

23 $\dfrac{1+x}{2x^{\frac{1}{2}}} + x^{\frac{1}{2}}$

الحل:

نوحد المقامات

$$= \frac{1+x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1} \times \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1+x}{2\sqrt{x}} + \frac{2x}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1+3x}{2\sqrt{x}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

24 تبريرٌ: أُقارِنُ بينَ العددَيْنِ: 2^{175} وَ 5^{75} اعتمادًا على خصائصِ الأسسِ، منْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ. أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

$$5^{75} < 2^{175}$$

كتاب الطالب صفحة 30

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

a) $4^{x-5} = 32^{2x+1}$ b) $9^x = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x$ c) $625^{2x+1} = \frac{5}{\sqrt{5}}$

الحل:

a) $(2^2)^{x-5} = (2^5)^{2x+1} \rightarrow (2)^{2x-10} = (2)^{10x+5}$

$$\rightarrow 2x - 10 = 10x + 5$$
$$\rightarrow -10 - 5 = 8x$$
$$\rightarrow -15 = 8x$$
$$\rightarrow \frac{-15}{8} = x$$

b) $(3^2)^x = 3^1 \times 3^{-x} \rightarrow 3^{2x} = 3^{1-x}$

$$\rightarrow 2x = 1 - x$$
$$\rightarrow 3x = 1$$
$$\rightarrow x = \frac{1}{3}$$

c) $(5^4)^{2x+1} = 5^1 \times 5^{\frac{-1}{2}} \rightarrow (5)^{8x+4} = (5)^{\frac{1}{2}}$

$$\rightarrow 8x + 4 = \frac{1}{2}$$
$$\rightarrow 16x + 8 = 1$$
$$\rightarrow 16x = -7$$
$$\rightarrow x = \frac{-7}{16}$$

كتاب الطالب صفحة 30

أتحقق من فهمي

تعليمٌ: يزدادُ عددُ المشتركينِ في موقعٍ تعليميٍّ على الإنترنتْ عامًا بعدَ عامٍ، وتُستعملُ المعادلةُ $y= 2(3^{2x-6})$ لحسابِ عددِ المشتركينَ y بالألوفِ بعدَ مرورِ x عامًا مِنْ إطلاقِ الموقعِ. ما الزمنُ اللازمُ ليصبحَ عددُ المشتركينَ في الموقعِ 162 ألفَ مشتركٍ؟

الحل:

$$162 = 2(3^{2x-6})$$

$$81 = 3^{2x-6}$$

$$3^4 = 3^{2x-6}$$

$$2x - 6 = 4$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

كتاب الطالب صفحة 31

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ المجاورِ:

$$\frac{4^x}{256^y} = 64$$

$$3^{2x} \times 9^y = 243$$

الحل:

$$4^x \times 256^{-y} = 64$$
$$4^x \times ((4)^4)^{-y} = 4^3$$
$$4^x \times 4^{-4y} = 4^3$$
$$4^{x-4y} = 4^3 \rightarrow x - 4y = 3$$
$$3^{2x} \times (3^2)^y = 3^5 \quad \rightarrow \quad 3^{2x} \times 3^{2y} = 3^5$$
$$3^{2x+2y} = 3^5 \rightarrow 2x + 2y = 5$$

$$\begin{array}{rr} & x - 4y = 3 \\ \times 2 & 2x + 2y = 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & x - 4y = 3 \\ + & 4x + 4y = 10 \\ \hline & 5x = 13 \end{array}$$

$$\rightarrow x = \frac{13}{5}$$

$$\frac{13}{5} - 4y = 3 \quad \rightarrow \quad \frac{13}{5} - 3 = 4y \quad \rightarrow \frac{13}{5} - \frac{15}{3} = 4y$$

$$\frac{-2}{3} = 4y$$

$$-2 = 12y \quad \rightarrow \quad y = \frac{-1}{6}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أتحقق من فهمي

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلتَينِ الأُسّيتَينِ الآتيتَينِ بيانيًّا:

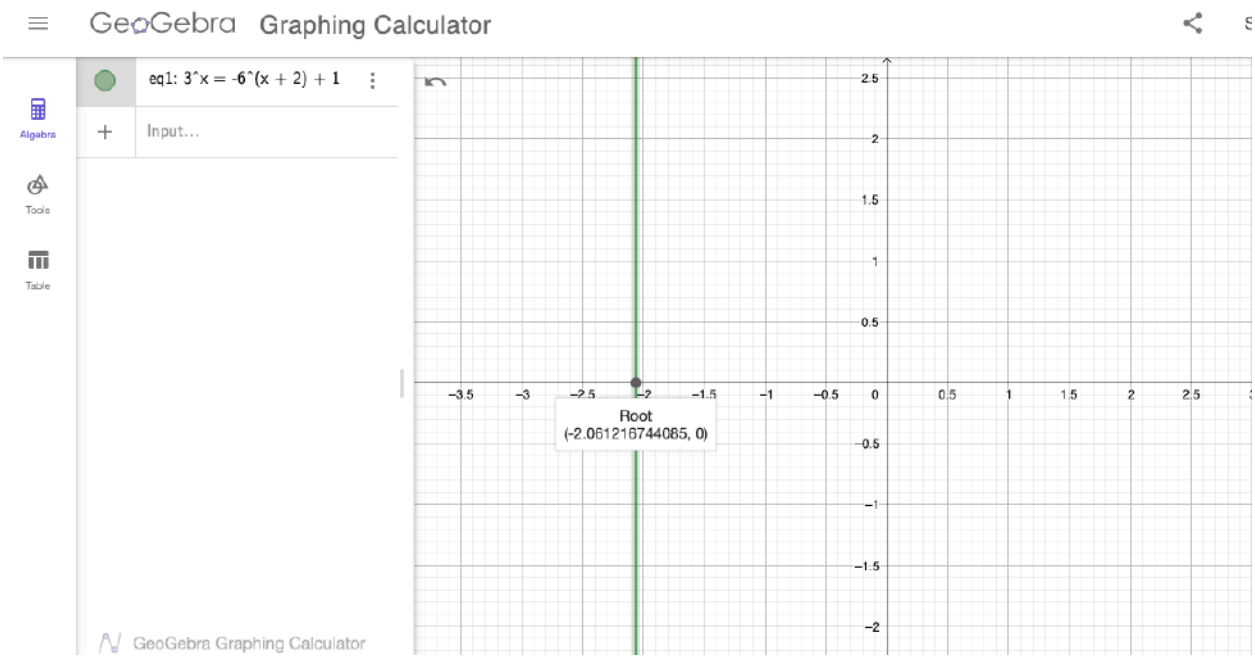
a) $3^x = -6^{x+2} + 1$

b) $5 = 4^{x+1}$

الحل:

a) $3^x = -(3 \times 2)^{x+2} + 1$

لا يمكن حل المعادلة بطريقة كتابة طرفي المعادلة بنفس الأساس
لذلك تحل بيانيا
نستخدم جيوجيبرا



$x \approx -2.06$

كتاب الطالب صفحة 32

أتحقق من فهمي

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلتَينِ الأُسّيتَينِ الآتيتَينِ بيانيًّا:

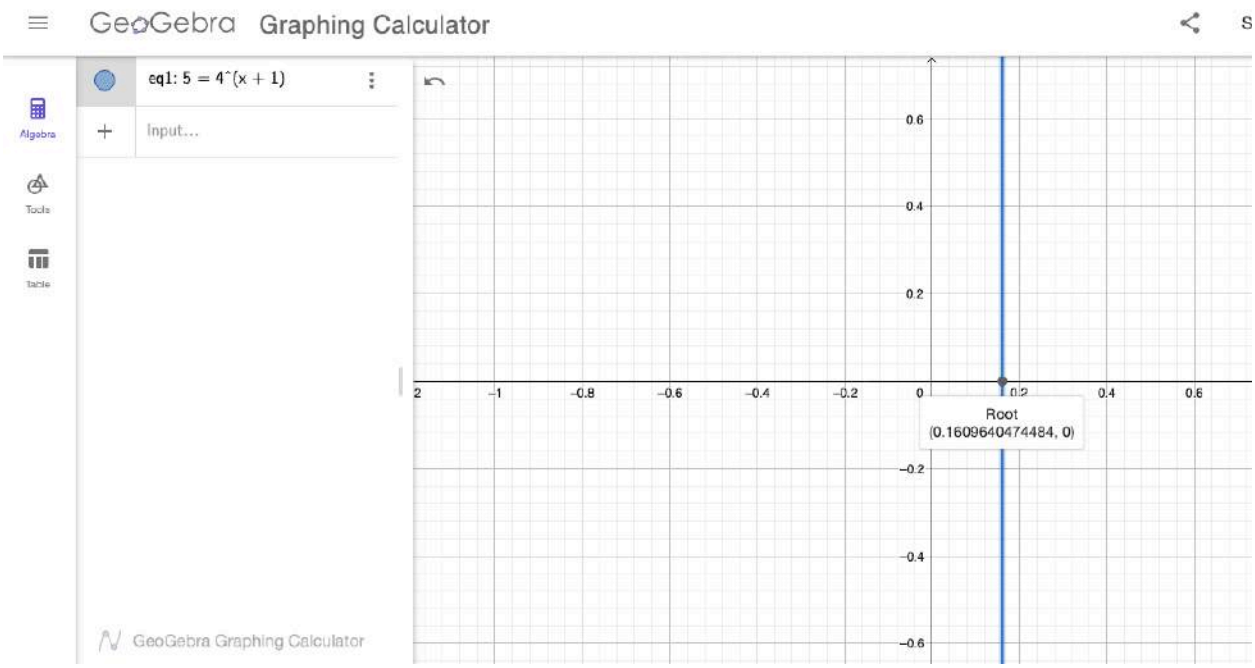
a) $3^x = -6^{x+2} + 1$

b) $5 = 4^{x+1}$

الحل:

b) $5 = 4^{x+1}$

لا يمكن حل المعادلة بطريقة كتابة طرفي المعادلة بنفس الأساس
لذلك تحل بيانيا
نستخدم جيوجيبرا



$x \approx 0.16$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

1 $64 = (32)^{3-x}$

الحل:

$$2^6 = (2^5)^{3-x}$$

$$2^6 = 2^{15-5x}$$

$$6 = 15 - 5x$$

$$5x = 15 - 6$$

$$5x = 9$$

$$x = \frac{9}{5}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

2 $81^{5x+1} = 27^{4x-3}$

الحل:

$$(3^4)^{5x+1} = (3^3)^{4x-3}$$

$$3^{20x+4} = 3^{12x-9}$$

$$20x + 4 = 12x - 9$$

$$20x - 12x = -9 - 4$$

$$8x = -13$$

$$x = \frac{-13}{8}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

3 $128^{x-5} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

الحل:

$$(2^7)^{x-5} = 2^1 \times 2^{\frac{-1}{2}}$$

$$2^{7x-35} = 2^{1+\frac{-1}{2}}$$

$$2^{7x-35} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$7x - 35 = \frac{1}{2}$$

$$14x - 70 = 1$$

$$14x = 71$$

$$x = \frac{71}{14}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

4 $64^{7x+1} = \frac{2}{16^{4x-3}}$

الحل:

$$(2^6)^{7x+1} = \frac{2^1}{(2^4)^{4x-3}}$$

$$2^{42x+7} = \frac{2^1}{2^{16x-12}}$$

$$2^{42x+7} = 2^1 \times 2^{16x-12}$$

$$2^{42x+7} = 2^{16x-11}$$

$$42x + 7 = 16x - 11$$

$$42x - 16x = -11 - 7$$

$$26x = -18$$

$$x = \frac{-18}{26} = \frac{-9}{13}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

5 $\left(\frac{11}{\sqrt{11}}\right)^{3x+1} = (11)^{x+7}$

الحل:

$$\left(\frac{11^1}{11^{\frac{1}{2}}}\right)^{3x+1} = 11^{x+7}$$

$$(11^{1-\frac{1}{2}})^{3x+1} = 11^{x+7}$$

$$(11^{\frac{1}{2}})^{3x+1} = 11^{x+7}$$

$$11^{\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}} = 11^{x+7}$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = x + 7$$

$$3x + 1 = 2x + 14$$
$$3x - 2x = 14 - 1$$
$$x = 13$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

6 $\left(\sqrt{7}\right)^{4x+5} = \left(\frac{\sqrt{28}}{2}\right)^{7x-2}$

الحل:

$$(7^{\frac{1}{2}})^{4x+5} = (\frac{\sqrt{7\times 4}}{2})^{7x-2}$$

$$7^{2x+\frac{5}{2}} = (\frac{7^{\frac{1}{2}}\times 2}{2})^{7x-2}$$

$$7^{2x+\frac{5}{2}} = (7^{\frac{1}{2}})^{7x-2}$$

$$7^{2x+\frac{5}{2}} = 7^{\frac{7}{2}x-1}$$

$$2x+\frac{5}{2} = \frac{7}{2}x-1$$

$$4x+5 = 7x-2$$

$$5+2 = 7x-4x$$

$$7 = 3x$$

$$x = \frac{7}{3}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

7 $9^{x^2} \times 27^{x^2} = 243$

الحل:

$$3^{2x^2} \times 3^{3x^2} = 3^5$$

$$3^{2x^2} \times 3^{3x^2} = 3^5$$

$$3^{2x^2+3x^2} = 3^5$$

$$3^{5x^2} = 3^5$$

$$5x^2 = 5$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

8 $5^{2x} \times 25^{x} = 125$

الحل:

$$5^{2x} \times 5^{2x} = 5^3$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ المعادلاتِ الأُسِّيَّةَ الآتيةَ:

9 $2^{x^2} \times 2^{6x} = \frac{1}{32}$

الحل:

$$x^2 + 6x = -5$$
$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x + 5)(x + 1) = 0$$

$$x = -5, x = -1$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةَ:

10 $5^y = 25^{x-3}$

$125^y = 25^{x-1}$

الحل:

$$5^y = (5^2)^{x-3}$$
$$5^y = 5^{2x-6}$$

$$(5^3)^y = (5^2)^{x-1}$$
$$5^{3y} = 5^{2x-2}$$

$$y = 2x - 6$$
$$3y = 2x - 2$$

$$\times 3 \qquad y = 2x - 6$$
$$3y = 2x - 2$$

$$3y = 6x - 18$$
$$3y = 2x - 2$$

$$6x - 18 = 2x - 2$$
$$6x - 2x = 18 - 2$$
$$4x = 16$$
$$x = 4$$

$$y = 2 \times 4 - 6 = 8 - 6 = 2$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةَ:

11 $3^y = 3^{2x+y}$

$27^y = 27^{x+3}$

الحل:

$$3^y = 3^{2x+y}$$

$$(3^3)^y = (3^3)^{x+3}$$
$$3^{3y} = 3^{3x+9}$$

$$y = 2x + y \dots\dots\dots\dots (1)$$
$$3y = 3x + 9 \dots\dots\dots\dots (2)$$

من المعادلة الأولى

$$y - y = 2x$$
$$0 = 2x$$
$$x = 0$$

من المعادلة الثانية

$$3y = 0 + 9$$
$$3y = 9$$
$$y = 3$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةَ:

12 $5^{2x} \times 25^{y} = 125$

$\frac{8^{x}}{2^{y}} = 16$

الحل:

$5^{2x} \times (5^2)^{y} = 5^3 \quad \rightarrow \quad 5^{2x} \times 5^{2y} = 5^3 \quad \rightarrow \quad 5^{2x+2y} = 5^3$

$\frac{(2^3)^{x}}{2^{y}} = 2^4 \quad \rightarrow \quad 2^{3x-y} = 2^4$

$2x + 2y = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

$3x - y = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

$2x + 2y = 3$

$\times 2 \quad 3x - y = 4$

$2x + 2y = 3$

$6x - 2y = 8$

$2x + 2y = 3$

$+ \quad 6x - 2y = 8$

$8x = 11$

$x = \frac{11}{8}$

$3 \times \frac{11}{8} - y = 4$

$\frac{33}{8} - y = 4$

$\frac{33}{8} - 4 = y$

$\frac{33}{8} - \frac{16}{4} = y$

$y = \frac{17}{4}$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةَ:

13 $9^{2-x} = 81^{6y}$

$\left(\frac{1}{216}\right)^{-2x-3} = 36^{3y}$

الحل:

$$(3^2)^{2-x} = (3^4)^{6y} \rightarrow 3^{4-2x} = 3^{24y}$$

$$\frac{1^{-2x-3}}{(6^3)^{-2x-3}} = (6^2)^{3y} \rightarrow \frac{1}{6^{-6x-9}} = 6^{6y} \rightarrow 6^{6x+9} = 6^{6y}$$

$$4 - 2x = 24y$$
$$6x + 9 = 6y$$

$$-2x - 24y = -4$$
$$6x - 6y = 9$$

$$\div -1 \quad -2x - 24y = -4$$
$$\div 3 \quad 6x - 6y = 9$$

$$2x + 24y = 4 \dots\dots\dots (1)$$
$$2x - 2y = 3 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} 2x + 24y = 4 \\ -\quad 2x - 2y = 3 \\ \hline 26y = 1 \end{array}$$

$$y = \frac{1}{26}$$

$$2x - 2y = 3 \rightarrow 2x - 2 \times \frac{1}{26} = 3 \rightarrow 2x - \frac{1}{13} = 3 \rightarrow 2x = 3 + \frac{1}{13}$$

$$2x = \frac{40}{13} \rightarrow x = \frac{20}{13}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةَ:

14 $\frac{16^{-x}}{64^{-3x}} = 16^{-3y-3}$

$8^{x^2} = \left(\frac{1}{2^{y+1}}\right)^2$

الحل:

$$\frac{(2^4)^{-x}}{(2^6)^{-3x}} = (2^4)^{-3y-3} \rightarrow \frac{2^{-4x}}{2^{-18x}} = 2^{-12y-12} \rightarrow 2^{-4x--18x} = 2^{-12y-12}$$

$$2^{14x} = 2^{-12y-12}$$

$$(2^3)^{x^2} = (2^{-y-1})^2 \rightarrow 2^{3x^2} = 2^{-2y-2}$$

$$14x = -12y - 12$$

$$3x^2 = -2y - 2$$

سنحذف y

$$\begin{matrix} 14x = -12y - 12 \\ \times 6 \quad 3x^2 = -2y - 2 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 14x = -12y - 12 \\ 18x^2 = -12y - 12 \end{matrix}$$

نطرح المعادلتين

$$\begin{matrix} 14x = -12y - 12 \\ - \quad 18x^2 = -12y - 12 \\ \hline 14x - 18x^2 = 0 \end{matrix}$$

$$2x(7 - 9x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0, x = \frac{7}{9}$$

$$14x = -12y - 12$$

$$x = 0 \quad 0 = -12y - 12 \rightarrow 12 = -12y \rightarrow y = -1$$

الحل الأول $(0, -1)$

$$x = \frac{7}{9} \rightarrow 14 \times \frac{7}{9} = -12y - 12$$

$$14 \times \frac{7}{9} + 12 = -12y \rightarrow \frac{98}{9} + \frac{108}{9} = -12y$$

$$\frac{206}{9} = -12y \rightarrow \frac{206}{9} \div -12 = y \rightarrow \frac{206}{9} \times \frac{-1}{12} = y \rightarrow y = \frac{-206}{108} = \frac{-103}{54}$$

الحل الثاني $\left(\frac{7}{9}, \frac{-103}{54}\right)$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةَ:

15 $\frac{1}{27} \times 9^{2-n} = 3^{m^2-2}$

$2^{m^2} \times 2^n = 64$

الحل:

$\frac{1}{3^3} \times (3^2)^{2-n} = 3^{m^2-2} \rightarrow 3^{-3} \times 3^{4-2n} = 3^{m^2-2} \rightarrow 3^{1-2n} = 3^{m^2-2}$

$2^{m^2} \times 2^n = 2^6 \rightarrow 2^{m^2+n} = 2^6$

$m^2 - 2 = 1 - 2n$

$m^2 + n = 6$

$m^2 = 3 - 2n$

$- \quad m^2 = 6 - n$

$0 = -3 - n$

$-3 = n$

$m^2 = 3 - 2 \times -3$

$m^2 = 3 + 6$

$m^2 = 9$

$m = \pm 3$

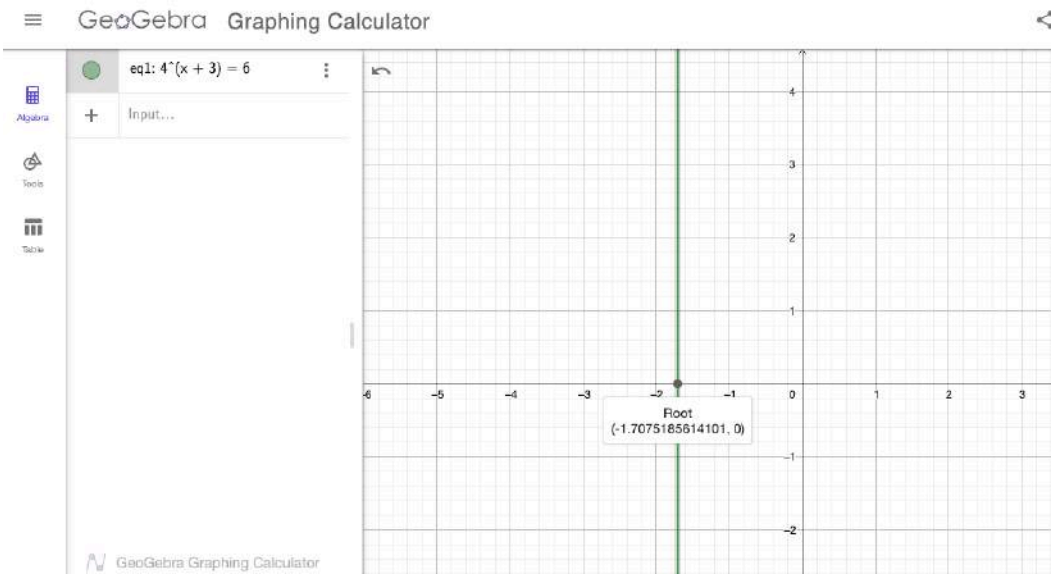
الحل: $(n, m) = (3,3), (3, -3)$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

16 $4^{x+3} = 6$

الحل:



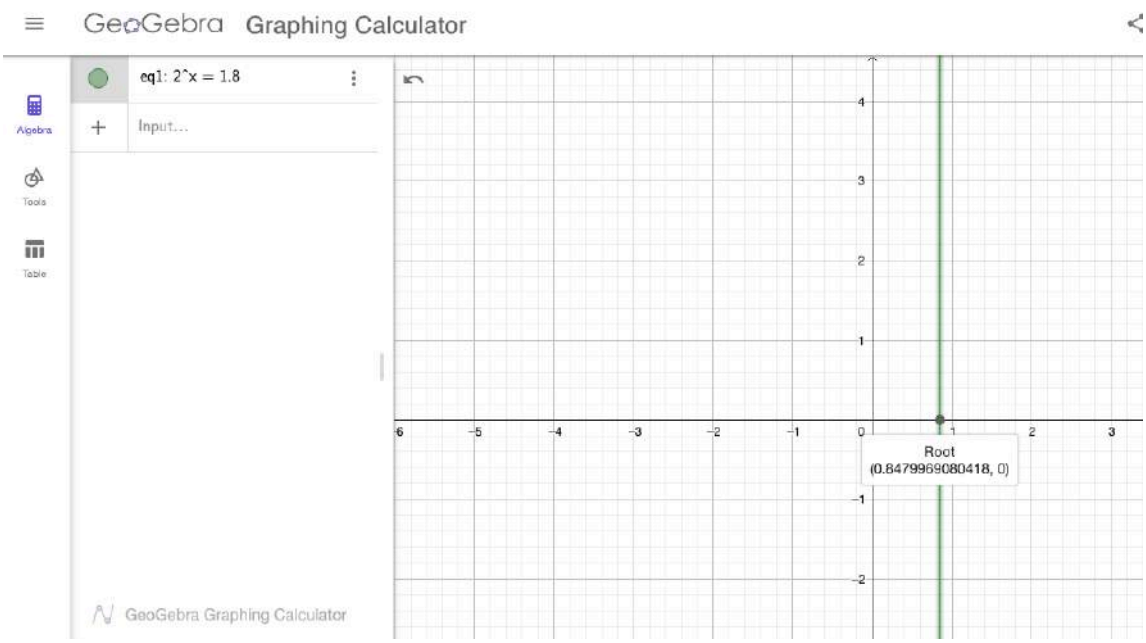
$x \approx -1.71$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

17 $2^x = 1.8$

الحل:



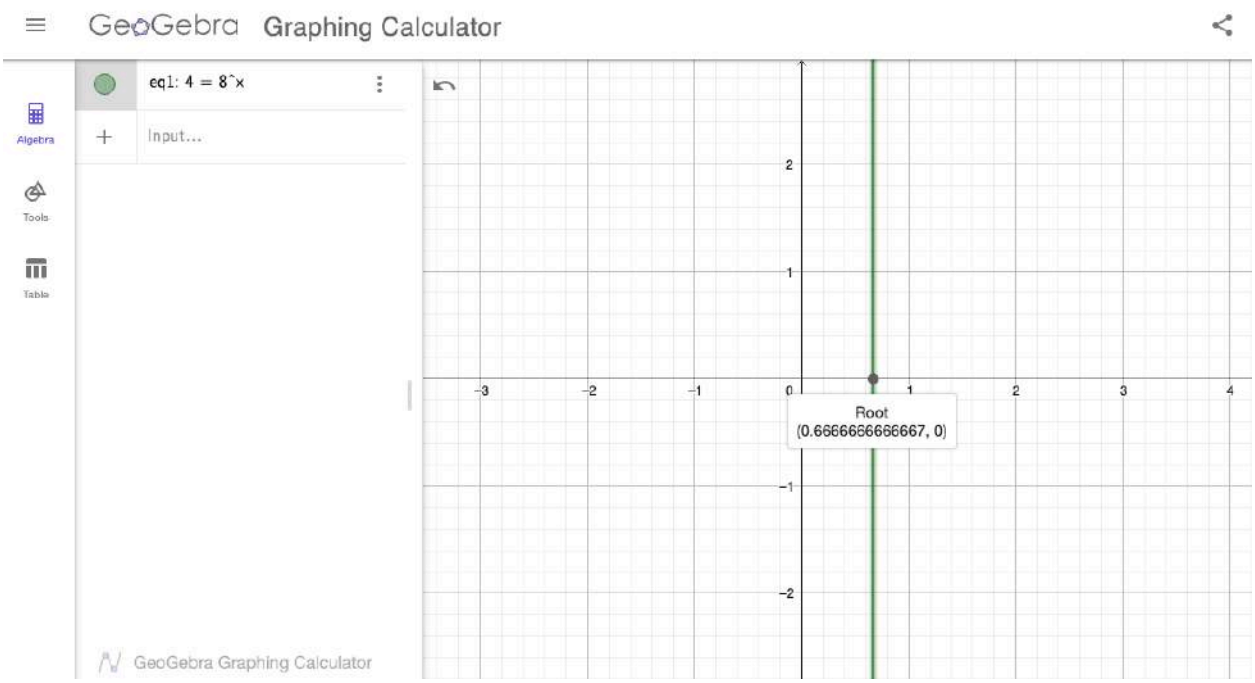
$x \approx 0.85$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

18 $4 = 8^x$

الحل:



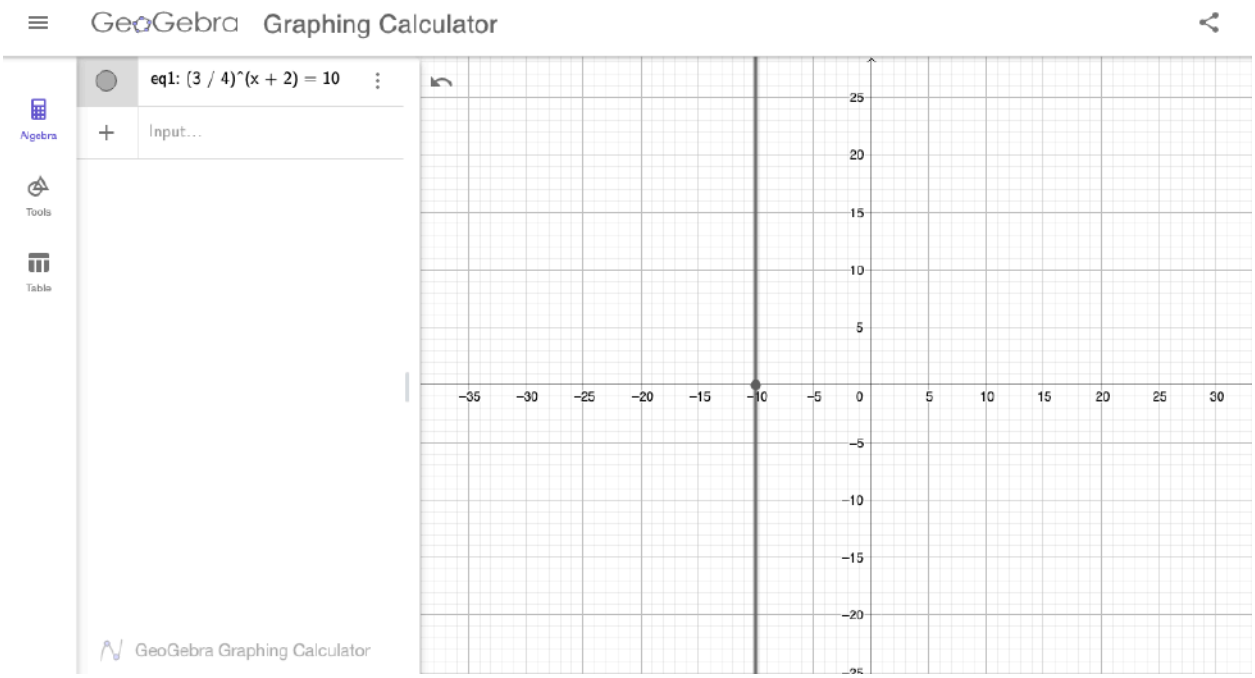
$x \approx 0.\overline{6}$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

19 $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} = 10$

الحل:



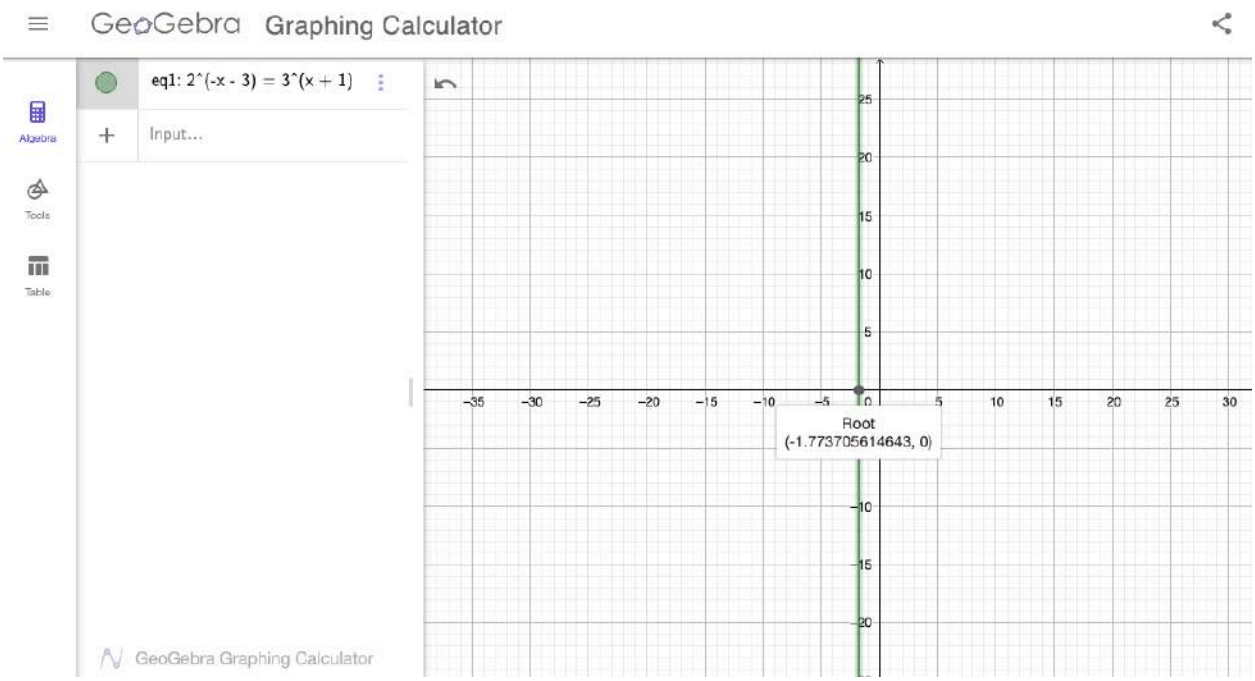
$x \approx -10$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

20 $2^{-x-3} = 3^{x+1}$

الحل:



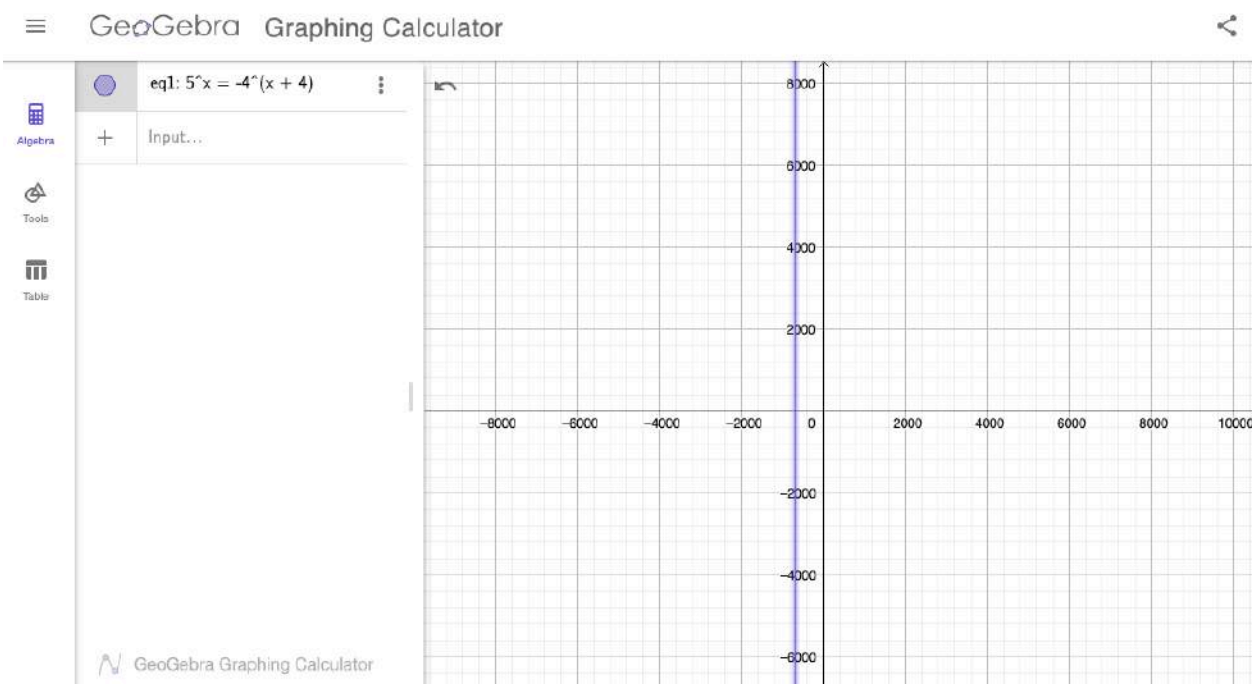
$x \approx -1.77$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

21 $5^x = -4^{x+4}$

الحل:



$x \approx -650$

$x \approx -700$

$x \approx -750$

كتاب الطالب صفحة 32

22 **تصويرٌ**: تُستعمَلُ المعادلةُ $y = 2^{x+2}$ لحسابِ مقاسِ ورقةٍ y بعدَ تكبيرِها بنسبةِ 100% عددَ x مِنَ المرّاتِ، مقارنةً بمقاسِها الأصليِّ، باستعمالِ آلةٍ ناسخةٍ. كَمْ مرّةً يجبُ تكبيرُ صورةٍ ليصبحَ مقاسُها 32 ضعفَ مقاسِها الأصليِّ؟

الحل:

$$2^{32} = 2^{x+2}$$

$$x + 2 = 32$$

$$x = 30$$

كتاب الطالب صفحة 32

23 **بكتيريا**: يُمثِّلُ المقدارُ 3^{t-2} عددَ الخلايا البكتيريةِ في تجربةٍ مخبريةٍ بعدَ مرورِ t منَ الساعاتِ. ما الزمنُ اللازمُ ليصبحَ عددُ الخلايا البكتيريةِ 2187 خليةً؟

الحل:

$$2187 = 3^{t-2}$$

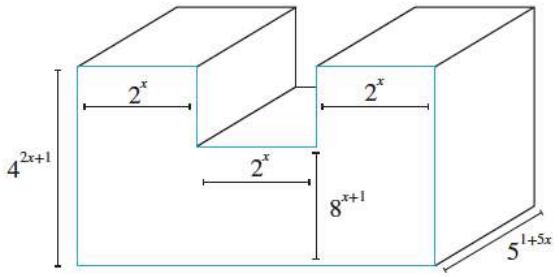
$$3^7 = 3^{t-2}$$

$$t - 2 = 7$$

$$t = 9$$

كتاب الطالب صفحة 32

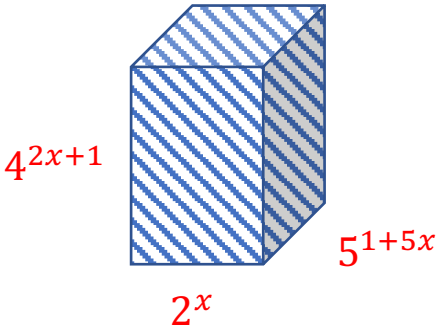
24 هندسةٌ: أكتبُ في أبسطِ صورةٍ عبارةً أُسِّيَّةً تُمثِّلُ حجمَ الشكلِ المجاور.



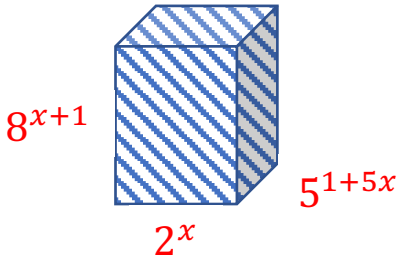
الحل:

$v = v_1 + v_2 + v_3$

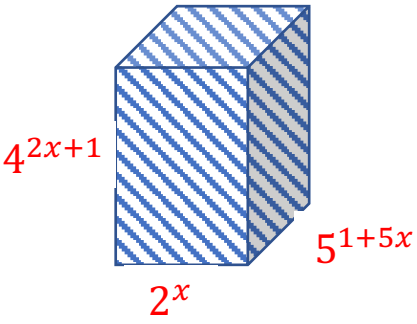
الارتفاع × العرض × الطول $= v_1$



$$v_1 = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$



$$v_2 = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$



$$v_1 = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$

$$v = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1} + 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1} + 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$

كتاب الطالب صفحة 32

25 تبريرٌ: هلْ يُمكِنُ حَلُّ المعادلةِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ: $2 + 2^x = 1$ ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

$$2^x = 1 - 2$$

$$2^x = -1$$

لا يمكن حل المعادلة لأن مدى الاقتران الأسي 2^x هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة بالتالي لا يمكن أن يكون $2^x = -1$

كتاب الطالب صفحة 32

26 تبريرٌ: أَحُلُّ المعادلةَ: $x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} = 4$، مُبرِّرًا خطواتِ الحَلِّ.

الحل:

$$x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} - 4 = 0$$

$$\times x^{\frac{1}{2}} \qquad x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} - 4 = 0$$

$$x^1 + 3x^0 - 4x^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$x^1 - 4x^{\frac{1}{2}} + 3 = 0$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - 3\right)\left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right) = 0$$

$$\sqrt{x} = 3, \quad \sqrt{x} = 1$$

$$x = 9, \quad x = 1$$

كتاب الطالب صفحة 32

27 تحدٍّ: ما قيمةُ كلٍّ منْ x وَ y في المعادلةِ الآتيةِ: $\frac{36^{x-y+1}}{54^{x+y-1}} = 48^{x+y}$

الحل:

$$36^{x-y+1} \times 54^{-x-y+1} = 48^{x+y}$$

$$(2 \times 2 \times 3 \times 3)^{x-y+1} \times (2 \times 3 \times 3 \times 3)^{-x-y+1} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3)^{x+y}$$

$$(2^2 \times 3^2)^{x-y+1} \times (2 \times 3^3)^{-x-y+1} = (2^4 \times 3)^{x+y}$$

$$(2)^{2x-2y+2} \times (3)^{2x-2y+2} \times (2)^{-x-y+1} \times (3^3)^{-x-y+1} = (2^4)^{x+y} \times (3)^{x+y}$$

$$(2)^{2x-2y+2} \times (3)^{2x-2y+2} \times (2)^{-x-y+1} \times (3)^{-3x-3y+3} = 2^{4x+4y} \times (3)^{x+y}$$

$$(2)^{2x-2y+2-x-y+1} \times (3)^{2x-2y+2-3x-3y+3} = 2^{4x+4y} \times (3)^{x+y}$$

$$(2)^{x-3y+3} \times (3)^{-x-5y+5} = 2^{4x+4y} \times (3)^{x+y}$$

$$x - 3y + 3 = 4x + 4y$$
$$-x - 5y + 5 = x + y$$

$$\begin{matrix} -3x - 7y = -3 \\ -2x - 6y = -5 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 3x + 7y = 3 \\ 6y + 2x = 5 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \times 2 & 7y + 3x = 3 \\ \times 3 & 6y + 2x = 5 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 14y + 6x = 6 \\ - \quad 18y + 6x = 15 \\ \hline -4y = -11 \end{matrix}$$

$$y = \frac{11}{4}$$

$$3x + \frac{77}{4} = 3 \Rightarrow 3x = 3 - \frac{77}{4} \Rightarrow 3x = \frac{12}{4} - \frac{77}{4}$$

$$3x = \frac{-65}{4}$$

$$x = \frac{-65}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{-65}{12}$$

كتاب الطالب صفحة 32

28 تحدٍّ: أَحُلُّ نظامَ المعادلاتِ الأُسِّيَّةِ الآتيَ:

$$2^x + 3^y = 10$$
$$2^{x+1} + 3^{y+1} = 29$$

الحل:

$$2^x + 3^y = 1 + 9$$
$$2^{x+1} + 3^{y+1} = 2 + 27$$

$$2^x + 3^y = 2^0 + 3^2$$
$$2^{x+1} + 3^{y+1} = 2^1 + 3^3$$

$$x = 0, \qquad y = 2$$

كتاب التمارين صفحة 11

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةِ:

14 $125^{x} \times 25^{-y} = 625$

$4^{x} \times 2^{y} = 8$

الحل:

$5^{3x} \times 5^{-2y} = 5^{4}$

$2^{2x} \times 2^{y} = 2^{3}$

$3x - 2y = 4$

$2x + y = 3$

$3x - 2y = 4$

$\times 2 \quad 2x + y = 3$

$3x - 2y = 4$

$4x + 2y = 3$

$3x - 2y = 4$

$+ \quad 4x + 2y = 3$

$7x = 7$

$x = 1$

$2 \times 1 + y = 3$

$2 + y = 3$

$y = 1$

كتاب الطالب صفحة 34

1 أيُّ الأزواجِ المُرتَّبةِ الآتيةِ تُمثِّلُ حَلًّا لنظامِ المعادلاتِ:

$$x^2 + y^2 = 4$$
$$3x + y = 6$$

a) $(1, 3)$ b) $(0, 2)$

c) $(2, 0)$ d) $(-2, -2)$

الحل:

الجواب c لأن

$$(2)^2 + (0)^2 = 4$$
$$3 \times (2) + (0) = 6$$

كتاب الطالب صفحة 34

2 أيُّ الأزواجِ المُرتَّبةِ الآتيةِ يُمثِّلُ حَلًّا لنظامِ المعادلاتِ:

$$y = x^2 - 5x + 6$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

a) (0, 3) b) (1, 2)

c) (2, 0) d) (3, 0)

الحل:

الجواب d لأن

$$(0) = (3)^2 - 5 \times (3) + 6$$

$$(0) = -(3)^2 + 2 \times (3) + 3$$

كتاب الطالب صفحة 34

3 أيُّ الأزواجِ المُرتَّبةِ الآتيةِ يُمثِّلُ حَلًّا لنظامِ المعادلاتِ:

$$3^{5x} \times 9^{y} = 27$$

$$5^{3x} \times 5^{y} = 25$$

a) $(-1, -1)$ b) $(1, 1)$

c) $(-1, 1)$ d) $(1, -1)$

الجواب d لأن

$$3^{5\times(1)} \times 9^{(-1)} = 27$$
$$5^{3\times(1)} \times 5^{(-1)} = 25$$

حيث

$$3^5 \times \frac{1}{3^2} = 27$$
$$5^3 \times \frac{1}{5} = 25$$

كتاب الطالب صفحة 34

4 يمثّلُ $x = -1$ حلًّا للمعادلةِ الأُسّيّةِ:

a) $5^{2x+1} = 25$

b) $3^{1+x} = 81$

c) $7^{3-2x} = 49$

d) $4^{2-x} = 64$

الجواب d لأن

$$4^{2-(-1)} = 64$$

حيث

$$4^3 = 64$$

كتاب الطالب صفحة 34

5 المقدارُ الجبريُّ الــذي يجبُ وضعُه في المربَّعِ الفارغِ للمعادلةِ $\frac{8x^2y^3}{\square}=\left(\frac{2y}{x}\right)^2$ هوَ:

a) $2x^4y$ b) $4x^4y^2$

c) $2xy$ d) x^2y^2

الجواب a لأن

$$\frac{8x^2y^3}{2x^4y}=\left(\frac{2y}{x}\right)^2$$

حيث

$$\frac{8x^2y^3}{2x^4y}=\frac{4y^2}{x^2}$$

كتاب الطالب صفحة 34

أَحُلُّ كلَّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحلِّ:

6 $y = 4x$
$y = 5 - x^2$

الحل:

$$4x = 5 - x^2$$
$$x^2 + 4x - 5 = 0$$
$$(x + 5)(x - 1) = 0$$

$$x = -5, \quad x = 1$$

$$x = -5 \quad \rightarrow \quad y = 4 \times -5 = -20$$
$$x = 1 \quad \rightarrow \quad y = 4 \times 1 = 4$$

حل النظام

$$(-5, -20), (1,4)$$

كتاب الطالب صفحة 34

أَحُلُّ كلَّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحلِّ:

7 $y - x = 15$
$x^2 + y^2 = 64$

الحل:

$$y = x + 15$$

$$x^2 + (x + 15)^2 = 64$$
$$x^2 + x^2 + 30x + 225 = 64$$
$$2x^2 + 30x + 225 - 64 = 0$$
$$2x^2 + 30x + 161 = 0$$

المميز

$$900 - 4 \times 2 \times 161$$
$$900 - 1288$$
$$-388$$

لا يوجد حل لأن المميز سالب

كتاب الطالب صفحة 34

أَحُلُّ كلَّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحلِّ:

8 $y = x^2 - 4x + 5$

$y = -x^2 + 5$

الحل:

$$x^2 - 4x + 5 = -x^2 + 5$$
$$2x^2 - 4x = 0$$
$$2x(x-2) = 0$$
$$x = 0, x = 2$$

$$x = 0 \rightarrow y = 0 - 0 + 5 = 5$$

$$x = 2 \rightarrow y = 4 - 8 + 5 = 1$$

حل النظام

$$(0,5), (2,1)$$

كتاب الطالب صفحة 34

أَحُلُّ كلَّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحلِّ:

9 $y = -x^2 - x + 12$
$y = x^2 + 7x + 12$

الحل:

$$x^2 + 7x + 12 = -x^2 - x + 12$$

$$2x^2 + 8x = 0$$
$$2x(x + 4) = 0$$
$$x = 0, \quad x = -4$$

$$x = 0 \rightarrow y = 0 + 0 + 12 = 12$$
$$x = -4 \rightarrow y = 16 - 28 + 12 = 0$$

حل النظام

$$(0,12), (-4,0)$$

كتاب الطالب صفحة 34

إذا كانَ c ثابتًا في نظامِ المعادلاتِ الآتي،

$$3x - 2y = 7$$

$$x^2 - y^2 = c$$

فأَجِدُ:

10 حَلَّ هذا النظامِ، علمًا بأنَّ $c = 8$

الحل:

$$2y = 3x - 7$$
$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$
$$x^2 - \left(\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}\right)^2 = 8$$
$$x^2 - \left(\frac{9}{4}x^2 - \frac{42}{4}x + \frac{49}{4}\right) = 8$$
$$\times 4 \qquad x^2 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{42}{4}x - \frac{49}{4} = 8$$
$$4x^2 - 9x^2 + 42x - 49 = 32$$
$$-5x^2 + 42x - 49 - 32 = 0$$
$$-5x^2 + 42x - 81 = 0$$

المميز

$$42^2 - 4 \times -5 \times -81$$
$$1764 - 1620$$
$$144$$

$$x_1 = \frac{-42 + \sqrt{144}}{2 \times -5} = \frac{-42 + 12}{-10} = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2} \times 3 - \frac{7}{2} = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-42 - \sqrt{144}}{2 \times -5} = \frac{-42 - 12}{-10} = 5.4 \rightarrow y = \frac{3}{2} \times 5.4 - \frac{7}{2} = \frac{16.2}{2} - \frac{7}{2} = \frac{9.2}{2} = 4.6$$

الحل:

$$(3,1)(5.4,4.6)$$

كتاب الطالب صفحة 34

إذا كانَ c ثابتًا في نظامِ المعادلاتِ الآتي،

$$3x - 2y = 7$$

$$x^2 - y^2 = c$$

فأَجِدُ:

11 جميعَ قيمِ c الممكنةِ التي لا تجعلُ للنظامِ أيَّ حَلٍّ.

الحل:

$$2y = 3x - 7$$
$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$
$$x^2 - \left(\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}\right)^2 = c$$
$$x^2 - \left(\frac{9}{4}x^2 - \frac{42}{4}x + \frac{49}{4}\right) = c$$
$$\times 4 \qquad x^2 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{42}{4}x - \frac{49}{4} = c$$
$$4x^2 - 9x^2 + 42x - 49 = 4c$$
$$-5x^2 + 42x - 49 - 4c = 0$$
$$-5x^2 + 42x - (49 + 4c) = 0$$

يجب أن يكون المميز سالب

$$42^2 - 4 \times -5 \times -(49 + c) < 0$$
$$1764 - 20(49 + c) < 0$$
$$1764 < 20(49 + c)$$
$$\frac{1764}{20} < \frac{20(49 + c)}{20}$$
$$88.2 < (49 + c)$$
$$88.2 - 49 < c$$
$$39.2 < c$$

$$c \in (39.2, \infty)$$

كتاب الطالب صفحة 34

12 أجدُ مجموعةَ حلِّ المتباينةِ: $6x^2 < 3 - 7x$ بحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$y = 3 - 7x$$
$$y = 6x^2$$

الحل:

$$6x^2 = 3 - 7x$$

$$6x^2 + 7x - 3 = 0$$

المميز

$$7^2 - 4 \times 6 \times -3$$
$$49 + 72$$
$$121$$

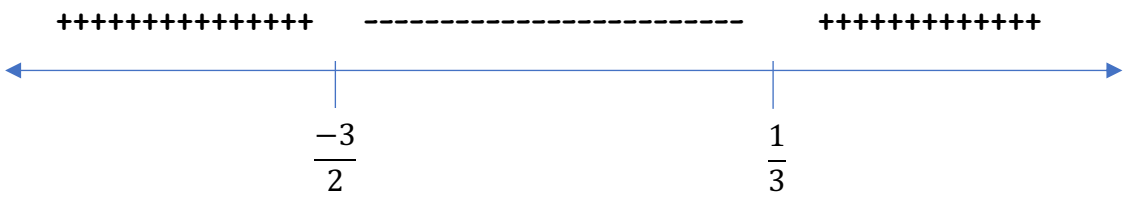
$$x_1 = \frac{-7 + \sqrt{121}}{2 \times 6} = \frac{-7 + 11}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \rightarrow y = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{7}{2} = \frac{1}{2} - \frac{7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{121}}{2 \times 6} = \frac{-7 - 11}{12} = \frac{-18}{12} = \frac{-3}{2} \rightarrow y = \frac{3}{2} \times \frac{-3}{2} - \frac{7}{2} = \frac{-9}{4} - \frac{7}{2} = \frac{-9}{4} - \frac{14}{4} = \frac{-23}{4}$$

حل النظام $\left(\frac{1}{3}, -3\right), \left(\frac{-3}{2}, \frac{-23}{4}\right)$

لكن حل المتباينة

$$6x^2 + 7x - 3 > 0$$



هو $\left(-\infty, \frac{-3}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$

ملاحظة ما بين الصفرين عكس إشارة x^2 ونحن نبحث عن الموجب

كتاب الطالب صفحة 35

أَكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

13 $\frac{2}{2^3 \times 2^{-4}}$

الحل:

$$\frac{2}{2^{3+\,-4}} = \frac{2^1}{2^{-1}} = 2^{1-\,-1} = 2^2 = 4$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

14 $\left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$

الحل:

$$\frac{64^{\frac{2}{3}}}{27^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{64^2}}{\sqrt[3]{27^2}} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

15 $\dfrac{(16p^4q^{-2})^{-\frac{3}{2}}}{(64p^2q^{-1})^{-\frac{1}{2}}}$

الحل:

$$= \frac{16^{\frac{-3}{2}} \times p^{4\frac{-3}{2}} \times q^{-2\frac{-3}{2}}}{64^{\frac{-1}{2}} \times p^{2\frac{-1}{2}} \times q^{-1\frac{-1}{2}}}$$

$$= \frac{16^{\frac{-3}{2}} \times p^{-6} \times q^{3}}{64^{\frac{-1}{2}} \times p^{-1} \times q^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{64^{\frac{1}{2}} \times p^{-6--1} \times q^{3-\frac{1}{2}}}{16^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{64} \times p^{-5} \times q^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{16^3}}$$

$$= \frac{8 \times q^{\frac{5}{2}}}{64 \times p^5}$$

$$= \frac{q^{\frac{5}{2}}}{8 \times p^5}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

16 $\dfrac{(27a^{\frac{3}{2}}b^{-6})^{-\frac{1}{3}}}{(729a^{4}b^{-2})^{-\frac{1}{2}}}$

الحل:

$$= \frac{27^{\frac{-1}{3}} \times a^{\frac{3}{2}\frac{-1}{3}} \times b^{-6\frac{-1}{3}}}{729^{\frac{-1}{2}} \times a^{4\frac{-1}{2}} \times b^{-2\frac{-1}{2}}}$$

$$= \frac{729^{\frac{1}{2}} \quad a^{\frac{-1}{2}} \quad b^{2}}{27^{\frac{1}{3}} \quad a^{-2} \quad b^{1}}$$

$$= \frac{\sqrt{729} \quad a^{\frac{-1}{2}--2} \quad b^{1}}{\sqrt[3]{27}}$$

$$= \frac{27 \quad a^{\frac{3}{2}} \quad b^{1}}{3}$$

$$= 9 \quad a^{\frac{3}{2}} \quad b$$

كتاب الطالب صفحة 35

تحدٍّ: أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ a وَ b في كلٍّ ممّا يأتي:

17 $3^a x^b = \dfrac{27x^{\frac{7}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}$

الحل:

$$3^a x^b = 3^3 x^{\frac{7}{3}-\frac{1}{2}}$$

$$3^a x^b = 3^3 x^{\frac{11}{6}}$$

$$a = 3 \quad , \quad b = \frac{11}{6}$$

كتاب الطالب صفحة 35

تحدٍّ: أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ a وَ b في كلٍّ ممّا يأتي:

18 $\frac{x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{3}{2}}}{x-x^{2}}=x^{a}$

الحل:

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}(1-x)}{x(1-x)}=x^{a}$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x}=x^{a}$$

$$x^{\frac{1}{2}-1}=x^{a}$$

$$x^{\frac{-1}{2}}=x^{a}$$

$$a=\frac{-1}{2}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ:

19 $5^{\frac{t}{2}} = 5^{2t-1}$

الحل:

$$\frac{t}{2} = 2t - 1$$

$$1 = 2t - \frac{1}{2}t$$

$$1 = \frac{3}{2}t$$
$$2 = 3t$$

$$t = \frac{2}{3}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ:

20 $27^{-\frac{1}{c}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{c-\frac{5}{2}}$

الحل:

$$3^{3\frac{-1}{c}} = (\frac{1}{3^2})^{c-\frac{5}{2}}$$

$$3^{\frac{-3}{c}} = (3^{-2})^{c-\frac{5}{2}}$$

$$3^{\frac{-3}{c}} = 3^{-2c+5}$$

$$\frac{-3}{c} = -2c + 5$$

$$-3 = -2c^2 + 5c$$
$$2c^2 - 5c - 3 = 0$$

المميز

$$= 25 - 4 \times 2 \times -3$$
$$= 25 + 24$$
$$= 49$$

$$c_1 = \frac{5 + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$c_2 = \frac{5 - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{5-7}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ:

21 $432 = 3^{x+1} \times 2^{2x}$

الحل:

$$2 \times 216 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 108 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 54 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2^4 \times 3^3 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2x = 4 \rightarrow x = 2$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ:

22 $500 = \dfrac{2^{\frac{1}{2}-x}}{5^{2x}}$

الحل:

$$2 \times 250 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2 \times 2 \times 125 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2 \times 2 \times 5 \times 25 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2^2 \times 5^3 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$\frac{1}{2} - x = 2$$

$$\frac{1}{2} - 2 = x$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحُلُّ كلَّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي:

23 $36^{x+4} = 6^{y}$

$36^{y} = 36^{x+6}$

الحل:

$$(6^2)^{x+4} = 6^y$$
$$6^{2x+8} = 6^y$$

$$(6^2)^y = (6^2)^{x+6}$$
$$6^{2y} = 6^{2x+12}$$

$$2x + 8 = y$$
$$2y = 2x + 12$$

$$2x - y = -8$$
$$2x - 2y = 12$$

$$2x - y = -8$$
$$x - y = 6$$

$$\begin{array}{rr} & 2x - y = -8 \\ - & x - y = 6 \\ \hline & x = -14 \end{array}$$

$$x - y = 6$$
$$-14 - y = 6 \rightarrow y = -14 - 6 = -20$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحُلُّ كلَّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي:

24 $5^{2x+4} = 5^{y-3}$

$7^{y-x} = 49$

الحل:

$$5^{2x+4} = 5^{y-3}$$

$$7^{y-x} = 7^2$$

$$2x + 4 = y - 3$$
$$y - x = 2$$

$$2x - y = -3 - 4$$
$$y - x = 2$$

$$\begin{array}{rl} & 2x - y = -7 \\ + & -x + y = 2 \\ \hline & x = -5 \end{array}$$

$$-x + y = 2$$
$$-(-5) + y = 2 \rightarrow y = -5 + 2 = -3$$

كتاب الطالب صفحة 35

25 عددانِ مجموعُ مربعَيْهِما 85 ومربعُ مجموعِهِما 121، ما هُما؟

الحل:

$$x^2+y^2 = 85$$
$$(x+y)^2 = 121$$
$$(x+y)^2 = 121$$
$$\rightarrow x^2+2xy+y^2 = 121$$

$$\rightarrow x^2+y^2+2xy = 121$$
$$\rightarrow 85+2xy = 121$$
$$\rightarrow 2xy = 36$$
$$\rightarrow xy = 18$$
$$\rightarrow y = \frac{18}{x}$$

$$x^2+y^2 = 85$$
$$\rightarrow x^2+(\frac{18}{x})^2 = 85$$
$$\rightarrow x^2+\frac{324}{x^2} = 85$$
$$\times x^2 \qquad x^2+\frac{324}{x^2} = 85$$
$$\rightarrow \quad x^4+324 = 85x^2$$
$$\rightarrow \quad x^4-85x^2+324 = 0$$
$$\rightarrow \quad (x^2-81)(x^2-4) = 0$$
$$(x^2-81) = 0 \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = \pm 9$$
$$(x^2-4) = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$
$$y = \frac{18}{x}$$
$$x = 9 \rightarrow y = 2$$
$$x = -9 \rightarrow y = -2$$
$$x = 2 \rightarrow y = 9$$
$$x = -2 \rightarrow y = -9$$

الحلول $(9,2), (-9,-2), (2,9), (-2,-9)$

كتاب الطالب صفحة 35

26 يمثلُ كلٌّ مِنْ X, Y عددَينِ مفقودَينِ في الرقْمِ السّـرّيِّ $XY1290$. إذا كانَ مجمـوعُ العددَيـنِ المفقودَينِ 12 ومجموعُ مربعَيهِما يساوي 90، فأجدُ قيمةَ كلٍّ منهُما.

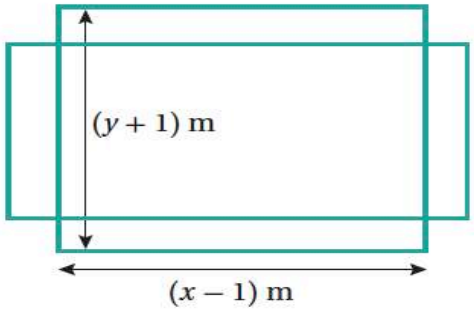
الحل:

$$x + y = 12 \rightarrow y = (12 - x)$$
$$x^2 + y^2 = 90$$
$$x^2 + (12 - x)^2 = 90$$
$$x^2 + 144 - 24x + x^2 = 90$$
$$2x^2 - 24x + 144 - 90 = 0$$
$$2x^2 - 24x + 54 = 0$$
$$2(x^2 - 12x + 27) = 0$$
$$2(x - 3)(x - 9) = 0$$
$$x = 3, \ \ x = 9$$

$$x = 3 \rightarrow \ y = 9$$
$$x = 9 \ \rightarrow y = 3$$

كتاب الطالب صفحة 35

27 تنسٌ: ملعبُ تنسٍ طولُهُ x مترًا وعرضُهُ y مترًا ومِساحتُهُ $224\ \text{m}^2$ ، إذا تمّت زيــادةُ عرضه بمقدارِ $1\ \text{m}$ وتقليل طوله بمقدارِ $1\ \text{m}$ فازدادَتْ مساحتُهُ بمقدارِ $1\ \text{m}^2$ كما في الشكل الآتي، فأجدُ أبعادَ ملعبِ التنسِ.



الحل:

$$xy = 224 \rightarrow y = \frac{224}{x}$$

$$(x-1)(y+1) = 225$$

بالتالي $$(x-1)\left(\frac{224}{x}+1\right) = 225$$

$$224 + x - \frac{224}{x} - 1 = 225$$

$$224 + x - \frac{224}{x} - 1 = 225$$

$$224 + x - \frac{224}{x} - 226 = 0$$

$\times x$ $$224 + x - \frac{224}{x} - 226 = 0$$

$$224x + x^2 - 224 - 226x = 0$$

$$x^2 - 2x - 224 = 0$$

$$(x-16)(x+14) = 0$$

$x = 16$ $x = -14$ مرفوضة

$$y = \frac{224}{16} = 14$$

كتاب الطالب صفحة 35

28 أَجِدُ جميعَ قيمِ p التـــي تجعلُ منحنى المعادلةِ الخطِّيةِ $y=2x+p$ لا يقطعُ منحنى المعادلةِ

$y=x^2+3x-1$.

الحل:

$$2x+p=x^2+3x-1$$

$$x^2+3x-2x-1-p=0$$

$$x^2+x-(1+p)=0$$

بما أنه لا يوجد نقط تقاطع يجب أن يكون المميز هنا سالب

$$1-4\times 1\times -(1+p)<0$$

$$1+4(1+p)<0$$

$$1+4+4p<0$$

$$5+4p<0$$
$$4p<-5$$
$$p<\frac{-5}{4}$$
$$p=(-\infty,\frac{-5}{4})$$

كتاب الطالب صفحة 35

29 أجدُ الأعدادَ الصحيحةَ الموجبةَ a,b,c إذا كانَ

$$(ab^c)^3 = 27b^{21}$$

الحل:

$$(ab^c)^3 = 3^3 b^{21}$$

$$(ab^c)^3 = 3^3 b^{21}$$

$$(ab^c)^3 = 3^3 b^{7^3}$$

$$(ab^c)^3 = (3b^7)^3$$

$$ab^c = 3b^7$$

$$a = 3$$
$$c = 7$$

b هو أي عدد صحيح موجب

كتاب الطالب صفحة 35

30 أجـدُ العددَيـنِ اللذَينِ ناتـجُ جمعِ القوة الخامسـة لأحدِهما مَعَ مربعِ العددِ الثاني يساوي 268

الحل:

$$x^5 + y^2 = 268$$

$$x^5 + y^2 = 243 + 25$$

$$x^5 + y^2 = 3^5 + 5^2$$

$$x = 3 \ , \ y = 5$$

كتاب الطالب صفحة 35

31 أُثبتُ أنَّــهُ يمكنُ كتابةُ العددِ 81 علــى صورةِ مجموعِ مربعٍ كاملٍ وإحدى قوى العددِ 5

الحل:

$$81 = 32 + 49$$

$$81 = 2^5 + 7^2$$