

## الإحصاء والاحتمالات

### الوحدة 8

#### نظرة عامة حول الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة حساب مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال)، والمدى، وتحديد المقياس الأنسب منها لوصف بيانات معطاة، وتمثيل البيانات بالساق والورقة والجدول ذي الاتجاهين، واختبار صحة فرضية معطاة اعتماداً على هذه المقاييس. كما سيتعرفون مفهوم الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي، وحساب احتمال وقوع حوادث معطاة.

#### ما أهمية هذه الوحدة؟

لإحصاء أهمية كبيرة في حياتنا، فهو يساعد على تنظيم البيانات وتحليلها، واتخاذ القرارات الصحيحة اعتماداً على البيانات المتاحة. وفي هذه الوحدة سوف نتعلم الكثير حول تمثيل البيانات وتحليلها باستخدام مقاييس النزعة المركزية وكتابة استنتاجات دقيقة.



#### سأتعلم في هذه الوحدة:

- تمثيل البيانات باستخدام الساق والورقة.
- تمثيل البيانات بالجدول ذي الاتجاهين.
- تعرف القيم المتطرفة وتحديد مقياس النزعة المركزية المناسب لوصف البيانات.
- تعرف الاحتمال النظري والتجريبي.

#### تعلمت سابقاً:

- ✓ تمثيل البيانات في جداول تكرارية.
- ✓ حساب الوسط الحسابي.
- ✓ حساب الوسيط والمنوال والمدى.
- ✓ حساب احتمالات الحوادث البسيطة.

126

#### الترابط الرأسي بين الصفوف

#### الصف السادس

- يمثل بيانات (قيماً أو نسباً مئوية) بالرسوم البيانية الدائرية.
- يقرأ بيانات ممثلة بالرسوم البيانية الدائرية ويفسرها، ويحل مسائل عليها.
- يختار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة (أعمدة بيانية، خطوط بيانية، نقاط مجمعة، دوائر بيانية)، ويرسمه.
- يمثل جداول تكرارية بسيطة بأعمدة بيانية.
- يجد الوسيط والمنوال والمدى لجدول تكراري بسيط أو بيانات كمية ممثلة بالأعمدة أو النقاط المجمعة.
- يميز التجربة العشوائية العادلة والتجربة المتحيزة.
- يحدد عناصر الفضاء العيني المرتبطة بحدث معين، ويميز الحادث البسيط والحادث المركب.

#### الصف السابع

- يحسب الوسط الحسابي لبيانات مفردة وبيانات موزعة في جدول تكراري.
- يحسب الوسيط والمنوال والمدى لبيانات مفردة.
- يحدد المقياس الأنسب (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، والمدى) لوصف بيانات معطاة.
- يمثل بيانات معطاة بالساق والورقة والجدول ذي الاتجاهين.
- يختبر صحة فرضية معطاة اعتماداً على: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، والمدى.
- يحسب احتمالات وقوع الحوادث.

#### الصف الثامن

- يفسر أثر تغيير البيانات أو بعضها في مقاييس النزعة المركزية.
- يجد الرُّبُيع الأدنى (المئين 25) والوسيط المئين (50) والرُّبُيع الأعلى (المئين 75) والمدى الرُّبُيعي لبيانات كمية.
- يفهم بنية الصندوق ذي العارضتين، ويستخدمه في تمثيل بيانات كمية وتحديد القيم المتطرفة (Outliers).
- يقرأ بيانات ممثلة بالصندوق ذي العارضتين، ويفسرها، ويحل مسائل عليها.
- يختار التمثيل الأنسب لعرض بيانات كمية (النقاط المجمعة، الصندوق ذا العارضتين، الساق والورقة، الدوائر البيانية).
- يميز الحادثين المنفصلين والمتتامين والمستقلين والحوادث الشاملة.
- يجد احتمال وقوع الحوادث البسيطة والمركبة.

## مشروع الوحدة: أتعرف إلى طلبة مدرستي

**هدف المشروع:** يهدف المشروع إلى تنمية معرفة الطلبة بمقاييس النزعة المركزية والمدى والاحتمالين: النظري، والتجريبي، واستخدام ذلك في تطبيقات حياتية. ويهدف أيضًا إلى تنمية مهارة تصميم الاستبانة، واستخدامها في جمع البيانات وتحليلها؛ لاختبار صحة الفرضيات، وإلى تنمية مهارتي التواصل وحل المشكلات.

### خطوات تنفيذ المشروع

- عرّف الطلبة بالمشروع وبأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- قسّم الطلبة مجموعات تضمّ كل منها مستويات متفاوتة للطلبة، وأكد أهمية التعاون وتوزيع الأدوار والمهام بين أفراد المجموعة.
- وضح للطلبة أهمية تصميم الاستبانة في جمع بيانات المشروع والتقيد بالأسئلة التي ترد فيها. وأكد أهمية تفرغ البيانات التي تُجمع في جدول؛ ليسهل التعامل معها عند البدء باستكمال متطلبات المشروع.
- بعد جمع البيانات وتفرغها، ذكّر الطلبة بالعودة إلى المشروع نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يُطلب إنجازُه ضمن المشروع.
- وضح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع.

### عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع:
  - « بين للطلبة إمكانية استخدام التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع.
  - « ذكّرهم بتبادل نتائج مشروعاتهم في ما بينهم واستكشاف النتائج المشتركة التي توصلوا إليها.
  - « بين لهم ما تعنيه كلمة (مطوية) وأهميتها في تنظيم المعلومات، واعرض أمامهم نموذجًا مناسبًا.



## مشروع الوحدة: أتعرف إلى طلبة مدرستي

4 أمثل البيانات العددية التي حصلتُ عليها باستعمال مخطط الساق والورقة.

5 أمثل البيانات غير العددية التي حصلتُ عليها باستعمال مخطط الأعمدة البيانية أو القطاعات الدائرية.

6 أجد ما يمكن حسابه من المقاييس الإحصائية التي تعلمتها (الوسيط الحسابي، الوسيط، المنوال، المدى) لكل مجموعة بيانات.

7 أكتب فرضيتين وأختبر صحة كل منهما اعتمادًا على البيانات التي جمعتها.

8 أصفُ حادثًا احتمال وقوعه أكيد وآخر احتمال وقوعه مستحيل اعتمادًا على البيانات التي جمعتها.

9 أجد الاحتمال التجريبي لاختيار طالب تطبق عليه إحدى الصفات التي جمعتُ بيانات حولها؛ مثلاً: (احتمال اختيار طالب لون عيون بني).

أستعدّ وزملائي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي سنستعمل فيه ما تعلمناه في هذه الوحدة حول مقاييس النزعة المركزية (الوسيط الحسابي، والوسيط، والمنوال)، والمدى، والاحتمالات؛ لأجمع وأحلل بيانات تتعلق بعينة من طلبة مدرستي.

### خطوات تنفيذ المشروع:

1 أختار ثلاثة أشياء من كل قائمة مما يلي، وأكتب سؤالاً إحصائياً حول كل منها. مثلاً: ما عدد أفراد أسرتك؟ ما لونك المفضل؟

| بيانات عددية                                             | بيانات غير عددية                                     |
|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| الوزن، الطول، العمر، عدد أفراد الأسرة، دخل الأسرة الشهري | لون العيون، الرياضة المفضلة، اللون المفضل، لون الشعر |

2 أصمم استبانة بطريقة جذابة موزّعة مهاراتي الحاسوبية، وأكتب فيها فقرات الأسئلة الإحصائية الست التي أعددتها في الخطوة السابقة، ثم أطبع منها 20 نسخة على الأقل.

3 أطلب إلى 20 طالباً من مدرستي على الأقل الإجابة عن فقرات الاستبانة الست جميعها.

### عرض النتائج:

- أكتب وأقرأ مجموعة تقريراً يلخص خطوات تنفيذ المشروع والنتائج التي توصلنا إليها.
- أعرض وأقرأ أفراداً مجموعتي التمثيلات البيانية أمام الصف، وأبين قيم المقاييس الإحصائية للبيانات.

### أداة تقييم المشروع

| الرقم | المعيار                                                       | 1 | 2 | 3 |
|-------|---------------------------------------------------------------|---|---|---|
| 1     | تضمين أداة جمع البيانات المعلومات المطلوبة كافة.              |   |   |   |
| 2     | تفرغ البيانات وتنظيمها في جدول.                               |   |   |   |
| 3     | استخراج المؤشرات الإحصائية المطلوبة للمشروع استخراجاً صحيحاً. |   |   |   |
| 4     | تنفيذ المشروع في الوقت المحدد.                                |   |   |   |
| 5     | عرض المشروع بطريقة واضحة.                                     |   |   |   |
| 6     | استخدام التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.                       |   |   |   |

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

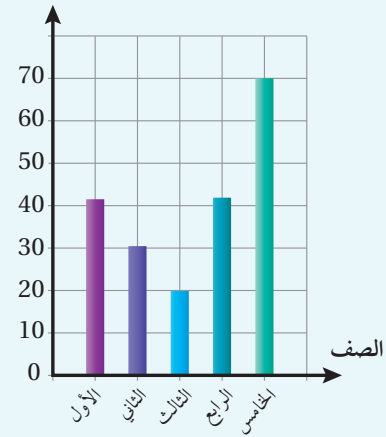
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

## اختبار التهيئة:

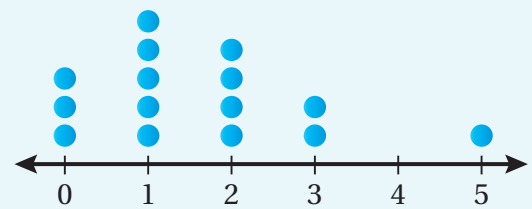
- استعمل اختبار التهيئة؛ لتساعد الطلبة على تذكر المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذه الوحدة.
- اطلب إلى الطلبة حل اختبار التهيئة داخل الصف.
- تجوّل بينهم لمتابعهم في أثناء حل الاختبار؛ لتحديد النقاط التي تحتاج إلى تحسين لديهم، ووجههم للرجوع إلى بند المراجعة حين يواجهون صعوبة في الحل.
- إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في حل المسائل الواردة في الاختبار، فاستعن بالمسائل الإضافية الآتية:

« يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور عدد الطلبة في إحدى المدارس:



- 1 ما عدد طلبة الصف الرابع؟
- 2 ما مجموع الطلبة في المدرسة؟
- 3 كم يزيد عدد طلبة الصف الخامس عن عدد طلبة الصف الثالث؟

« يوضح التمثيل بالنقاط المجاور عدد الساعات التي يقضيها مجموعة من الأشخاص في استخدام الإنترنت يومياً:



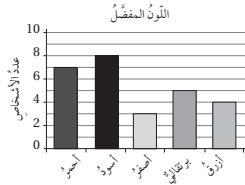
- 4 ما عدد الأفراد الذين يقضون 3 ساعات يومياً في استخدام الإنترنت؟
- 5 ما عدد الأفراد الذين لا يستخدمون الإنترنت؟
- 6 ما مجموع الأفراد الذين يقضون أوقاتاً تزيد عن الساعتين يومياً في استخدام الإنترنت؟

## الإحصاء والاحتمالات

### الوحدة 8

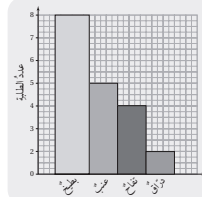
#### أستعدّ لدراسة الوحدة

أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، أستعين بالمراجعة.



يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور اللون المفضل لدى مجموعة من الأشخاص، أعمد التمثيل للإجابة عن الأسئلة الآتية:

- 1 كم شخصاً يفضل اللون الأزرق؟
- 2 ما اللون الأقل تفضيلاً؟
- 3 ما الفرق بين عدد الأشخاص الذين يفضلون اللون الأحمر وعدد الأشخاص الذين يفضلون اللون الأصفر؟



مثال: يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور الفاكهة المفضلة لدى مجموعة من الطلبة، أعمد التمثيل للإجابة عن الأسئلة الآتية:

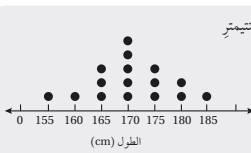
- ما الفاكهة الأقل تفضيلاً لدى الطلبة؟ الدراق
- ما الفرق بين عدد الطلبة الذين يفضلون العنب وعدد الطلبة الذين يفضلون التفاح؟ طالب واحد



يوضح التمثيل بالنقاط المجاور عدد الكتب التي قرأها مجموعة من الطلبة في العطلة الصيفية، أعمد التمثيل للإجابة عن الأسئلة الآتية:

- 1 ما عدد الكتب الأكثر تكراراً في التمثيل؟
- 2 كم طالباً قرأ 7 كتب؟

34



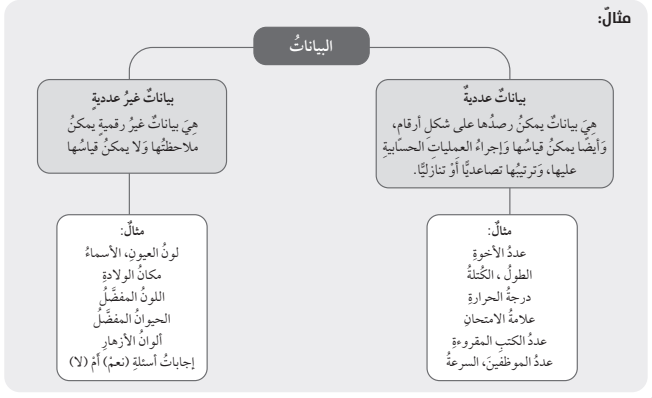
مثال: يوضح التمثيل بالنقاط المجاور أطوال 16 لاعب كرة سلة بالسنتيمتر في مدرسة ثانوية، أجد الطول الأكثر تكراراً في الفريق.

الطول الأكثر تكراراً هو 170 cm

أحدد أي البيانات الآتية عددية وألها غير عددية، مبرراً إجابتي:

- 1 العمر
- 2 الفاكهة المفضلة
- 3 أطوال مجموعة من النباتات
- 4 الرياضة المفضلة
- 5 كمية الأمطار في الأسبوع

مثال:



35



## ملاحظات المعلم

### هدف النشاط:

مراجعة الطلبة المفاهيم الأساسية المرتبطة بتحليل البيانات في جدول.

### إجراءات النشاط:

- اطلب إلى طالبين التنافس في كتابة البيت الشعري الآتي بأجمل خط:
- فكل بلاد جادها العلم أزهرت رباها وصارت تنبت العز لا العشبا
- اطلب إلى باقي طلبة الصف أن ينقسموا مجموعات تحكيم، بحيث ترصد كل مجموعة علامة لكل متسابق، على أن تكون العلامة القصوى 10
- اطلب إلى كل مجموعة تفريغ درجات التحكيم في الجدول الآتي:

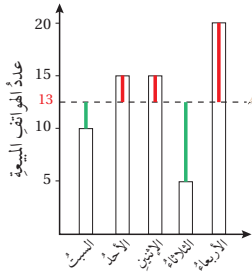
|            | المتسابق الأول | المتسابق الثاني |
|------------|----------------|-----------------|
| المجموعة 1 |                |                 |
| المجموعة 2 |                |                 |
| المجموعة 3 |                |                 |
| المجموعة 4 |                |                 |
| المجموعة 5 |                |                 |
| المجموعة 6 |                |                 |
| المجموعة 7 |                |                 |
| المجموعة 8 |                |                 |

بعد إنهاء المهمة، ناقش الطلبة جماعياً:

- أي المتسابقين ترون أنه الأفضل؟ كيف يمكنكم التحقق من ذلك؟
- ما مجموع الدرجات التي حصل عليها كل متسابق من لجان التحكيم؟
- ابحث عن أعلى درجة وأدنى درجة منحتها لجان التحكيم لكل متسابق، ثم احسب الفارق بينها.
- في رأيكم، أين كانت المجموعات أكثر اتفاقاً، حين إصدار الحكم على المتسابق الأول أم المتسابق الثاني؟

### تنبيه:

قد يخطئ بعض الطلبة بالحكم أن أحد المتسابقين هو الأفضل لحصوله على درجة مرتفعة من إحدى لجان التحكيم لم يحصل عليها المتسابق الآخر.



- أستكشف**
- أأمل التمثيل بالأعمدة المجاور، ثم أجيب:
- (1) أجد مجموع أطوال الخطوط الحمراء، ثم مجموع أطوال الخطوط الخضراء، ماذا ألاحظ؟
- (2) ماذا يمثل ارتفاع الخط المنقط بالنسبة لعدد الهواتف المبيعة؟
- (3) إذا بيع يوم الخميس 50 هاتفًا، ما تأثير ذلك في الخط المنقط؟

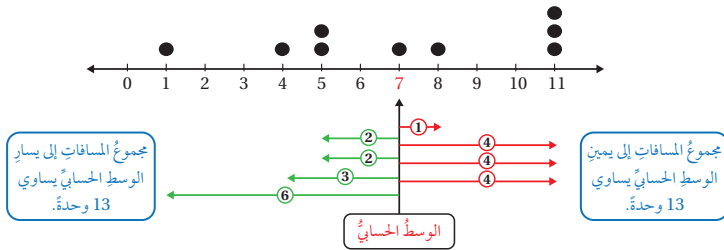
#### فكرة الدرس

أحسب الوسط الحسابي لبيانات مفردة أو منظمة في جداول تكرارية.

#### المصطلحات

مقياس النزعة المركزية، الوسط الحسابي، القيمة المتوسطة.

تسمى القيمة التي تصف مركز البيانات **مقياس نزعة مركزية** (measure of central tendency)، وأكثر مقاييس النزعة المركزية استخدامًا **الوسط الحسابي** (mean)، وهو القيمة التي مجموع المسافات بينها وبين القيم الأكبر منها يساوي مجموع المسافات بينها وبين القيم الأصغر منها. في الشكل أدناه، العدد 7 هو الوسط الحسابي للبيانات.



يمكن إيجاد الوسط الحسابي أيضًا بجمع القيم ثم قسمة الناتج على عددها، ويرمز له بالرمز  $\bar{x}$ ، وتقرأ  $\bar{x}$  بار.

#### مثال 1

أجد الوسط الحسابي للبيانات 18، 19، 3، 23، 22، ثم أرسم مخططاً سهميًا لأبين أن مجموع المسافات بين الوسط الحسابي والقيم الأكبر منه يساوي مجموع المسافات بينه وبين القيم الأصغر منه.

**الخطوة 1** أجد الوسط الحسابي.

$$\bar{x} = \frac{18+19+3+23+22}{5} = \frac{85}{5} = 17$$

أجمع القيم، وأقسّمها على عددها، أبسط

إذن، الوسط الحسابي يساوي 17

**إرشاد:** يمكن تنفيذ النشاط على اللوح عن طريق الرسم إذا تعذر توفير المكعبات.

#### نتائج الدرس:

- يحسب الوسط الحسابي لبيانات مفردة وبيانات منظمة في جدول تكراري.
- يحدد القيمة المتطرفة لبيانات معطاة، ويبين أثرها في حساب الوسط الحسابي.

#### التعلم القبلي:

- ينظم البيانات المفردة في جدول تكراري.
- يمثل البيانات باستخدام مخطط النقاط المجمعة والتمثيل بالأعمدة.
- يستخلص النتائج لبيانات ممثلة بمخطط النقاط المجمعة وبالأعمدة.

#### 1 التهيئة

سئل خمسة طلاب عن عدد الساعات التي يقضونها في استخدام الإنترنت يوميًا، فكانت إجاباتهم على التوالي (4، 2، 3، 5، 1). إذا وزّع العدد الإجمالي بالتساوي على الطلاب الخمسة، فما عدد الساعات التي يقضيها كل طالب في استخدام الإنترنت يوميًا؟

#### خطوات تنفيذ النشاط:

- قسم الطلبة مجموعات، ووزّع عليهم قطعًا من المكعبات؛ لاستخدامها في التعبير عن عدد الساعات التي يقضيها كل طالب في استخدام الإنترنت.
- وجه الطلبة إلى تحريك المكعبات بحيث يكون في كل مجموعة العدد نفسه منها.
- تابع عمل المجموعات، وتأكد من تنفيذ المهمة تنفيذًا صحيحًا.
- اسأل إحدى المجموعات عن النتيجة التي توصلت إليها.
- إذا كانت ردود الطلاب الخمسة عن الساعات التي يقضونها في استخدام الإنترنت يوميًا موزعة بالتساوي، فكم يقضي كل طالب وقتًا في ذلك؟
- افترض أن لدينا طالبًا سادسًا يستخدم الإنترنت يوميًا مدة 3 ساعات، إذا أعدت توزيع المكعبات مرة أخرى، فما عدد المكعبات في كل نموذج؟

- وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (أستكشف)، واسألهم:  
« ما مجموع أطوال الخطوط الحمراء في الشكل؟ 11 »  
« ما مجموع أطوال الخطوط الخضراء في الشكل؟ 11 »  
« هل النقص الحاصل في وصول الأعمدة للخط المنقط يساوي الزيادة في أطوال الأعمدة الأخرى عن الخط المنقط؟ نعم »  
« إذا كانت الأعمدة في الشكل على هيئة مكعبات ستيمتريّة، فهل يمكنك إعادة توزيعها توزيعاً عادلاً لتساوي المبيعات في الأيام جميعها؟ »  
« إذا أعيد توزيع المبيعات على مدار الأيام توزيعاً عادلاً (النصيب المتساوي)، فما عدد المبيعات؟ 13 »
- تقبل إجابات الطلبة جميعها.
- أكد استخدام المصطلحين: التوزيع العادل، والنصيب المتساوي، في أثناء تقديمك فقرة (أستكشف)؛ لربطه فيما بعد بالوسط الحسابي.

## مثال 1

- قدم مفهوم الوسط الحسابي للطلبة، وبين لهم أن الوسط الحسابي يمثل النقطة التي يتساوى عندها مجموع القيم التي تقل عن الوسط الحسابي مع مجموع القيم التي تزيد عن الوسط الحسابي.
- استخدم المخطط السهمي لتوضيح مفهوم الوسط الحسابي.
- بين للطلبة أن الوسط الحسابي يوصف في بعض الأحيان بنقطة التوازن، ووضح لهم ذلك عن طريق بيانات المثال.

## تنبيه:

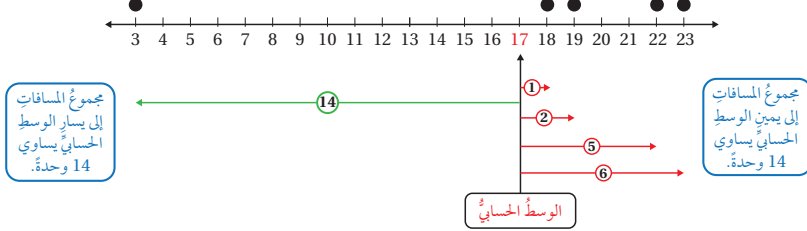
نبّه الطلبة إلى أنه عند احتساب قيمة الوسط الحسابي لمجموعة من البيانات من بينها القيمة (0) فيجب أن تُحسب هذه القيمة في إجمالي عدد البيانات.

## التقويم التكويني:

اطلب إلى الطلبة حل تدريب (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال. اختر بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وناقشها مع الطلبة على اللوح من دون التعرض لاسم صاحب الحل أمام الطلبة؛ تجنباً لإحراجهم.

الخطوة 2

أرسم مخططاً سهماً.  
عند تمثيل البيانات بالنقاط ألاحظ أن مجموع المسافات بين العدد 17 والقيم الأكبر منه يساوي 14،  
ومجموع المسافات أيضاً بين العدد 17 والقيمة الأصغر منه يساوي 14 مثلاً في الشكل أدناه.



أتحقق من فهمي:

أجد الوسط الحسابي للبيانات 45, 52, 40, 39, 41, 50, 48، ثم أرسم مخططاً سهماً لأبين أن مجموع المسافات بين الوسط الحسابي والقيم الأكبر منه يساوي مجموع المسافات بينه وبين القيم الأصغر منه. انظر الهامش

تسمى القيمة الأكبر بكثير أو الأصغر بكثير من بقية البيانات قيمة متطرفة (extreme value). ألاحظ في المثال السابق أن العدد 3 أصغر كثيراً من بقية البيانات؛ إذن، فهو قيمة متطرفة. ألاحظ أيضاً أن العدد 3 أدى إلى إزاحة الوسط الحسابي نحوه (إلى اليسار) بعيداً عن معظم القيم. إذن، فوجود القيم المتطرفة يؤثر في الوسط الحسابي، ويجعله أقل دقة عند وصف مركز البيانات.

مثال 2

أحدد القيمة المتطرفة في كل مجموعة بيانات مما يأتي، وأصف أثرها في الوسط الحسابي:

1 93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99

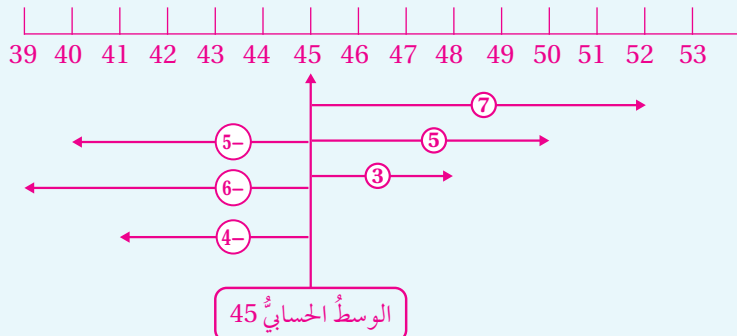
القيمة 43 أصغر بكثير من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسحبها نحوها (لأسفل) بحيث تصبح أقل من معظم القيم.

2  $8\frac{1}{2}$ ,  $6\frac{5}{8}$ ,  $3\frac{1}{8}$ ,  $5\frac{3}{4}$ ,  $6\frac{5}{8}$ ,  $5\frac{5}{8}$ ,  $19\frac{1}{2}$ ,  $4\frac{7}{8}$

القيمة  $19\frac{1}{2}$  أكبر بكثير من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسحبها نحوها (لأعلى) بحيث تصبح أعلى من معظم القيم.

إجابات (أتحقق من فهمي 1):

45



- قدم مفهوم القيمة المتطرفة على أنها القيمة الأصغر بكثير أو الأكبر بكثير من باقي البيانات.
- وضح للطلبة القيم المتطرفة في المسألتين (1) (2)، واطلب إليهم حساب الوسط الحسابي مرتين، إحداها بوجود القيمة المتطرفة والأخرى بعدم وجودها، ثم ملاحظة التأثير الحاصل في الوسط الحسابي.
- بين للطلبة أنه إذا كانت القيمة المتطرفة أصغر بكثير من باقي القيم فإنها ستسحب الوسط الحسابي للأسفل، وإذا كانت أكبر بكثير من باقي القيم فإنها ستسحب الوسط الحسابي للأعلى.
- بين لهم أن دخول القيم جميعها في حساب الوسط الحسابي هو سبب تأثره بالقيم المتطرفة.
- بين لهم أيضاً أن التأثير بالقيم المتطرفة من عيوب الوسط الحسابي.

تنبيه:

قد يحتاج الطلبة عند حلّ الفرع الثاني من المثال إلى التذكير بتحويل العدد الكسري إلى كسر، وإلى التذكير بالعمليات الحسابية على الكسور.

**توسعة:** وجه الطلبة إلى تقديم مثال لبيانات تضم قيمتين متطرفتين، إحداها أصغر من بقية القيم، والأخرى أكبر من بقية القيم، ودراسة تأثيرها في حساب الوسط الحسابي.

### مثال 3: من الحياة

- قدم مفهوم حساب الوسط الحسابي للبيانات المنظمة في جدول تكراري.
- اطرح الأسئلة الآتية على الطلبة؛ للتحقق من معرفتهم باستخلاص البيانات من الجدول التكراري:
  - « ما عدد الطلبة الذين مقاس حذائهم 32؟ (3) »
  - « ما عدد الطلبة الذين يقل مقاس حذائهم عن المقاس 34؟ (5) »
- اطلب إلى الطلبة تحويل البيانات في الجدول التكراري إلى بيانات مفردة.
- اطلب إليهم حساب الوسط الحسابي لتلك القيم.
- وجه الطلبة لاستخدام الطريقة الثانية في الحل، بإضافة عمود للجدول يكتب فيه نتيجة ضرب كل قيمة في تكرارها، وإضافة صف لإيجاد المجاميع.
- اسأل الطلبة: هل اختلفت الإجابة في الطريقتين؟
- أسألهم: أيّ الطريقتين تفضلون؟ قدموا تبريرات لإجاباتكم.
- بين لهم أهمية عامل الوقت في الاختبارات التي يتطلب حلها في وقت محدد، وأن عليهم تعلّم الطرائق الأسرع في الحل.
- شجّعهم على الاطلاع على نماذج لاختبارات أولمبياد الرياضيات.

**توسعة:** اطلب إلى الطلبة حساب الوسط الحسابي عن طريق تمثيل بياني.

### أتتحقّق من فهمي:

3 43, 37, 35, 30, 41, 23, 33, 31, 82, 21  
82 قيمة متطرفة تسحب الوسط الحسابي للأعلى

4 68, 55, 70, 6, 71, 58, 81, 82, 63, 79  
6 قيمة متطرفة تسحب الوسط الحسابي للأسفل

يمكن أيضاً حساب الوسط الحسابي للبيانات المنظمة في جداول تكرارية.

### مثال 3: من الحياة

سأل أسس 10 طلاب في ساحة المدرسة عن مقاس أحذيتهم، ونظّم البيانات في الجدول التكراري المجاور. أجد الوسط الحسابي لهذه البيانات.

| مقاس الحذاء | التكرار |
|-------------|---------|
| 30          | 2       |
| 32          | 3       |
| 34          | 1       |
| 36          | 4       |

#### الطريقة 1:

أجد مجموع القيم بتكرار جمع كل منها بحسب التكرار المعطى في الجدول، ثم أقسم الناتج على عدد القيم (مجموع التكرارات).

$$\bar{x} = \frac{30 + 30 + 32 + 32 + 32 + 34 + 36 + 36 + 36 + 36}{10} = \frac{334}{10} = 33.4$$

إذن، الوسط الحسابي يساوي 33.4

#### الطريقة 2:

يمكن إيجاد مجموع القيم بضرب كل منها في تكرارها. أضيف إلى الجدول عموداً لأكتب فيه نواتج الضرب وصفاً لأكتب فيه المجموع.

| المقاس  | التكرار | التكرار × المقاس |
|---------|---------|------------------|
| 30      | 2       | 30 × 2 = 60      |
| 32      | 3       | 32 × 3 = 96      |
| 34      | 1       | 34 × 1 = 34      |
| 36      | 4       | 36 × 4 = 144     |
| المجموع | 10      | 334              |

أقسم مجموع نواتج الضرب على

$$\bar{x} = \frac{334}{10} = 33.4$$

مجموع التكرارات

إذن، الوسط الحسابي يساوي 33.4، وهي القيمة نفسها التي حصلت عليها في الطريقة الأولى.

## الوحدة 8

| عدد أفراد الأسرة | التكرار |
|------------------|---------|
| 3                | 1       |
| 4                | 3       |
| 5                | 5       |
| 6                | 4       |
| 7                | 3       |

### أتتحقق من فهمي:

سألت سارة 16 طالبة في الصف السابع عن عدد أفراد أسرة كلٍ مِنْهُنَّ، ونظمت البيانات في الجدول التكراري المجاور. أجد الوسط الحسابي لهذه البيانات.

5.31

إذا علمت قيمة الوسط الحسابي فإنه يمكن استعمالها لحساب قيمة مجهولة في البيانات.



### مثال 4: من الحياة

نقود: لدى باسمة 6 قطع نقدية دائرية من بلدانٍ مُتنوعة. إذا كانت أقطار 5 من هذه القطع بالسنتيمترات 2.9, 5.1, 3.1, 4.9, 2.4 والوسط الحسابي لأقطار القطع النقدية الستة معاً يساوي 3.5 cm، فما قطر القطعة النقدية السادسة؟

الخطوة 1 أجد مجموع أقطار القطع النقدية الستة بضرب الوسط الحسابي في عدد القطع النقدية جميعها.

$$3.5 \times 6 = 21 \text{ cm}$$

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2.4 | 4.9 | 3.1 | 5.1 | 2.9 | ?   |
| 21  |     |     |     |     |     |
| 3.5 | 3.5 | 3.5 | 3.5 | 3.5 | 3.5 |

الخطوة 2 أطرح مجموع أقطار القطع النقدية الخمسة المعلومة من المجموع الذي حصلت عليه في الخطوة السابقة.

$$21 - (2.4 + 4.9 + 3.1 + 5.1 + 2.9) = 2.6$$

إذن، طول القطعة النقدية السادسة يساوي 2.6 cm

### أتتحقق من فهمي:

تتكون عائلة سعد من 8 أشخاص، والوسط الحسابي لأطوالهم جميعاً يساوي 150 cm، إذا كانت أطوال 7 أشخاص من العائلة بالسنتيمترات هي 170, 186, 114, 96, 178, 143, 135، فما طول الشخص الثامن؟

178 cm

## مثال 4: من الحياة

- يبين للطلبة إمكان حساب قيم مجهولة عن طريق معرفتهم بقيم الوسط الحسابي.
- أسألهم: هل حاصل ضرب الوسط الحسابي بعدد القيم يساوي مجموع القيم؟
- بعد تلقي الإجابات من الطلبة:

« اعرض لهم مفهوم الوسط الحسابي على اللوح لاستنتاج العلاقة بين مجموع القيم وحاصل ضرب الوسط الحسابي بعددها.

« بعد توضيح العلاقة، قدم المسألة، واطلب إلى الطلبة حلها.

**توسعة:** وجه الطلبة إلى حساب القيمة المفقودة بكتابة معادلة خطية وحلها.

## أُتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (أُتدرب وأحلّ المسائل)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فاختر طالبًا تمكّن من حلّها ليعرض حله على اللوح.

## تنبيه:

قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المسألتين 4-5 إلى التذكير بجمع الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية، وطرحها.

## مهارات التفكير العليا

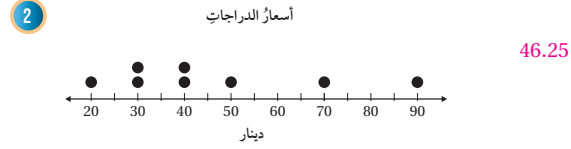
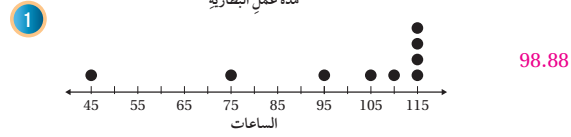
- وجه الطلبة إلى فقرة (مهارات التفكير العليا)، واطلب إليهم حل المسائل 9-13.

## الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا، لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصّة بحسب ما يقدم من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

## أُتدرب وأحلّ المسائل

أجدّ الوسط الحسابي لكل مجموعة بياناتٍ ممّا يأتي، ثمّ أرسم مخططًا لإبين أنّ مجموع المسافات بين الوسط الحسابي والقيم الأكبر منه يساوي مجموع المسافات بينه وبين القيم الأصغر منه:



أحدّد القيمة المتطرفة في كل مجموعة بياناتٍ ممّا يأتي، وأصف أثرها في الوسط الحسابي:

- 3 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100  
(22) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للأسفل
- 4 -15, 13, -7, -9, -11, -13, -14, -14  
(13) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للأعلى
- 5 1.2, 2.3, -0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2  
(7.9) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للأعلى

| عدد الأسماك | التكرار |
|-------------|---------|
| 18          | 15      |
| 19          | 9       |
| 20          | 3       |
| 21          | 4       |
| 22          | 13      |
| 23          | 6       |

6 يبين الجدول التكراري المجاور عدد أسماك الزينة في 50 حوضًا زجاجيًا معروضة للبيع في أحد المعارض. أجدّ الوسط الحسابي لعدد الأسماك في الأحواض الزجاجية.

20.18

7 إذا كان الوسط الحسابي للقيم 145, 149, 142, 161 يساوي 145، فأجدّ قيمة  $\Delta$ .

8 إذا كان الوسط الحسابي للقيم 14, 32, 77, 17, -52 يساوي 11، فأجدّ قيمة  $\square$ .

12

## معلومة

متحف الأحياء البحرية في مدينة العقبة مقصد سياحي لعشاق التأمل والاستكشاف؛ لما يُعرض فيه من كنوز البحر الأحمر.



أكتشف الخطأ: يعمل خالد مهندساً، وقد أحصى عدد الحفر في عدد من الشوارع الفرعية، ونظمها في الجدول التكراري الآتي:

| عدد الحفر في الشارع | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------------|---|---|---|---|---|
| التكرار             | 5 | 8 | 6 | 3 | 5 |

ثم حسب خالد الوسط الحسابي لعدد الحفر في الشوارع على النحو الآتي:

$$5 + 8 + 6 + 3 + 5 = 27$$

إذن، الوسط الحسابي يساوي  $\frac{27}{5}$

(لا): لأنه لم يتم بايجاد مجموع الحفر بالشوارع  
هل إجابة خالد صحيحة؟ أبرز إجابتي. **بجمع كل منها بحسب التكرار المعطى بالجدول**

- أكتب تعليمات واضحة يمكن أن يستعملها خالد لإيجاد الوسط الحسابي بشكل صحيح.
- أجد مجموع القيم بضرب كل منها في تكرارها
- أضف عاموداً للجدول لكتب فيه نواتج الضرب وصفا لاكتب فيه المجموع
- أقسم مجموع نواتج الضرب على مجموع التكرارات

عدد الأهداف التي أحرزها فريق كرة القدم في 25 مباراة

| عدد الأهداف | التكرار |
|-------------|---------|
| 0           | 4       |
| 1           | 7       |
| 2           | 6       |
| 3           | 3       |
| 4           | 3       |
| 5           | 1       |
| المجموع     | 25      |

الوسط الحسابي لعدد الأهداف يساوي 1.88

أكتشف الخطأ: لم يحضر هيثم حصّة الرياضيات؛ لأنّه ذهب ليمثّل المدرسة في المسابقة العلمية، لكنّه نسّخ دفتر زميله. في اليوم التالي شاهد المعلم دفتر هيثم، فأخبره أنّه أخطأ في نسّخ أحد أعداد الجدول المجاور، لكنّ العددين 25 و 1.88 صحيحان. ما العدد الذي أخطأ هيثم في نسّخه؟ أبرز إجابتي.

انظر الهامش  
تحدّ: إذا كان الوسط الحسابي لعددين يساوي 3، والوسط الحسابي لثلاثة أعداد أخرى يساوي 7، أجد الوسط الحسابي للأعداد الخمسة معاً. أبرز إجابتي. **انظر الهامش**

أكتب: كيف أجد الوسط الحسابي لبيانات ممثلة في جدول تكراري؟  
إجابات متعددة

#### مهارات التفكير العليا

#### معلومة

تتكوّن حُفَر الشوارع نتيجة الماء الموجود في التربة التي أسفل الشارع، حيث تُجهد حركة المرور فوق المنطقة التي تحته تربة مبتلة سطح الأسفلت وتكسره.

#### إرشاد

أجد أولاً مجموع تكرارات عدد الأهداف باستعمال القيمتين اللتين أعلم أنّهما صحيحتان.

#### البحث وحل المسائل :

- اطرح السؤال الآتي على الطلبة: إذا كان الوسط الحسابي للأجر الشهري لـ 10 عمال في أحد المصانع هو 500 دينار، فأجب عما يأتي:
- « ما الوسط الحسابي لأجور العمال عند منح كل عامل علاوة قدرها 25 ديناراً؟
- « كم يصبح الوسط الحسابي للأجور إذا منح عامل واحد فقط علاوة قدرها 100 دينار؟
- « إذا قرّر المصنع مضاعفة الأجور للعمال جميعاً، فكم يصبح الوسط الحسابي؟

#### نشاط التكنولوجيا

- شجع الطلبة على الدخول إلى الرابط أدناه في المنزل والاستمتاع باللعبة؛ لتعزيز مهاراتهم في حساب الوسط الحسابي:

<https://www.mathsisfun.com/data/mean-machine.html>

#### تنبيه:

اللعبة الموجودة على الرابط تشتمل على مصطلحات باللغة الإنجليزية؛ وضح للطلبة معنى كل مصطلح لتسهيل تعاملهم معها.

#### إجابات (تدرب وأحل المسائل):

(11) أجد مجموع الاهداف :

$$1.88 \times 25 = 47$$

أجد مجموع الاهداف من الجدول:

$$(0 \times 4) + (1 \times 7) + (2 \times 6) + (3 \times 3) + (4 \times 3) + (5 \times 1) = 45$$

إذن هنالك خطأ في رصد هدفين  $47 - 45 = 2$  لذلك هنالك خطأ في التكرار الذي يقابل عدد الاهداف 2 والصحيح ان يكون التكرار 7 بدلا من 6

(12) مجموع العددين:  $2 \times 3 = 6$

مجموع الاعداد الثلاثة:  $3 \times 7 = 21$

$$\bar{x} = \frac{21+6}{5} = 25.2$$

الوسط الحسابي للاعداد الخمسة

#### الختام

- وجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، واطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط والمتدني حل سؤال على ذلك.

## نتائج الدرس:

- يحسب الوسيط والمِنوال والمدى لبيانات معطاة.
- يحدد المقياس الأنسب من مقياس النزعة المركزية والمدى لوصف بيانات معطاة.

## التعلم القبلي:

- يتعرف أنواع البيانات (بيانات عددية، بيانات غير عددية).
- يستخلص النتائج من بيانات ممثلة بمخطط النقاط المجمعة وبالأعمدة.
- يقارن بين الأعداد، ويرتبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً.
- يُجري العمليات الحسابية على الكسور العشرية الاعتيادية.

## التهيئة

1

- استخدم ورقة المصادر (1): عائلات
- اعرض البطاقات بعد قصّها من ورقة المصادر على اللوح، واطلب إلى طالب ترتيب بطاقات كل عائلة بحسب العمر ترتيباً تنازلياً.
- بعد ترتيب البطاقات وجّه للطلبة الأسئلة الآتية:
  - « ما الوسط الحسابي لأعمار الأطفال لكل عائلة من العائلات الثلاث؟ (عائلة أحمد: 7)، (عائلة سلطان: 10)، (عائلة عمر: 4)
  - « من الطفل الأوسط في كل عائلة؟ (عائلة أحمد: خالد ذو السنوات الخمس)، (عائلة سلطان: هبة ذات السنوات الست)، (عائلة عمر: خلود ذات السنوات الأربع)
  - « ما الاسم الأكثر تداولاً بين الأطفال في العائلات الثلاث؟ (محمد)
  - « ما أكبر عُمر وأصغر عُمر في عائلة أحمد؟ (أكبر عمر 15، أصغر عمر 2)
  - « في أي العائلات تبدو أعمار الأطفال أكثر تقارباً؟ في عائلة عمر

## أستكشف



تمثل الأعداد الآتية كتّل غزلانٍ الريم في حديقة حيوانات:

38, 22, 41, 29, 36, 40, 33

(1) ما الكتلة التي تتوسط البيانات؟

(2) ما عدد الكتل الأكبر منها؟

## فكرة الدرس

أحسب الوسيط والمِنوال والمدى، وأحدد المقياس الأنسب لوصف البيانات.

## المصطلحات

الوسيط، المِنوال، المدى

تعلمت في الدرس السابق الوسط الحسابي وكيفية استعماله لوصف مركز البيانات، ويمكن أيضاً وصف مركز البيانات باستعمال الوسيط (median)، وهو العدد الأوسط في البيانات المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً عندما يكون عددها فردياً، أو هو الوسط الحسابي للعددين الأوسطين عندما يكون عددها زوجياً.

## أمثلة

هل يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة؟

عدد البيانات زوجي

2, 2, 3, 5, 9, 11, 12, 15

الوسيط هو  $\frac{5+9}{2} = 7$

عدد البيانات فردي

1, 3, 3, 6, 7, 8, 9

الوسيط يساوي 6

يمكن أيضاً وصف مركز البيانات باستعمال المِنوال (mode)، وهو القيمة الأكثر تكراراً في البيانات.

## مثال 1: من الحياة

الرفق بالحيوان: يبين الجدول المجاور عدد الحيوانات المريضة التي عالجتها جمعية لرعاية الحيوانات في 8 أشهر. أجد الوسيط والمِنوال لهذه البيانات.

لحساب الوسيط أتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: أرتب البيانات تصاعدياً.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

- تقبل إجابات الطلبة جميعاً، واحرص على مناقشة الإجابات خارج مفهوم الوسيط والمِنوال حين سؤالك عن الطفل الأوسط والاسم الأكثر تداولاً.

- عند مناقشة إجابة السؤال المتعلق بالطفل الأوسط، تذكر أن تسأل عن عدد الأطفال الذين هم أصغر منه عُمرًا وعدد الأطفال الذين هم أكبر منه عُمرًا.

- وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (أستكشف)، واسألهم:  
« ما المحمية الطبيعية في الأردن التي تتواجد فيها الغزلان؟ محمية الشومري »  
« ما الكتلة الوسطى بحسب البيانات؟ (36) »  
« ما عدد القيم التي تقع تحت الكتلة الوسطى؟ (3) »  
« ما عدد القيم التي تقع فوق الكتلة الوسطى؟ (3) »  
• ناقش إجابات الطلبة خارج سياق الرياضيات (استخدم كلمة تتوسط البيانات بدلاً من الوسيط).

### المفاهيم العابرة للمواد

أكد المفاهيم العابرة للمواد أينما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في سؤال (أستكشف) عزز وعي الطلبة بأهمية المحميات الطبيعية في الحفاظ على الأنواع المختلفة من الحيوانات من الانقراض؛ للحفاظ على التوازن البيئي.

### التدريس

### 3

#### مثال 1

- قدم مفهوم الوسيط على أنه قيمة واحدة مثلما الوسط الحسابي، وأنه يستخدم لوصف مركز بيانات عددية.
- وضح للطلبة كيفية تحديد الوسيط لعدد فردي ولعدد زوجي من البيانات.
- قدم مفهوم المنوال على أنه يمثل قيمة واحدة أو أكثر، تستخدم للتعبير عن القيمة أو القيم الأكثر تكراراً أو شيوعاً بين مجموعة من البيانات التي قد تكون عددية أو غير عددية.
- وجه الطلبة إلى المقارنة بين الوسيط والوسط الحسابي والمنوال من حيث التأثير بالقيم المتطرفة حين حساب الوسيط والمنوال في المثال، مشيراً إلى العدد 94 وسؤالهم على وجه التحديد: هل دخلت القيمة (94) في حساب الوسيط؟ هل تدخل القيمة 94 في حساب الوسط الحسابي؟ هل تدخل هذه القيمة في حساب المنوال؟

**تنبيه:** عند إيجاد الوسيط قد ينسى الطلبة إعادة ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً؛ لذا اطلب إليهم بيان سبب أهمية الترتيب في حساب الوسيط.

**تنبيه:** قد لا يدرك بعض الطلبة إمكانية أن يكون هنالك أكثر من منوال للبيانات؛ لذا حاول أن تقدم مثالاً لبيانات لها أكثر من منوال.

**توسعة:** قدم مجموعة مختلفة من البيانات مثل: العمر، ولون العيون، والوزن، والجنس، والطول، والأسماء. واطلب إليهم تحديد ما يمكن حسابه لها من بين مقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال.

### التقويم التكويني

- اطلب إلى الطلبة حل تدريب (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال. اختر بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وناقشها على اللوح من دون التعرض لاسم صاحب الحل أمام الطلبة؛ تجنباً لإحراجهم.

## الوحدة 8

### الخطوة 2 أوجد موقع الوسيط.

بما أن عدد البيانات زوجي فإن الوسيط يقع بين العددين الأوسطين. أوجد العددين الأوسطين، ثم أحسب الوسط الحسابي لهما.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

$$\frac{44 + 47}{2} = 45.5$$

إذن، الوسيط يساوي 45.5

لإيجاد المنوال، أوجد القيمة الأكثر تكرارًا وهي 38. إذن، المنوال يساوي 38

### تحقق من فهمي:

تمثل البيانات الآتية عدد الشعرات الحرارية في عدد من حبات الفاكهة. أجد الوسيط والمنوال لهذه البيانات.

الوسيط (45.5)، المنوال (38) 38, 50, 44, 29, 94, 56, 38, 47

معلوم أن الوسيط الحسابي والوسيط والمنوال مقياس نزع مركزي تصف مركز البيانات بطرائق مختلفة، إلا أنها لا تقدم أي معلومة حول تشتت البيانات وتباينها. ولقياس مقدار تشتت البيانات وتباينها نستعمل المدى (range) وهو يساوي الفرق بين أكبر قيم البيانات وأصغرها. وتدل القيمة الكبيرة للمدى على أن البيانات متباعدة، أما القيمة الصغيرة له فتدل على أن البيانات قريبة من بعضها بعضًا.

### مثال 2: من الحياة

يبين الجدول المجاور كتل الأطفال الذين ولدوا في أحد المستشفيات يومي الثلاثاء والأربعاء بالكيلوغرام. أجد مدى كتل المواليد في كل يوم، ثم أجد اليوم الذي كانت فيه كتل المواليد أكثر تجانسًا.

| الأربعاء    | الثلاثاء    |
|-------------|-------------|
| 4.8 3.8 2.7 | 4.6 3.8 2.8 |
| 4.2 1.9 3.1 | 3.9 3.5 3.3 |
| 3.1 3.9     | 2.9 4.1     |

الثلاثاء: أكبر قيم البيانات هي 4.6، وأصغر القيم هي 2.9، إذن، المدى هو:  $4.6 - 2.9 = 1.7$

الأربعاء: أكبر قيم البيانات هي 4.8، وأصغر القيم هي 1.9، إذن، المدى هو:  $4.8 - 1.9 = 2.9$

إذن، كتل الأطفال الذين ولدوا يوم الثلاثاء أكثر تجانسًا لأن قيمة المدى لكتلتهم أقل.

المدى للمحل الأول (117)، المدى للمحل الثاني (55)، إذن

### تحقق من فهمي:

المحل الثاني الأسعار فيه أكثر تجانسًا.

يبين الجدول المجاور أسعار عبوات عطور بالدينار في محلين مختلفين. أجد مدى أسعار عبوات العطور في كل محل، ثم أجد المحل الذي فيه أسعار عبوات العطور أكثر تجانسًا.

| المحل الأول | المحل الثاني |
|-------------|--------------|
| 88 44 55    | 78 45 50     |
| 23 40 140   | 95 65 61     |
| 50 35       | 40 75        |

## مثال 2: من الحياة

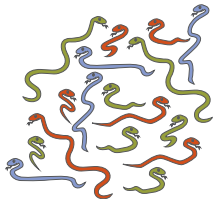
- بين للطلبة أن مقياس النزعة المركزية تصف تجمع أو تمركز البيانات حول قيمة معينة، في حين أن المدى يصف تشتت القيم وتباعدها عن بعضها بعضًا.
- بين لهم مدلول قيمة المدى كمؤشر لوصف تجانس البيانات أو تشتتها، وأن القيمة كلما زادت دل ذلك على تشتت البيانات، وكلما قلت دل ذلك على تجانس البيانات وتقاربها.
- ناقش حل المثال (2) على اللوح مع الطلبة للحكم على أي الأيام كانت فيه كتل المواليد أكثر تجانسًا.

**تنبيه:** قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المثال إلى التذكير بجمع الأعداد العشرية وطرحها، ومقارنتها.

**توسعة:** وجه الطلبة إلى حساب مقياس النزعة المركزية والمدى عن طريق التمثيل البياني.

في بعض الأحيان يكون استخدام أحد المقاييس مناسباً أكثر من استخدام المقاييس الأخرى، وذلك بحسب نوع البيانات (عددية أو غير عددية) أو بحسب تباعدها واحتوائها على قيم متطرفة.

### مثال 3



أحد ما إذا كان يجب استعمال الوسط الحسابي أو الوسيط أو المتوسط في كل من المواقف الآتية:

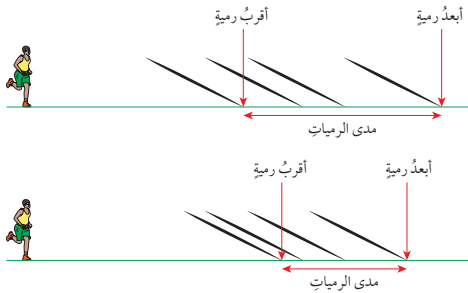
1 تحديد لون الأفعى السامة الأكثر شيوعاً:

ألوان الأفعى بيانات غير عددية، لذلك لا يمكن وصفها باستعمال الوسط الحسابي أو الوسيط أو المدى. إذن، المقياس الوحيد الذي يمكن استعماله لوصف هذه البيانات هو المتوسط. منوال هذه البيانات هو اللون الأخضر؛ لأنه الأكثر تكراراً.

2 تحديد الرياضي الذي رميته أكثر تجانساً

في لعبة رمي الرمح:

الرميات القريبة من بعضها بعضاً هي الأكثر تجانساً. استعمال المدى لأحد مقدار تباعد الرميات.



3 وصف مركز القيم في الشكل الآتي والتي تمثل رواتب عشرة موظفين، أحدهم مدير:



تحتوي البيانات قيمة متطرفة إلى أقصى اليمين، ويبدو أنها راتب المدير. إذن، استعمال الوسيط أنسب في هذه الحالة من استعمال الوسط الحسابي؛ لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة.

### أتعلم

يمكن استعمال كلمة المتوسط للدلالة على مقياس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، والوسيط، والمتوسط).

✓ **أتتحقق من فهمي:**

4 تريد مريم أن تعرف متوسط لون العيون في صفها. **المنوال**

5 يريد ريان إيجاد مركز القيم الآتية التي تمثل درجات زملائه في امتحان مادة العلوم:

الوسط الحسابي 15 18 15 12 15 17 14 15 15

• وضع للطلبة خصائص كل مقياس من مقاييس النزعة المركزية والمدى، والحالات التي يفضل فيها استخدام مقياس على آخر معتمداً على معيار نوع البيانات (عددية، غير عددية)، وتباعد البيانات أو تقاربها.

• ناقش مع الطلبة حل مثال (3) على اللوح؛ لتوضيح سبب اختيار الإحصائي المقياس الأنسب مع المواقف الواردة في كل بند من بنود المثال.

**توسعة:** وجه الطلبة إلى إكمال الخريطة المفاهيمية التي توضح استخدامات المؤشرات الإحصائية التي تعلموها والواردة في ورقة المصادر رقم (2).

### تحذير:

- قد لا يميز الطلبة بين استخدام الوسط الحسابي أو الوسيط مع الموقف في البند 3؛ لذا اطلب إليهم الانتباه للقيم المتطرفة في البيانات قبل إصدار الحكم.
- وجه الطلبة إلى أن ترتيب البيانات مهم لحساب الوسيط، ولكنه غير مهم لحساب الوسط الحسابي والمتوسط والمدى.

## أُتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (أُتدرب وأحلّ المسائل)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة فاختر طالبًا تمكّن من حل المسألة ليعرض حلّه على اللوح.

**تنبيه:** قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المسائل 1-4 إلى التذكير بالعمليات الحسابية على الأعداد العشرية ومقارنتها.

## مسائل مهارات التفكير

- وجه الطلبة إلى فقرة (مهارات التفكير العليا)، واطلب إليهم حل المسائل 13-17

## الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا، لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

## أُتدرب وأحلّ المسائل

طقس: قاست شروقي كمية هطول الأمطار في حديقة منزلها خلال 14 يومًا من شهر كانون الأول، وسجلت القيم كما يأتي:

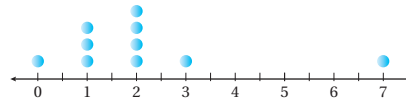
|        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1.5 cm | 3.9 cm | 0.0 cm | 0.7 cm | 0.0 cm |
| 5.9 cm | 2.4 cm | 3.4 cm | 4.7 cm | 0.0 cm |
| 2.1 cm | 4.5 cm | 1.7 mm | 3.1 cm |        |

أجد:

|      |        |      |                |   |         |     |       |
|------|--------|------|----------------|---|---------|-----|-------|
| 1    | الوسيط | 2    | الوسيط الحسابي | 3 | الونوال | 4   | المدى |
| 2.25 |        | 2.42 |                | 0 |         | 5.9 |       |

أسرة: سألت أسماء بعض طالبات صفها عن عدد إخوانهن، ثم مثّلت الإجابات كما في الشكل أدناه. أجد الوسيط والوسيط الحسابي، ثم أحدد أيهما أفضل لوصف مركز هذه البيانات.

عدد الأخوة الذكور



عبدالله وكنان سباحان يتنافسان دائمًا في البطولات، ويبيّن الجدول الآتي ملخصًا للنتائج التي أحرزها في آخر 10 بطولات. بناءً عليه، أكمل الجمل الآتية:

|         | المدى (بالتواني) | الوسيط (بالتواني) |
|---------|------------------|-------------------|
| عبدالله | 3.9              | 72.3              |
| كنان    | 7.2              | 71.6              |

عبدالله

كنان

6 ..... أسرع بالمتوسط من .....

7 النتائج التي يحرزها ..... عبدالله ..... منسجمة أكثر من النتائج التي يحرزها ..... كنان .....

## البحث وحل المسائل :

لديك خمس بطاقات مكتوب في كل منها رقم ضمن منزلة الأحاد، جد القيم المحتملة للأرقام المدونة على البطاقات إذا علمت أن قيمة الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال = المدى (ملاحظة: يسمح بالتكرار).

- اسأل الطلبة إن كان هنالك حلّ وحيد فقط أو أكثر من حلّ.
- قدم بعض الحلول (2.5,5,5,5,7.5) (3, 4, 5,5,8)

## نشاط التكنولوجيا:

- شجع الطلبة على استخدام برمجية CODAP (Common Online Data Analysis Platform)، فهي مجانية وسهلة الاستخدام، ويمكن استخدامها على الإنترنت من دون الحاجة إلى تثبيت من الرابط:

<https://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html>

فعن طريقها يتمكن الطالب من حساب المؤشرات الإحصائية التي تعلمها، وذلك باتباع الخطوات الموضحة بورقة المصادر (3): خطوات استخدام برمجية CODAP

## تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات العددية التي جمعت للمشروع وحلّ البند رقم (6).

- وجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم تحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات. يمكنك عمل خريطة ذهنية، وعرضها على اللوح أمام الطلبة.

أحدّد ما إذا كان يجب استعمال الوسط الحسابي أم الوسيط أم المنوال أم المدى في كلّ من المواقف الآتية:

8 تريد منار أن تجد مركز القيم الآتية والتي تمثل أعمار 7 من أفراد عائلتها:

الوسيط 12 34 25 18 32 88 5

9 يريد معلم الرياضيات تحديد الدرجة التي نصف درجات الطلبة أقلّ منها.

الوسيط

أجدّد القيم الممكنة جميعها للعدد المجهول على البطاقة السابعة في كلّ من الحالات الآتية:

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 13 | 12 | 18 | 16 |
| 17 | 10 | ?  |    |

10 إذا كان وسيط الأعداد السبعة يساوي 14 العدد المجهول على البطاقة 14

11 إذا كان وسيط الأعداد السبعة يساوي 16 العدد المجهول على البطاقة هو أي عدد أكبر من 18

12 إذا كان وسيط الأعداد السبعة يساوي 13 والمدى يساوي 9 العدد المجهول على البطاقة هو 9

## مهارات التفكير العليا

## إرشاد

ألاحظ أنّ عدد البيانات زوجي؛ لذا، فإنّ الوسيط يساوي الوسط الحسابي للعددين الأوسطين.

13 تبرير: إذا كان الوسيط للقيم المرتبة تصاعدياً 12, 8, □, Δ, 3, 2 يساوي 6، فأجدّد القيم الممكنة جميعها لكل من Δ و □. الأعداد المحصورة بين 3 و 8 ومجموعها يساوي 12

14 مسألة مفتوحة: أكتب مجموعة أعداد وسطها الحسابي 28، ووسطها 29، ومداهها 18. إجابات متعددة

15 مسألة مفتوحة: أصف موقفاً حياتياً لا يكون فيه استعمال الوسط الحسابي مناسباً لوصف مركز البيانات، ثمّ أحدّد المقياس الأنسب لوصف هذه البيانات. إجابات متعددة

16 مسألة مفتوحة: أكتب مثلاً لبيانات يكون فيها الوسيط الحسابي يساوي الوسيط ويساوي قيمة المنوال. إجابات متعددة

17 أكتب كيف أحدّد المقياس الأنسب لوصف البيانات؟ إجابات متعددة

### نتائج الدرس:

- يمثل البيانات بمخطط الساق والورقة.
- يختبر صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.

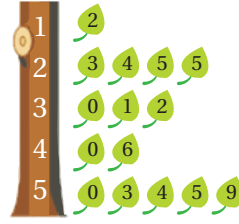
### التعلم القبلي:

- يتعرف طرائق تمثيل البيانات (الأعمدة، النقاط المجمع، القطاعات الدائرية).
- يستخلص النتائج من الرسوم البيانية (الأعمدة، النقاط المجمع، القطاعات الدائرية).

### التهيئة

- أعط كل طالب بطاقتين، إحداها على شكل ورقة شجرة والأخرى على شكل ساقها.
- اطلب إلى كل طالب رصد علامته في الرياضيات بالفصل الأول بحيث توضع منزلة الآحاد على الورقة، والعشرات على الساق.
- اطلب إلى الطلبة جمع البطاقات التي عبّوها لعمل شجرة واحدة تمثل جميع علامات الفصل في الرياضيات، ويّين لهم الضابطين الآتين قبل الشروع في العمل:
- يسمح بتكرار الأوراق التي تحمل الرقم نفسه، ولا يسمح بتكرار السيقان التي تحمل الرقم نفسه.
- تثبت السيقان فوق بعضها بترتيب تنازلي، وتلصق الأوراق جميعها باتجاه واحد بمحاذاة رقم الساق الخاص بها.
- اطلب إلى كل طالب الخروج بنفسه إلى اللوح وتثبيت الساق والورقة التي يمتلكها في المكان الصحيح على الشجرة.
- يمكنك الاحتفاظ بالشجرة المشكّلة إلى نهاية الدرس للرجوع إليها لتثبيت معلومات الطلبة.

### أستكشف



رسمت رشا الصورة المجاورة  
وقالت لزميلاتها: إن فيها 15 عددًا  
من منزلتين. ما هذه الأعداد؟

### فكرة الدرس

أمثل البيانات بمخطط الساق والورقة وأختبر صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.

### المصطلحات

مخطط الساق والورقة، الفرضية.

مخطط الساق والورقة (stem-and-leaf diagram) هو طريقة لتنظيم البيانات تقسم فيها كل قيمة في البيانات إلى جزأين هما: الساق وهو الرقم (أو الأرقام) الذي في المنزلة الكبرى، والورقة وهي الأرقام الأخرى.

15, 16, 21, 23, 23, 26, 26, 30, 32, 41

| الساق | الورقة    |
|-------|-----------|
| 1     | 5 6       |
| 2     | 1 3 3 6 6 |
| 3     | 0 2       |
| 4     | 1         |

طريقة تمثيل  
العدد 32



### مثال 1: من الحياة

تمثل الأعداد الآتية كتل عدد من طلبة الصف التاسع. أمثل الكتل باستعمال مخطط الساق والورقة:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 46 | 52 | 71 | 67 | 55 | 72 | 63 | 60 | 48 | 54 |
| 49 | 61 | 56 | 58 | 52 | 64 | 48 | 45 | 65 | 57 |

أجد أكبر وأصغر عدد في البيانات، ثم أحدد الرقم الذي في المنزلة الكبرى لكل منهما:

أكبر عدد 72، والرقم الذي في منزلته الكبرى 7، وأصغر عدد 45، والرقم الذي في منزلته الكبرى 4

| الساق | الورقة |
|-------|--------|
| 4     |        |
| 5     |        |
| 6     |        |
| 7     |        |

أرسم خطاً رأسياً وآخر أفقياً، وأكتب كلمتي (الساق) و(الورقة) كما في الشكل المجاور، ثم أكتب السيقان من 4 إلى 7

| الساق | الورقة        |
|-------|---------------|
| 4     | 6 8 9 8 5     |
| 5     | 2 5 4 6 8 2 7 |
| 6     | 7 3 0 1 4 5   |
| 7     | 1 2           |

الخطوة 3 أكتب الأوراق المناظرة لكل ساق على الجانب الأيمن من الخط، فمثلاً للعدد 46 أكتب الرقم 6 إلى يمين الرقم 4. أكرّر الورقة بعدد مرات ظهورها في البيانات.

| الساق | الورقة        |
|-------|---------------|
| 4     | 5 6 8 8 9     |
| 5     | 2 2 4 5 6 7 8 |
| 6     | 0 1 3 4 5 7   |
| 7     | 1 2           |

الخطوة 4 أرتب الأوراق تصاعدياً، ثم أضع مفتاحاً يوضح كيف تُقرأ البيانات.

المفتاح: 4|5 = 45

انظر الهامش

أتحقق من فهمي:

تمثل الأعداد الآتية أطوال 16 طفلاً زاروا طبيب الأطفال في أحد الأيام، أمثل البيانات باستعمال مخطط الساق والورقة:

58 cm 67 cm 91 cm 50 cm 72 cm 49 cm 61 cm 86 cm

72 cm 83 cm 97 cm 45 cm 70 cm 99 cm 57 cm 63 cm

عند تمثيل البيانات بمخطط الساق والورقة فإنه يمكن تفسيرها ووصف توزيعها، ويمكن أيضاً إيجاد الوسيط والمعدل لها بسهولة؛ لأنها مرتبة تصاعدياً.

| الساق | الورقة              |
|-------|---------------------|
| 0     | 1 5                 |
| 1     | 0 3 7               |
| 2     | 5 7                 |
| 3     | 0 1 2 2 3 3 5 7 9 9 |
| 4     | 5 7                 |
| 6     | 3 8 9               |

المفتاح: 0|1 = 1

مثال 2

يمثل مخطط الساق والورقة المجاور أعمار ركاب حافلة سياحية:

1 ما عدد الركاب الذين تقل أعمارهم عن 30 سنة؟

تمثل قيم الساق 0 و 1 و 2 الأعمار الأقل من 30، وعدد الأوراق التي تقابلها يساوي 7، إذن، عدد الركاب الذين يقل عمرهم عن 30 سنة يساوي 7

| الساق | الورقة              |
|-------|---------------------|
| 0     | 1 5                 |
| 1     | 0 3 7               |
| 2     | 5 7                 |
| 3     | 0 1 2 2 3 3 5 7 9 9 |
| 4     | 5 7                 |
| 6     | 3 8 9               |

إجابات (أتحقق من فهمي 1):

| الساق | الورقة |
|-------|--------|
| 4     | 9 5    |
| 5     | 8 0 7  |
| 6     | 7 1 3  |
| 7     | 2 2 0  |
| 8     | 6 3    |
| 9     | 1 7 9  |

المفتاح: 4|9 = 49

- وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (استكشف)، واسألهم:
- « ما أجزاء النبتة؟ (ساق، وجذر، ورقة، وزهرة)
- « ما عدد الأوراق على الشجرة في الشكل؟ (15)
- « ما عدد البيانات التي يمثلها الشكل المرسوم؟ (15)
- « اطلب إلى الطلبة أن يذكروا أعداداً من البيانات التي يمثلها الشكل. (12, 23, 24, 25.....)

مثال 1

- قدم مفهوم مخطط الساق والورقة مبيناً أن القيم فيه تقسم جزأين، هما: الساق: وهو الرقم أو الأرقام في المنزل الكبير، والورقة: وتمثل الأرقام الأخرى.
- وضح للطلبة عن طريق نماذج كيف يمكن أن يكون الساق أكثر من رقم، وكيف يمكن أن تكون الورقة جزءاً عشرياً.
- بين لهم أهمية ذكر المفتاح بجوار الرسم.
- بين لهم بعد استكمال حل المثال أن مخطط الساق والورقة أظهر مجموعة البيانات بطريقة بصرية ومرتبة تصاعدياً أو تنازلياً مما يجعل توزيع البيانات أكثر وضوحاً.

مثال 2

- وضح للطلبة أن تمثيل البيانات بالساق والورقة يسهل تفسيرها وحساب مقاييس النزعة المركزية والمدى لها.
- وجه الطلبة قبل البدء بحل المثال للاطلاع على المفتاح المرافق للساق والورقة.
- بعد الانتهاء من حل المثال، اسأل الطلبة: كيف أسهم تمثيل البيانات بالساق والورقة في الوصول إلى النتائج بسهولة مقارنة بحسابها من البيانات من دون تمثيل؟

## الوحدة 8

### مثال 3: من الحياة

- قدم مفهوم الفرضية والخطوات المتبعة عند دراسة ظاهرة ما.
- بين للطلبة أن أي فرضية قد تكون صحيحة وقد تكون خاطئة، وأن ذلك يعتمد على الحسابات التي نجريها على البيانات التي نجمعها.
- بين لهم أن الفهم الصحيح للفرضية يقود إلى إجراء الحساب الصحيح الذي يمكننا من اختبار صحة الفرضية.
- اطلب إلى أحد الطلبة حل المثال على اللوح واختبار الفرضية.

**توسعة:** اطلب إلى الطلبة كتابة فرضية صحيحة وأخرى خاطئة للبيانات الواردة في المثال مستخدمين الوسيط للتحقق من الأولى والوسط الحسابي للتحقق من الأخرى.

2 أجد المدى.

أكبر قيم البيانات 69، وأصغر القيم 1  
المدى  $69 - 1 = 68$

| الورقة | الساق               |
|--------|---------------------|
| 0      | 1 5                 |
| 1      | 0 3 7               |
| 2      | 5 7                 |
| 3      | 0 1 2 2 3 3 5 7 9 9 |
| 4      | 5 7                 |
| 6      | 3 8 9               |

✓ **أتحقق من فهمي:**

يمثل مخطط الساق والورقة المجاور عدد النقاط التي أحرزها فريق كرة السلة المدرسي في عدد من المباريات:

| الورقة | الساق                 |
|--------|-----------------------|
| 0      | 2                     |
| 1      | 2 2 3 5 8             |
| 2      | 0 0 1 1 3 4 6 6 6 8 9 |
| 3      | 0 0 1                 |

المفتاح:  $1|2 = 12$

3 ما عدد المباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 20 نقطة؟ 12

4 أجد المدى. 29

5 أجد الوسيط. 22

6 أصف توزيع عدد النقاط التي أحرزها الفريق. غير متجانس

**الفرضية (hypothesis)** هي توقع حول ظاهرة معينة نريد أن نختبر صحتها بجمع بيانات مناسبة، وتمثيلها، وتحليلها، ثم كتابة استنتاجات بالاعتماد على البيانات.

### مفهوم أساسي

#### اختبار الفرضيات

عند دراسة ظاهرة ما فإننا عادة نتبع الخطوات الأربعة الآتية:

**الخطوة (1):** نضع فرضية حول الظاهرة.

**الخطوة (2):** نجمع بيانات مناسبة.

**الخطوة (3):** نمثل البيانات تمثيلاً واضحاً، ونجري الحسابات (مثلاً: نحسب الوسط الحسابي أو المدى).

**الخطوة (4):** نكتب استنتاجات من خلالها نقبل الفرضية أو نرفضها.

### مثال 3: من الحياة

**كرة قدم:** يريد مدرب فريق كرة قدم أن يستقصي اللياقة البدنية للاعبين فريقه، فوضع الفرضية الآتية:

يمكن لأقل من نصف اللاعبين أن يقطعوا المسافة حول الملعب ركضاً في أقل من 60 ثانية.

## أُتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (أُتدرب وأحلّ المسائل)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- شجع الطلبة على أن يعتادوا عدّ قيم البيانات في كل مجموعة، وكتابتها بجانب رسم الساق والورقة لمقارنتها بعدد القيم الذي يتضمنها مخطط الساق والورقة؛ ليتأكدوا من نقل البيانات جميعها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فاختر طالبًا تمكّن من حلّ المسألة ليعرض حلّه على اللوح.

## تنبيه:

قد يحتاج بعض الطلبة إلى مساعدة عند حل المسألتين 4، 12؛ لذا يبيّن لهم أن الجزء الصحيح يمثل الساق والجزء العشري يمثل الورقة.

| الساق | الورقة                  |
|-------|-------------------------|
| 4     | 5 6 7 8 9 9             |
| 5     | 0 1 2 2 4 5 6 7 8 9 9   |
| 6     | 1 1 2 3 3 3 4 5 5 6 7 8 |
| 7     | 0 2 5                   |

المفتاح:  $4|5 = 45$ 

جمع المدرب بيانات تسجيل الزمن الذي استغرقه كل لاعب ليقطع المسافة حول الملعب ركضًا، ومثلها في مخطط الساق والورقة المجاور. بناءً على هذه البيانات، هل الفرضية التي وضعها المدرب صحيحة؟

## أُتدرب وأحلّ المسائل

انظر الهامش

أكتب استنتاجًا حول صحة الفرضية الآتية اعتمادًا على البيانات:

أقل من ربع اللاعبين يحتاجون إلى 70 ثانية على الأقل ليقطعوا المسافة حول الملعب ركضًا.

| الساق | الورقة    |
|-------|-----------|
| 7     | 5 9       |
| 8     | 0 2 6 7 7 |
| 9     | 1 7 8     |
| 10    | 2 6       |

المفتاح:  $8|2 = 82$ 

أكتب جميع الأعداد الممثلة في مخطط الساق والورقة المجاور.

75, 79, 80, 82, 86, 87, 87, 91, 97, 98, 102, 106

أمثل كل مجموعة بيانات مما يأتي باستعمال مخطط الساق والورقة:

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 56 | 57 | 59 | 61 | 64 | 65 | 67 | 69 |
| 70 | 75 | 77 | 77 | 79 | 81 | 82 |    |

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 19 | 21 | 45 | 35 | 53 | 26 | 38 |
| 27 | 36 | 34 | 52 | 35 | 33 | 41 |

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 13.1 | 12.5 | 14.7 | 12.8 | 13.6 | 13.4 |
| 15.2 | 12.5 | 13.4 | 14.3 | 14.8 | 13.9 |

| الساق | الورقة      |
|-------|-------------|
| 1     | 9           |
| 2     | 1 6 7       |
| 3     | 5 8 6 4 5 3 |
| 4     | 5 1         |
| 5     | 3 2         |

المفتاح:  $1|9 = 19$ 

| الساق | الورقة    |
|-------|-----------|
| 12    | 5 8 5     |
| 13    | 1 6 4 4 9 |
| 14    | 7 3 8     |
| 15    | 2         |

المفتاح:  $12|5 = 12.5$ 

## إجابات (أُتدرب وأحلّ المسائل):

الفرضية صحيحة : لأن اللاعبين الذين يحتاجون إلى 70 ثانية على الأقل حسب البيانات هم ثلاثة لاعبين وهم يشكلون أقل من ربع عدد اللاعبين (32)

| الساق | الورقة    |
|-------|-----------|
| 5     | 6 7 9     |
| 6     | 1 4 5 7 9 |
| 7     | 0 5 7 7 9 |
| 8     | 1 2       |

المفتاح:  $5|6 = 56$

- وجه الطلبة إلى فقرة (مهارات التفكير العليا)، واطلب إليهم حل المسائل 14-16

### الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا، لكن حدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

### معلومة

يُفضّل تناول وجبات خفيفة وعَبرَ دِسمَةٍ قبل ممارسة رياضة الجري ولا تحتوي على نسبة عالية من السُعرات الحراريّة.

5

**رياضة:** جمع سَعَدُ معلوماتٍ عن عدد الدقائق اليوميّ التي يقضيها 24 طالبًا من طلبة صفّه في ممارسة رياضة الجري، ونظّم البيانات في مخطط الساق والورقة المجاور. اكتبَ فرضية حول عدد الدقائق اليوميّ التي يقضيها الطلبة في ممارسة هذه الرياضة، واختبر صحتّها باستعمال البيانات. **إجابات متعددة**

| الورقة          | الساق |
|-----------------|-------|
| 0 7             |       |
| 1 2 3 5 5 9     |       |
| 2 0 1 2 4 5 6 7 |       |
| 3 1 2 6 7 8 9   |       |
| 4 1 3 5         |       |
| 5 2             |       |

المفتاح:  $1|2 = 12$

6

وضعت مريم الفرضية الآتية، وتريد أن تختبر صحتها:

وسيط أطوال طالبات الصفّ العاشر 155 cm

| الورقة                 | الساق |
|------------------------|-------|
| 13 6 9                 |       |
| 14 3 4 6 6             |       |
| 15 2 2 3 4 6 7 8 9     |       |
| 16 0 1 1 2 4 5 5 6 7 8 |       |
| 17 1 3 5 6 6 8         |       |
| 18 2 3 4 5             |       |
| 19 1                   |       |

المفتاح:  $13|4 = 134$

جمعت مريم بياناتٍ بتسجيل أطوال عيّنة عشوائية تحتوي على 35 طالبة في الصفّ العاشر، ثمّ مثّلتها في مخطط الساق والورقة المجاور. بناءً على هذه البيانات، هل الفرضية التي وضعتها مريم صحيحة؟

**الفرضية غير صحيحة : الوسيط = 162**

### معلومة

يبلغ طول أطول حشرة في العالم 62.4 cm، وقد اكتشفت في غابات الصين.



7

**حشرات:** يبيّن مخطط الساق والورقة المجاور أطوال 30 حشرة.

| الورقة            | الساق |
|-------------------|-------|
| 1 2 5 6 8 9       |       |
| 2 1 3 5 6 7 8     |       |
| 3 1 1 2 3 5 6 7 9 |       |
| 4 1 5 5 6 7       |       |
| 5 0 4 5 5 8       |       |

المفتاح:  $1|2 = 1.2 \text{ cm}$

ما عدد الحشرات التي طولها 4.5 cm؟ (3 حشرات)

ما نسبة الحشرات التي طولها أكبر من 3.8 cm؟

عدد الحشرات 12 وهي تشكّل ما نسبته 40%

ما مدى أطوال الحشرات؟ المدى 4.6

أجدّ الونوال لأطوال الحشرات. المنوال 4.5

أجدّ الوسيط لأطوال الحشرات. 3.4

## البحث وحل المسائل :

- اطلب إلى الطلبة عمل مقارنة بين الرسومات البيانية التي تعلموها سابقاً عن طريق إكمال الجدول الآتي:

| نوع الرسم البياني          | يفضل استعماله عند ...                       |
|----------------------------|---------------------------------------------|
| التمثيل بالقطاعات الدائرية | مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع. |
| التمثيل بالنقاط            | توضيح تكرار كل قيمة من قيم البيانات.        |
| التمثيل بالخطوط            | توضيح تغير البيانات في مدة زمنية معينة.     |
| التمثيل بالأعمدة           | توضيح عدد القيم لكل صنف من أصناف البيانات.  |
| التمثيل بالساق والورقة     | عرض قيم البيانات بصورة فردية مكثفة.         |

## تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى المشروع والإجابة عن البنود (4, 5, 7) منه.

## الختام

- وجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم استخدام مخطط الساق والورقة في إيجاد الوسيط للبيانات، ويمكن أن تعيد السؤال نفسه حول إيجاد المنوال والوسط الحسابي والمدى.

(12)

| الساق | الورقة |
|-------|--------|
| 00    | 0 1    |
| 02    | 2      |
| 03    | 7      |
| 15    | 6      |
| 22    | 2      |
| 25    | 2      |
| 29    | 7      |
| 50    | 0      |
| 60    | 0      |
| 70    | 6      |
| 71    | 0      |
| 76    | 3      |
| 82    | 5      |

المفتاح:  $22|2 = 22.2$ 

## مهارات التفكير العليا

طقس: تبين الصورة المجاورة كميات الأمطار التي هطلت في مختلف مناطق المملكة بالمليمتر خلال منخفض جوي.

أمثل البيانات بمخطط الساق والورقة.

أجد الوسط والموال والمدى لكميات الأمطار التي هطلت.

الوسط = 27.45 ، المنوال : لا يوجد منوال (توزيع عديم المنوال)، المدى 82.5

| الساق | الورقة      |
|-------|-------------|
| 15    | 2 4         |
| 16    | 0 6 3 9     |
| 17    | 5 8 2 1 0   |
| 18    | 5 7 1 4 8 7 |
| 19    | 6 1 4       |

لم تمثل أطوال النباتات بشكل صحيح لأنها : (لم ترتب البيانات بشكل افقيا وعموديا بشكل جيد يتيح لنا مطابقة عدد البيانات بالتمثيل مع عدد النباتات الحقيقي) كما لم يتم تحديد مفتاح البيانات

| الساق | الورقة      |
|-------|-------------|
| 4     | 5           |
| 5     | 0 2 6       |
| 6     | 4 5 6 6 8 9 |
| 7     | 0 1 4 7 8   |
| 8     |             |
| 9     | 2           |

المفتاح:  $4|5 = 45$ 

تبرير: تقدم طلبة الصف السابع لاختباري

رياضيات وعلوم، ويبين مخطط الساق

والورقة المجاور درجاتهم في اختبار

الرياضيات. إذا كان الوسط الحسابي والمدى

لدرجاتهم في اختبار العلوم كما يأتي:

الوسط الحسابي: 68% المدى: 31%،

فأقارن بين درجات الطلبة في الاختبارين، وأبرر إجابتي.

أكتب: كيف أجد الوسط لبيانات ممثلة بمخطط الساق والورقة؟  
إجابات متعددة

## إرشاد

أجد الوسط الحسابي والمدى لدرجات الطلبة في اختبار الرياضيات.

(15) الوسط الحسابي لعلامات الرياضيات (66.4%)، المدى لعلامات الرياضيات 47% بالمقارنة مع اختبار العلوم فإن درجات الطلاب في العلوم أعلى من الرياضيات بمقارنة المدى فإن درجات العلوم أكثر تجانس من درجات الرياضيات.

### نتائج الدرس:

- يحدد عناصر الفضاء العيني لتجربة عشوائية ما.
- يصنف التجربة العشوائية صنفين: تجربة عادلة، وتجربة غير عادلة.
- يحسب احتمال وقوع الحادث في تجربة عشوائية ما.
- ينظم البيانات في جدول ذي اتجاهين ويستخدمه في حساب الاحتمالات.

### التعلم القبلي:

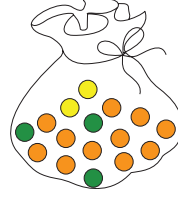
- يستعمل الكسور العشرية الاعتيادية والنسب المئوية لمقارنة مجموعة بيانات مختلفة العدد.

### التهيئة

1

- قسم الطلبة أربع مجموعات.
- وزع على كل مجموعة ورقة المصادر (4) أحداث متوقعة.
- اطلب إلى المجموعات تصنيف العبارات بحسب إمكانية حدوثها من وجهة نظرهم إلى (مستحيل، أكيد، محتمل الحدوث بنسبة ...).
- بعد أن تنهي المجموعات المهمة، اطلب إلى إحدى المجموعات التحدث عن عبارة واحدة وتصنيفها، وناقش إجاباتهم مع المجموعات الأخرى.
- كرر الخطوة السابقة مع مجموعة أخرى وبطاقة جديدة إلى أن تنتهي من مناقشة البطاقات الموزعة جميعها.
- تقبل إجابات الطلبة جميعها.
- شجع الطلبة على استخدام كلمة (محتمل)؛ لربطها لاحقاً بموضوع الدرس.

### أستكشف



- (1) ما الكسر الذي يمثل الكرات الخضراء في الكيس المجاور؟
- (2) إذا أغمض حسن عينيه واختار كرة عشوائياً من الكيس، فهل فرصة اختيار كرة برتقالية مساوية لفرصة اختيار كرة صفراء؟

### فكرة الدرس

أحسب احتمالات وقوع الحوادث.

### المصطلحات

الفضاء العيني، متساوية الاحتمال، غير متساوية الاحتمال، الحادث، احتمال الحادث، الجدول ذو الاتجاهين.

**الفضاء العيني (sample space)** هو مجموعة النتائج المتوقعة حدوثها عند إجراء تجربة عشوائية ما.

لمؤشر القرص A خمس نواتج ممكنة، لذلك فإن الفضاء العيني هو {1, 3, 5, 7, 9}.



- عند تدوير مؤشر القرص A يكون لكل عدد فرصة الظهور نفسها، لذلك تُسمى نواتج هذه التجربة نواتج **متساوية الاحتمال (equally likely)** ولذلك تسمى تجربة عادلة.

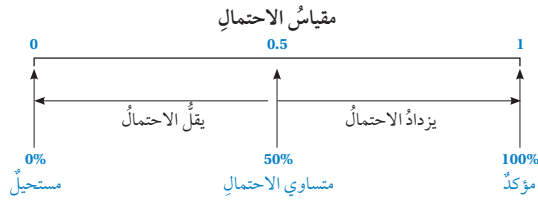


- عند تدوير مؤشر القرص B تكون فرص ظهور الأعداد مختلفة، لذلك تُسمى نواتج هذه التجربة نواتج **غير متساوية الاحتمال (not equally likely)**.

**الحادث (event)** هو ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، ويُرمز له بأحد الأحرف مثل A. **واحد احتمال الحادث (event probability)** هو فرصة وقوعه، ويُرمز له بالرمز  $P(A)$ ، فإذا كانت نواتج التجربة العشوائية متساوية الاحتمال فإن احتمال وقوع أي حادث يساوي نسبة عدد عناصر الحادث إلى عدد النواتج الممكنة جميعها (الفضاء العيني).

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

تعني النسبة 0% أن الحادث لا يمكن أن يقع، أما النسبة 100% فتعني أن الحادث سوف يقع بالتأكيد. ويكون احتمال وقوع أي حادث بين هاتين النسبتين كما يظهر في مقياس الاحتمال أدناه:



### مثال 1



لدى حنين كيسٌ يحتوي على قطع حلوى بألوانٍ مختلفة، إذا أغمضت حنين عينيها وسحب قطعة حلوى عشوائيًا من الكيس، فأجد:

1 احتمال سحب قطعة حلوى حمراء:



عدّد النواتج الممكنة (الفضاء العيني) لهذه التجربة العشوائية يساوي 12 وعدّد عناصر هذا الحادث يساوي 5؛ لأنّ الكيس فيه 5 قطع حلوى حمراء.

$$P(\text{حمراء}) = \frac{5}{12}$$



2 احتمال سحب قطعة حلوى خضراء أو برتقالية:



عدّد عناصر هذا الحادث يساوي 4؛ لأنّ الكيس فيه 3 قطع حلوى خضراء وقطعة حلوى برتقالية واحدة، ومجموعها معًا يساوي 4.

$$P(\text{خضراء أو برتقالية}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



3 احتمال سحب قطعة حلوى ليست بنفسجية:



عدّد عناصر هذا الحادث يساوي 11؛ لأنّ الكيس يحتوي 11 قطعة حلوى ليست بنفسجية:

$$P(\text{ليست بنفسجية}) = \frac{11}{12}$$



• وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (أستكشف)، ومحاولة الإجابة عن الأسئلة الواردة فيها، ثم أسألهم:

« ما الكسر الذي يمثل كل لون من ألوان الكرات في الكيس بالنسبة لمجموع الكرات؟

« ما الكسر الأكبر والكسر الأصغر من بين الكسور التي توصلتم إليها؟

• يمكن مع الطلبة من ذوي نمط التعلم الحس حركي استخدام صندوق وكراتٍ حقيقية بدلاً من الاعتماد على الرسم الموجود ضمن فقرة (أستكشف).

### مثال 1

- قدم مفهوم الفضاء العيني لـ: التجربة العشوائية، والحادث، واحتمال وقوعه، وموقعه على مقياس الاحتمال.
- بين للطلبة أهمية التحقق من عدد عناصر الفضاء العيني وعدد عناصر كل حادث قبل الشروع في الحل.
- بين لهم مفهوم الجملة المنطقية "أو" في البند 2.

### تحذير:

- حين يعمل الطلبة على حساب قيمة الاحتمال، ذكّرهم أن القيمة لا تتجاوز الواحد، وإذا كان الاحتمال أكبر من واحد فإن عليهم مراجعة الحل.
- حين يعبر الطلبة عن الاحتمالات في صورة كسور ذكّرهم أن يعبروا عنها بأبسط صورة.

### توسعة: اطلب إلى الطلبة الربط

بين مفهومي (المتّمس) في اللغة و(متّمس الاحتمال) في الرياضيات.

- قدم للطلبة مفهوم احتمال عدم وقوع الحادث، وبيّن لهم أنه يسمى أحياناً متممة حدوث الحادث (متممة الاحتمال)، وقد يرد أحياناً بمفهوم "خسارة" أو "ربح" أو "رسوب" أو نجاح" ... الخ، بحسب سياق المسألة.
- قد يحتاج الطلبة إلى مراجعة لتوضيح طرح الكسر العشري من الواحد الصحيح.
- استخدم الرسم الوارد في المثال لتوضيح احتمال عدم وقوع الحادث مقارنة باحتمال وقوعه.

**تحذير:**

يمكن أن يظن بعض الطلبة أن احتمال وقوع الحادث يزيد على احتمال عدم وقوعه.

الوحدة 8



4 احتمال سحب قطعة حلوى زرقاء:

عدد عناصر هذا الحادث يساوي 0؛ لأن الكيس لا يحتوي على قطعة حلوى زرقاء.

$$P(\text{زرقاء}) = \frac{0}{12} = 0$$

✓ **أنتحق من فهمي:**

$$P(\text{خضراء أو صفراء}) = \frac{5}{12}$$

5 احتمال سحب قطعة حلوى خضراء.  $P(\text{خضراء}) = \frac{3}{12}$  6 احتمال سحب قطعة حلوى صفراء أو خضراء.

7 احتمال سحب قطعة حلوى ليست حمراء. 8 احتمال سحب قطعة حلوى سوداء.  $P(\text{سوداء}) = \frac{0}{12}$

$$P(\text{ليست حمراء}) = \frac{7}{12}$$

إن احتمال اختيار العدد 4 من مجموعة الأعداد الآتية يساوي  $\frac{1}{10}$ ، ويمكن أن نكتب هذا الاحتمال على الصورة 0.1 أو 10%

|   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5  |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

لكن إذا أردنا أن نحسب احتمال عدم اختيار العدد 4 فإن ذلك يعني احتمال اختيار أحد الأعداد 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 والذي يساوي  $\frac{9}{10}$  أو 0.9 أو 90%

|   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5  |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

$$\text{ألاحظ أن } 0.1 + 0.9 = 1$$

$$\text{لذلك فإن } 0.9 = 1 - 0.1$$

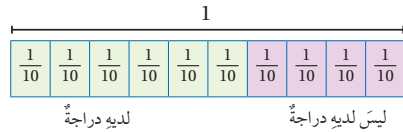
احتمال عدم وقوع الحادث

مفهوم أساسي

إذا كان احتمال وقوع الحادث  $A$  يساوي  $P(A)$  فإن احتمال عدم وقوع الحادث  $A$  يساوي  $1 - P(A)$ .

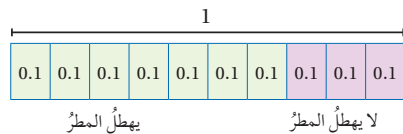
مثال 2

1 إذا كان احتمال اختيار طالب من الصف السابع لديه دراجة هوائية يساوي  $\frac{6}{10}$ ، فما احتمال اختيار طالب ليس لديه دراجة هوائية؟



$$\begin{aligned} P(\text{ليس لديه دراجة}) &= 1 - P(\text{لديه دراجة}) \\ &= 1 - \frac{6}{10} \\ &= \frac{4}{10} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

2 إذا كان احتمال أن يهطل المطر غداً يساوي 0.7، فما احتمال ألا يهطل المطر غداً؟



$$\begin{aligned} P(\text{لا يهطل المطر}) &= 1 - P(\text{يهطل المطر}) \\ &= 1 - 0.7 \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 إذا كان احتمال خسارة الفريق المباراة 0.4، فما احتمال ألا يخسر الفريق المباراة؟  $P(\text{لا يخسر الفريق}) = \frac{6}{12}$

4 إذا كان احتمال اختيار طالبة من الصف السابع ترتدي نظارة يساوي  $\frac{1}{9}$ ، فما احتمال اختيار طالبة لا ترتدي نظارة؟  $P(\text{طالبة لا ترتدي نظارة}) = \frac{8}{9}$

**الجدول ذو الاتجاهين (two-way table)** هو جدول تكراري يعرض بيانات تنتمي إلى فئتين بينهما عناصر مشتركة، بحيث تظهر الفئة الأولى في صفوفه والفئة الثانية في أعمدته.



|         | أسود | أبيض | المجموع |
|---------|------|------|---------|
| أنثى    |      |      |         |
| ذكر     |      |      |         |
| المجموع |      |      | 18      |

لدى مزارع 18 خروفاً مقسمةً كما يأتي:

9 ذكور 10 سوداء 5 إناث بيضاء

أنظم هذه البيانات في جدول ذي اتجاهين.

يجب أن يُظهر الجدول ما إذا كان الخروف ذكراً أو أنثى، وإن كان أسوداً أم أبيض.

لذلك يمكن أن نستخدم صفّاً للذكور و صفّاً آخر للإناث، وأن نستخدم عموداً

للخراف البيضاء وعموداً آخر للخراف السوداء. وأحتاج إلى صف وعمود إضافيين لأكتب فيهما المجموع.

• قدم مفهوم الجدول ذي الاتجاهين على أنه جدول تكراري يعرض بيانات تنتمي إلى فئتين تظهر الأولى في صفوفه والأخرى في أعمدته.

• للتحقق من فهم الطلبة، اطلب إليهم ذكر نماذج لفئتين يمكن أن يتضمنها الجدول ذو الاتجاهين (النتيجة: **ناجح / راسب، المادة الدراسية: رياضيات / علوم**).

• بين للطلبة أهمية التأكد من عدد البيانات التي بدؤوا بها ومجموع البيانات التي تضمنها الجدول ذو الاتجاهين.

**تحذير:**

• ليس لترتيب البيانات وفقاً لفئتها في صفوف الجدول ذي الاتجاهين وأعمدته تأثير في النتيجة.

• لا يقتصر الجدول ذو الاتجاهين على نمط  $2 \times 2$  فقط، وإنما قد يكون أكثر من ذلك، مثل:  $3 \times 3$ ،  $2 \times 3$

**توسعة:** اطلب إلى الطلبة إنشاء جدول ذي

اتجاهين من النمط  $3 \times 3$ ،  $2 \times 3$  (الجنس: ذكر، أنثى / الحالة الاجتماعية: أعزب، متزوج، أرمل / الصف: السابع، الثامن، التاسع / النتيجة: ممتاز، جيد جداً، مقبول).

- وضح للطلبة أن تنظيم البيانات في الجدول ذي الاتجاهين يُستخدم في حساب الاحتمالات ويسهل عملية الوصول إلى النتائج.
- بين لهم أهمية عدّ مجموع البيانات التي تضمنها الجدول، وأن بإمكانهم إضافة عمود وصف جديدين للجدول؛ لإيجاد مجاميع فئات الجدول على مستوى الصف والعمود.
- بين لهم أيضًا إمكان استخدام المجاميع في إيجاد القيم في الخلايا الناقصة.
- حدد خلية، واطلب إلى الطلبة وصفها بالصف والعمود؛ للتأكد من فهمهم محتويات خلايا الجدول، وكرر العملية مع أكثر من خلية.

## الوحدة 8

|         | أبيض | أسود | المجموع |
|---------|------|------|---------|
| أنثى    | 5    |      |         |
| ذكر     |      |      | 9       |
| المجموع |      | 10   | 18      |

|         | أبيض | أسود | المجموع |
|---------|------|------|---------|
| أنثى    | 5    | 4    | 9       |
| ذكر     | 3    | 6    | 9       |
| المجموع | 8    | 10   | 18      |

|         | مربعة | مستطيلة | المجموع |
|---------|-------|---------|---------|
| خضراء   | 9     | 6       | 15      |
| حمراء   | 5     | 12      | 17      |
| المجموع | 14    | 18      | 32      |

5 حمراء مربعة

يمكنني الآن أن أكتب في الجدول البيانات المُعطاة في السؤال.

أستعمل المجموع الكلي للخلاف لإيجاد القيم المجهولة.

أتحقق من فهمي:

لدى أمانى 32 بطاقة مقسمة كما يأتي:

15 خضراء 18 مستطيلة

أنظم هذه البيانات في جدول ذي اتجاهين.

تُستعمل الجداول ذات الاتجاهين كثيرًا في حساب الاحتمالات.

## مثال 4

سُئل 60 طفلًا عن اللون المفضل لهم، ونظمت إجاباتهم في الجدول المجاور:

إذا اختير طفل عشوائي، فما احتمال أن يكون ولدًا يفضل اللون الأزرق؟

عدّد الأولاد الذين يفضلون اللون الأزرق يساوي 12، ومجموع عدّد الأطفال الذين سُئلوا يساوي 60 ولايجاد الاحتمال أقسم 12 على 60

$$P(\text{ولد يفضل اللون الأزرق}) = \frac{\text{عدّد الأولاد الذين يفضلون اللون الأزرق}}{\text{العدّد الكلي للأطفال}} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

## أُتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (أُتدرب وأحلّ المسائل)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فاختر طالباً تمكّن من حل المسألة ليعرض حلّه على اللوح.
- قد يحتاج بعض الطلبة إلى المساعدة لحل المسألتين (4) (3)؛ لذا يبيّن لهم أن المطلوب هو احتمال وقوع الحادث (متّمة الاحتمال).
- اطلب إلى الطلبة قبل الشروع في حل الأسئلة من 5 إلى 11 تحديد عدد عناصر الفضاء العيني.
- في الأسئلة من 12 إلى 14، اطلب إلى الطلبة قبل الشروع في الحل مطابقة عدد الأقراص المرقمة والأعداد التي عبّوها في الجدول.

2 إذا اختير طفل عشوائياً، فما احتمال أن يكون طفلاً يفضل اللون الأزرق؟

|     | أخضر | أحمر | أزرق |
|-----|------|------|------|
| ولد | 8    | 8    | 12   |
| بنت | 8    | 16   | 8    |

عدد الأطفال الذين يفضلون اللون الأزرق يساوي 12+8، ولإيجاد الاحتمال، أقسم هذا العدد على عدد الطلبة جميعهم.

$$P(\text{طفل يفضل اللون الأزرق}) = \frac{\text{عدد الأطفال الذين يفضلون اللون الأزرق}}{\text{العدد الكلي للأطفال}} = \frac{12+8}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

3 إذا اختير طفل عشوائياً، فما احتمال أن يكون ولداً؟

|     | أخضر | أحمر | أزرق |
|-----|------|------|------|
| ولد | 8    | 8    | 12   |
| بنت | 8    | 16   | 8    |

عدد الأولاد يساوي 12+8+8، ولإيجاد الاحتمال، أقسم هذا العدد على عدد الطلبة جميعهم.

$$P(\text{طفل ولد}) = \frac{\text{عدد الأطفال الأولاد}}{\text{العدد الكلي للأطفال}} = \frac{12+8+8}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

✓ أتحقق من فهمي:

- 4 إذا اختير طفل عشوائياً، فما احتمال أن تكون بنتاً تفضل اللون الأخضر؟  $P(\text{بنت تفضل اللون الأخضر}) = \frac{8}{60}$
- 5 إذا اختير طفل عشوائياً، فما احتمال أن يكون طفلاً يفضل اللون الأحمر؟  $P(\text{طفل يفضل اللون الأحمر}) = \frac{24}{60}$
- 6 إذا اختير طفل عشوائياً، فما احتمال ألا تكون بنتاً؟  $P(\text{لا تكون بنتاً}) = \frac{28}{60}$

### أُتدرب وأحلّ المسائل



أي التجارب العشوائية الآتية نواتجها متساوية الاحتمال؟

1 تدوير مؤشر القرص المجاور. النواتج ليست متساوية الاحتمال

2 اختيار كرة زجاجية من وعاء يحتوي على 5 كرات حمراء

و 5 كرات خضراء. النواتج متساوية الاحتمال

- وجه الطلبة إلى فقرة (مهارات التفكير العليا)، واطلب إليهم حل المسائل 18-23
- قد يحتاج الطلبة عند حل المسألتين (22) (21) إلى التذكير بتحويل النسبة المئوية إلى صورة كسر.

### الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا. لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

### أفكر

احتمال عدم وقوع الحادث  
A يساوي  $1 - P(A)$

### أفكر

أي الحوادث في السؤال  
المجاور حادث مؤكد، وإيها  
حادث مستحيل؟

3 إذا كان احتمال فوز فريق كرة القدم الذي تشجعه ناديا يساوي  $\frac{3}{7}$ ، فما احتمال ألا يفوز الفريق؟

$$P(\text{عدم الفوز}) = \frac{4}{7}$$

4 إذا كان احتمال أن تصل الحافلة في موعدها يساوي  $\frac{8}{11}$ ، فما احتمال أن تتأخر الحافلة؟

$$P(\text{تأخر الحافلة}) = \frac{3}{11}$$

أدار فادي مؤشر القرص المجاور، أجد احتمال أن يقف المؤشر عند:

$$P(\text{قطاع أزرق}) = \frac{3}{8}$$



$$P(\text{قطاع يحمل رقمًا سالبًا}) = \frac{0}{8}$$

$$P(\text{قطاع لونه ليس أحمر}) = \frac{7}{8}$$

$$P(\text{قطاع أصفر يحمل رقمًا زوجيًا}) = \frac{1}{8}$$

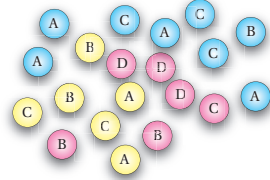
$$P(\text{قطاع يحمل رقمًا أكبر من 3}) = \frac{5}{8}$$

$$P(\text{قطاع يحمل رقمًا أقل من 10}) = \frac{8}{8}$$

$$P(\text{قطاع أصفر أو يحمل رقمًا أكبر من 3}) = \frac{7}{8}$$

أكمل الجدول الآتي الذي يُظهر أعداد الأقراص الملونة المجاورة له وألوانها:

|   | أزرق | وردي | أصفر |
|---|------|------|------|
| A | 4    |      | 2    |
| B |      |      |      |
| C |      | 1    |      |
| D | 0    |      |      |



إذا اختير قرص واحد عشوائيًا من مجموعة الأقراص في السؤال السابق، فأجد:

$$P(\text{حرف A مكتوب على قرص صغير}) = \frac{2}{20}$$

$$P(\text{قرص أزرق}) = \frac{8}{20}$$

$$P(C) = \frac{6}{20}$$

## البحث وحل المسائل:

- في صندوق عدد من الكرات المتماثلة في الألوان (الأزرق، والأحمر، والرمادي، والأسود). إذا كان احتمال سحب كرة زرقاء من الصندوق هو  $\frac{2}{5}$  واحتمال سحب كرة حمراء  $\frac{6}{20}$ ، وكان عدد الكرات السوداء ضعف عدد الكرات الرمادية، فأعط إمكانية واحدة لأعداد كل لون من الكرات داخل الصندوق. إحدى الإجابات الممكنة (سوداء 4، رمادية 2، حمراء 6، زرقاء 8)

## تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى المشروع وحل البند رقم (8).

- وجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهم الطلبة الفرق بين الحادث واحتمال الحادث.

## معلومة

الدراسة الطبية هي ممارسة علمية لها ضوابط محددة تهدف للحصول على معلومات عن مرضي معين أو اختبار علاج ما.

اختير 38 شخصاً من محافظتي الزرقاء والعقبة للمشاركة في دراسة طبية، وكان توزيعهم كما يأتي، أنظم هذه البيانات في جدول ذي اتجاهين، ثم أستعمله للإجابة عن الأسئلة الآتية:

18 شخصاً من محافظة الزرقاء منهم 7 رجال.

8 نساء من محافظة العقبة.

15 ما عدد الأشخاص الذين شاركوا في الدراسة من محافظة العقبة؟ 20

16 ما عدد الرجال الذين شاركوا في الدراسة؟ 19

17 ما عدد الرجال الذين شاركوا في الدراسة من محافظة العقبة؟ 12

## مهارات التفكير العليا

تبرير: يبين الجدول المجاور عدد قطع الحلوى المغلفة وغير المغلفة التي اشترتها فدوى، وهي بثلاث نكهات مختلفة، إذا اختارت فدوى قطعة حلوى عشوائية، فأكمل الجمل الآتية بما يناسبها مبرراً إجابتني:

| شوكولاته | فراولة | برتقال |
|----------|--------|--------|
| 2        | 4      | 3      |
| 5        | 3      | 8      |

$$P(\text{مغلفة بنكهة البرتقال}) = \frac{3}{25}$$

18 احتمال أن تكون قطعة الحلوى التي اختيرت مغلفة وبنكهة البرتقال يساوي .....

19 احتمال أن تكون قطعة الحلوى التي اختيرت غير مغلفة وبنكهة الشوكولاته يساوي .....

$$P(\text{غير مغلفة وبنكهة الشوكولاته}) = \frac{5}{25}$$

20 احتمال أن تكون قطعة الحلوى التي اختيرت بنكهة الفراولة يساوي  $\frac{7}{25}$  = (بنكهة الفراولة) P

21 مغلفة وبنكهة الفراولة ..... يساوي 16%

22 مغلفة بنكهة الفراولة ..... أو غير مغلفة وبنكهة البرتقال ..... يساوي 48%

23 أكتب ما الفرق بين الحادث واحتمال الحادث؟

الحادث هو ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، واحتمال وقوع الحادث هو فرصة وقوعه.

### نتائج الدرس:

- يميّز بين الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي.
- يحسب الاحتمال التجريبي لوقوع حادث ما.

### التعلم القبلي:

- يحل مسائل حياتية تتضمن حساب قياسات زوايا وأطوال أضلاع أشكال متشابهة باستعمال التناسب.

### 1 التهيئة

- وزّع الطلبة في مجموعات ثنائية أو ثلاثية متفاوتة القدرات؛ للقيام بتجربة احتمال يمكن إجراؤه داخل الصف، مثل رمي حجر النرد 10 مرات.
- اطلب إلى طالب أن يحدد الاحتمال النظري لمسألة ما، وطالب آخر يحدد الاحتمال التجريبي لها، واسأل باقي الطلبة عن مدى تقارب الاحتمالين.
- كرر الخطوة السابقة مع طلبة آخرين لعمل تجارب جديدة.

### أستكشف:



**نشاط:** أرمي قطعة نقدية 20 مرة، وأسجل النتائج التي أحصل عليها في الجدول المجاور.

(1) أجد الفرق بين عدد مرّات ظهور الكتابة وعدد مرّات ظهور الصورة.

(2) أعيد التجربة، ولكنّ يرمي القطعة النقدية 100 مرة، ثمّ أجب عن السؤال 2 مرة أخرى. ماذا ألاحظ؟

| صورة     | كتابة |
|----------|-------|
| الترّكّز |       |

### فكرة الدرس

أجد الاحتمال التجريبي لوقوع حادث.

### المصطلحات

الاحتمال النظري، الاحتمال التجريبي.

تعلمت في الدرس السابق كيفية إيجاد احتمال وقوع حادث، وذلك بإيجاد نسبة عدد عناصر حادث إلى عدد النواتج الممكنة جميعها، وهو ما يُسمى **الاحتمال النظري** (theoretical probability)، أمّا **الاحتمال التجريبي** (experimental probability) لحادث ما فهو تقدير للاحتمال النظري بالاعتماد على عدد مرّات وقوع الحادث عند إجراء التجربة عدّة مرّات.

### الاحتمال التجريبي

### مفهوم أساسي

- **بالكلمات:** الاحتمال التجريبي هو الاحتمال الذي يعتمد على عدد مرّات تكرار التجربة.

$$P(A) = \frac{\text{عدد مرّات وقوع الحادث}}{\text{عدد مرّات إجراء التجربة}}$$



| الرقم    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| الترّكّز | 7 | 8 | 2 | 3 | 6 | 4 |

ألقت نور حجر النرد المجاور 30 مرة، وسجّلت الرقم الظاهر على الوجه العلوي، فكانت النتائج كما في الجدول المجاور:

أجد الاحتمال التجريبي لظهور الرقم 4.

$$P(A) = \frac{\text{عدد مرّات ظهور الرقم 4}}{\text{عدد مرّات إجراء التجربة}} = \frac{3}{7+8+2+3+6+4} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

2 أجدُ الاحتمال التجريبي لظهور عددٍ أوليٍّ.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتٍ ظهورِ عددٍ أوليٍّ}}{\text{عددُ مرّاتٍ إجراءِ التجربة}} \\ = \frac{8 + 2 + 6}{30} \\ = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$



✓ **أتدقّقُ من فهمي:**

دور ليث مؤشّر القرص المجاور 10 مرّاتٍ، فكانتِ النتائجُ كما في الجدول الآتي:

3 أجدُ الاحتمال التجريبي لتوقّف المؤشّر عند اللون الأخضر.  $P(\text{اللون الأخضر}) = \frac{3}{10}$

| اللون   | أحمر | أصفر | أخضر |
|---------|------|------|------|
| التكرار | 2    | 5    | 3    |

4 أجدُ الاحتمال التجريبي لتوقّف المؤشّر عند اللون الأصفر.  $P(\text{اللون الأصفر}) = \frac{5}{10}$

يمكنُ التنبؤُ ما إذا كانتِ الأداةُ المستخدمةُ في التجربة العشوائية عادلةً أم لا بمقارنة قيم الاحتمال التجريبي بقيم الاحتمال النظريّ المقابلة لها.

### مثال 2

ألقي كلٌّ من ريم ورائد حجر نرد 100 مرّةً، فكانتِ النتائجُ كما في الجدولين أدناه:

| رائد    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---------|----|----|----|----|----|----|
| الرقم   | 18 | 18 | 15 | 17 | 17 | 15 |
| التكرار |    |    |    |    |    |    |

| ريم     | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---------|---|----|----|----|----|----|
| الرقم   | 5 | 10 | 20 | 10 | 30 | 25 |
| التكرار |   |    |    |    |    |    |

1 أفرق بين قيم الاحتمال النظريّ وقيم الاحتمال التجريبي لتجربة كلٍّ من ريم ورائد.

1 الخطوة أجدُ الاحتمال النظريّ لظهور كلِّ رقمٍ على حجر النرد:

$$P(1) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(2) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(3) = \frac{1}{6} = 0.17, \\ P(4) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(5) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(6) = \frac{1}{6} = 0.17$$

### مثال 1

- عند حل المثال، وجّه الأسئلة الآتية للطلبة:  
« كم مرة أجريت التجربة؟ وكيف يمكنني معرفة ذلك من الجدول؟ (30) مرة؛ لأن هذا هو مجموع عدد مرات الرمي لجميع النتائج مثلما يظهرها الجدول.

- هل كان ظهور الرقم 4 كما توقعت؟ وضح ذلك.  
نعم؛ لأن احتمال ظهور العدد 4 هو  $\frac{1}{6}$  وإن  $\frac{1}{6}$  العدد 30 هو 5، لذلك أتوقع أن يظهر العدد 4 خمس مرات، وهو قريب إلى العدد 3

• بعد إتمام حل المثال، أسأل الطلبة:

« هل من الضروري أن يتوافق الاحتمال النظري مع الاحتمال التجريبي؟ لا، فالاحتمال التجريبي لأي حالة قد يتوافق مع الاحتمال النظري وقد لا يتوافق معه.

« ما العلاقة بين عدد مرات إجراء التجربة بالتوافق بين الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي؟ كلما زادت عدد مرات إجراء التجربة تقاربت نتائج الاحتمال النظري مع نتائج الاحتمال التجريبي.

## الوحدة 8

الخطوة 2 أجد الاحتمال التجريبي لظهور كل رقم على حجر النرد:

رائد

$$P(1) = \frac{18}{100} = 0.18, \quad P(2) = \frac{18}{100} = 0.18, \\ P(3) = \frac{15}{100} = 0.15, \quad P(4) = \frac{17}{100} = 0.17, \\ P(5) = \frac{17}{100} = 0.17, \quad P(6) = \frac{15}{100} = 0.15$$

ريم

$$P(1) = \frac{5}{100} = 0.05, \quad P(2) = \frac{10}{100} = 0.1, \\ P(3) = \frac{20}{100} = 0.20, \quad P(4) = \frac{10}{100} = 0.1, \\ P(5) = \frac{30}{100} = 0.30, \quad P(6) = \frac{25}{100} = 0.25$$

### أعلم

قد تكون سطوح حجر النرد الذي استعملته ريم غير منتظمة.



الخطوة 3 أقرأ بين الاحتمالات النظرية والتجريبية:

ألاحظ أن قيم الاحتمال التجريبي في تجربة ريم ليست قريبة من قيم الاحتمال النظري المقابلة لها. أما قيم الاحتمال التجريبي في تجربة رائد قريبة من قيم الاحتمال النظري المقابلة لها.

أي منهما قد يكون استعمل حجر نرد عادلاً؟ أبرر إجابتي.

قيم الاحتمال النظري قريبة من قيم الاحتمال التجريبي في تجربة رائد؛ لذا، من المتوقع أن تكون حجر النرد التي استخدمها رائد عادلاً.

### أتحقق من فهمي:

يحتوي قرص دوائر أربعة أقسام مرقمة من 1 إلى 4، وعند تسجيل الرقم الذي يستقر عنده المؤشر كانت النتائج كما في الجدول المجاور. هل القرص مقسم إلى أقسام متساوية؟ أبرر إجابتي.

| الرقم   | 1  | 2  | 3 | 4  |
|---------|----|----|---|----|
| التكرار | 10 | 10 | 9 | 11 |

قيم الاحتمال النظري قريبة جداً من قيم الاحتمال التجريبي لذا فإن القرص مقسم إلى أقسام متساوية. (احتمال ظهور أي رقم من الأرقام ضمن الاحتمال النظري هو 25%، وفي الاحتمال التجريبي فإن احتمال ظهور (1) هو 25% واحتمال ظهور (2) هو 25% واحتمال ظهور (3) هو 23% واحتمال ظهور (4) هو 28%)

يمكننا استعمال الاحتمال النظري في مواقف حياتية كثيرة، من أهمها بناء توقعات لأحداث يصعب حساب احتمالات وقوعها نظرياً.

### مثال 3: من الحياة



يأخذ خبراء التفشي في المطارات والموانئ البحرية عينات عشوائية من البضاعة المستوردة لاختبار مدى مطابقتها للمواصفات. فإذا وجد ضابط الجودة في 5 بناتيل عيوباً مصنعة من 200 بناتل في أحد صناديق الشحن، فكأن بناتلاً يُتوقع وجود عيب مصنعي فيه في شحنة تحوي 5000 بناتل؟

استعمل الاحتمال التجريبي لتوقع عدد البناتيل التي يوجد فيها عيوب مصنعة في الشحنة.

#### الخطوة 1: أجد الاحتمال التجريبي:

$$P(A) = \frac{\text{عدد مرات وقوع الحادث}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$$

#### الخطوة 2: أضرب الاحتمال التجريبي لوجود بناتيل فيها عيوب مصنعة في عدد البناتيل التي تحويها الشحنة:

$$\frac{1}{40} \times 5000 = 125$$

إذن، يُتوقع وجود 125 بناتلاً فيها عيوب مصنعة في الشحنة.

#### أتحقق من فهمي:

رصدت عدد الأيام الماطرة في آخر 12 يوماً من شهر آذار فوجد أنها يومان. إذا استمر هطل الأمطار بالمعدل نفسه، فكأن يوماً من المتوقع أن يكون ماطرًا في شهر نيسان؟  
 $P(A) = \frac{2}{12}$  ، عدد الأيام الماطرة =  $30 \times \frac{2}{12} = 5$

### أَتَدْرِبُ

#### وأحل المسائل

|       |    |
|-------|----|
| صورة  | 37 |
| كتابة | 63 |

يبين الجدول المجاور نتائج رمي قطعة نقدية 100 مرة وتسجيل الوجه العلوي. أجد الاحتمال التجريبي لـ:

1 ظهور صورة.  $P(\text{صورة}) = \frac{37}{100}$   
 2 ظهور كتابة.  $P(\text{كتابة}) = \frac{63}{100}$

- يبين للطلبة أهمية استعمال الاحتمال التجريبي في التنبؤ (التوقع).
- وضح للطلبة العينة العشوائية. (فرصة اختيار فرد أو عنصر في المجتمع متساوية).
- يبين للطلبة ارتباط دقة التنبؤ بدقة المعاينة التي أجريت.

## 4 التدريب

### أَتَدْرِبُ وَأَحُلُّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (أَتَدْرِبُ وَأَحُلُّ المسائل)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فاختر طالباً تمكّن من حل المسألة ليعرض حله على اللوح.
- قد يحتاج بعض الطلبة إلى المساعدة في حل المسائل من 10 - 13؛ لذا يبين لهم أن يجدوا أولاً عدد مرات إلقاء حجر النرد عن طريق التمثيل البياني ثم متابعة الحل.

## مسائل مهارات التفكير

- وجه الطلبة إلى فقرة (مهارات التفكير العليا)، واطلب إليهم حل المسائل 14-18
- في المسألتين (15) (14) بين للطلبة أن عدد المباريات التي خاضها الفريق هو مجموع المباريات (الخسارة، التعادل، الفوز).

### الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجباً منزلياً. لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضاً إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

## الوحدة 8

لدى كل من هاشم وميسون قرص دوار يحتوي أربعة أقسام مرقمة من 1 إلى 4، أدار كل منهما قرصه وسجل الرقم الذي استقرَّ عنده وسجل النتائج في الجدولين الآتيين:

| هاشم    |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|
| الرقم   | 1  | 2  | 3  | 4  |
| التكرار | 11 | 14 | 10 | 15 |

| ميسون   |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|
| الرقم   | 1  | 2  | 3  | 4  |
| التكرار | 33 | 17 | 28 | 22 |

- 3 كم مرة أدار كل منهما قرصه؟ دار قرص ميسون 100 مرة، وقرص هاشم 50
- 4 أجد الاحتمال التجريبي لتوقف المؤشر عند كل رقم على القرص الدوار. انظر الهامش
- 5 أي منهما قد يكون قرصه مقسماً إلى أقسام متساوية؟ أبرر إجابتي. كلاهما لأن نتائجهما قريبة من الاحتمال النظري.

| سيارة | دراجة | شاحنة |
|-------|-------|-------|
| 19    | 8     | 8     |

يبين الجدول المجاور أنواع المركبات وأعدادها التي رصدتها كاميرا مراقبة عند مرورها في أحد الشوارع خلال المدة الزمنية من 5 p.m. حتى 6 p.m.، أستمّل الجدول لأجد الاحتمال التجريبي لـ:

- 6 مرور سيارة أمام الكاميرا.  $P(\text{سيارة}) = \frac{19}{35}$
- 7 مرور دراجة أمام الكاميرا.  $P(\text{دراجة}) = \frac{8}{35}$
- 8 مرور شاحنة أمام الكاميرا.  $P(\text{شاحنة}) = \frac{8}{35}$

- 9 بيض: فحص تاجر 20 طبق بيض فوجد أن 3 أطباق تحوي بيضاً مكسوراً. كم طبق بيض من المتوقع وجود بيض مكسور فيه من 1000 طبق؟  
 $P(A) = \frac{3}{20}$ ، عدد الاطباق التي يتوقع ان يكون فيها بيض مكسور  $= 1000 \times \frac{3}{20} = 150$

### معلومة

اخترعت في العام 1973 أول كاميرا مراقبة تعمل بوقاية صغيرة.



### إجابات (أدرب وأحل المسائل):

#### (4) قرص ميسون:

$$p(1) = \frac{33}{100} = 33\%, p(2) = \frac{17}{100} = 17\%,$$

$$p(3) = \frac{28}{100} = 28\%, p(4) = \frac{22}{100} = 22\%$$

#### قرص هاشم:

$$p(1) = \frac{11}{50} = 22\%, p(2) = \frac{14}{50} = 28\%,$$

$$p(3) = \frac{10}{50} = 20\%, p(4) = \frac{15}{50} = 30\%$$

## البحث وحل المسائل:

- استعمل نتائج كل تجربة مما يأتي لتصف شكل القرص الدوّار المستعمل في التجربة، على افتراض أن النتائج كلها قريبة من الاحتمال النظري.
- تدوير مؤشر القرص 50 مرة وكانت النتائج (اللون الأحمر تكرر 24 مرة، واللون الأزرق تكرر 12 مرة، واللون الأصفر تكرر 14 مرة). وصف القرص: (إجابة ممكنة: نصف القرص لونه أحمر، وربعه لونه أزرق، والربع الآخر لونه أصفر).
- تدوير مؤشر القرص 100 مرة وكانت النتائج (اللون الأحمر تكرر 53 مرة، واللون الأخضر تكرر 47 مرة). وصف القرص: (إجابة ممكنة: نصف القرص لونه أحمر، والنصف الآخر لونه أخضر).

**توسعة:** إطلب إلى الطلبة عرض نتائج إلقاء مكعب الأرقام عدداً من المرات ووصفه في كل مرة.

## تعليمات المشروع:

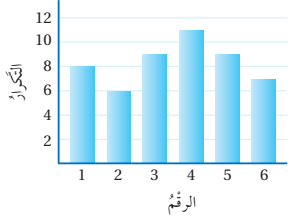
- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات التي جمعوها لتنفيذ المهمة (9).

- وجّه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهم الطلبة كيفية إيجاد الاحتمال التجريبي لحادث ما.

## إرشاد

أجد أولاً عدد مَرَّات إلقاء حجر الترد، مستعيناً بالتمثيل البياني.

يبين التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج تجربة إلقاء حجر نرد وتسجيل الرقم الظاهر على وجهه العلوي، أجد الاحتمال التجريبي لـ:



10 ظهور الرقم 6  $P(6) = \frac{7}{50}$

11 عدم ظهور الرقم 1  $P(1) = \frac{42}{50}$

12 ظهور رقم أقل من 3  $P(3) = \frac{14}{50}$

13 ظهور الرقمين 2 أو 4  $P(2 \text{ أو } 4) = \frac{17}{50}$

## مهارات التفكير العليا

15 المباراة القادمة يصبح عدد المباريات 81 وعدد مباريات الفوز = 37، احتمال الفوز  $P(\text{الفوز}) = \frac{37}{80}$ ، احتمال الفوز 45% وهو ضمن الاحتمال التجريبي.

## إرشاد

أكتب نتائج الاحتمال التجريبي على الصورة العشرية؛ لتسهيل المقارنة.

| فوز | تعادل | خسارة |
|-----|-------|-------|
| 36  | 25    | 19    |

تبرير: سجل يوسف عدد مَرَّات فوز وخسارة وتعادل فريق كرة السلة الذي يشجعه في موسم واحد في الجدول المجاور:

14 أجد الاحتمال التجريبي لفوز الفريق.  $P(\text{فوز الفريق}) = \frac{36}{80}$ ، احتمال فوز الفريق 45%

15 معتمداً على نتائج الاحتمال التجريبي، هل من المتوقع فوز الفريق في المباراة القادمة؟ أبرر إجابتي.

تبرير: قرص دوائر يحتوي أربعة أقسام لكل منها لون مختلف. يبين الجدول المجاور نتائج تجربة تدوير مؤشره 200 مرة:

|                   | أحمر | زهري | أزرق | أسود |
|-------------------|------|------|------|------|
| التكرار           | 36   | 58   | 72   | 34   |
| الاحتمال التجريبي | 0.18 | 0.29 | 0.36 | 0.17 |

16 أكمل الجدول.

17 أي قسمين في القرص من المتوقع أن يكون لهما المقاس نفسه؟ أبرر إجابتي. الأحمر والأسود

18 أكتب كيف أجد الاحتمال التجريبي لحادث ما؟ هو الاحتمال الذي يعتمد على عدد مَرَّات تكرار التجربة واحتمال وقوع الحادث A يساوي عدد مرات وقوع الحادث مقسوماً على عدد مرات إجراء التجربة

## اختبار الوحدة:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل 1-5 فردياً، وتجوّل بينهم، وقدم لهم التغذية الراجعة، ثم ناقش حلّ بعض المسائل على اللوح مع الصف كاملاً.
- قسم الطلبة مجموعات، ثم اطلب إليهم حل المسائل (21-6). تابع الحلول وقدم لهم التغذية الراجعة والمساعدة والدعم وقت الحاجة. اختر المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها وناقشها معهم على اللوح.

أختار رمز الإجابة الصحيحة:

- 1 جمعت رنيم المعلومات الآتية عن عدد الكتب التي قرأتها زميلاتها في العطلة الصيفية:

|   |    |   |   |   |   |   |   |   |
|---|----|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2  | 5 | 4 | 0 | 2 | 3 | 4 | 0 |
| 0 | 10 | 8 | 4 | 7 | 3 | 1 | 6 | 4 |

أي المقاييس الآتية قيمته تساوي 4؟

- (a) المتوسط الحسابي (b) الوسيط  
(c) المنوال (d) المدى

2 الوسط الحسابي لمجموعة القيم

70, 80, 70, 90, 80, 100, 70 يساوي:

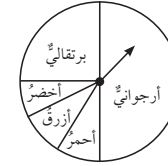
- (a) 280 (b) 90  
(c) 80 (d) 70

3 مقياس مقدار تشتت البيانات وتباعدتها هو:

- (a) المتوسط الحسابي (b) الوسيط  
(c) المدى (d) المنوال

4 إذا دار مؤشر القرص

المجاور 600 مرة، كم مرة تقريباً يُتوقع أن يقف على القطاع الأحمر؟



- (a) 30 (b) 40  
(c) 50 (d) 60

5 يوجد في مدرسة 1200 طالب (ذكور وإناث)، اختيرت عينة من 100 طالب عشوائياً، فكان عدد الذكور فيها 45، أي الأعداد الآتية يمثل عدد الذكور المحتمل في المدرسة؟

- (a) 450 (b) 500 (c) 540 (d) 600

يلخص الجدول المجاور أعمار حضور حفلين شعريين بالسنوات: 6 و 7 انظر الهامش

|               | الحفل (1) | الحفل (2) |
|---------------|-----------|-----------|
| الوسيط        | 38        | 37        |
| الوسط الحسابي | 38.4      | 39.2      |
| المدى         | 64        | 48        |

6 أفرار تباعد أعمار حضور الحفليين. أفسر إجابتي.

7 يريد أحمد أن يحدد الحفل الذي حضره أناس أصغر سناً، فما الصعوبات التي سوف تواجهه؟

| الساق | الورقة        |
|-------|---------------|
| 9     | 2 4 5 6       |
| 10    | 0 2 4 5 5 8 8 |
| 11    | 1 1 4 4 4 7   |
| 12    | 2 3 5 6 8     |
| 13    | 1 4 9         |

زراعة: يبين مخطط الساق

والورقة المجاور كتل

25 تفاحة رُصدت في

مختبر زراعي:

المفتاح:  $9|2 = 92 \text{ g}$ 

- 8 ما عدد التفاحات التي تقل كتلتها عن 100 g ؟ 4
- 9 ما نسبة التفاحات التي كتلتها بين 120 g و 130 g ؟ 20%
- 10 ما كتلة أثقل تفاحة ؟ 139 g
- 11 ما مدى كتل التفاحات ؟ 47
- 12 أجد المنوال لكتل التفاحات. 114
- 13 أجد الوسيط لكتل التفاحات. 111

## إجابات (اختبار الوحدة):

- 6 أعمار الحضور في الحفل (1) أكثر تباعداً من أعمار الحضور في الحفل (2) لأن المدى أكبر
- 7 الوسط الحسابي لأعمار الحضور في كلا الحفليين متقارب

## اختبار الوحدة

## تدريب على الاختبارات الدولية

22 اختبار من متعدد: إذا كان وسيط القيم 27, 42, □, 29, 56, 48 يساوي 37 والمُدَى يساوي 29، فإن القيمة المجهولة هي:

a) 47    b) 37    c) 32    d) 41

تقدم طلبة شعبتين من الصف السابع لإختبار رياضيات، وفي ما يأتي ملخص لنتائج الطلبة:

| السابع (ب)         | السابع (أ)         |
|--------------------|--------------------|
| الوسيط الحسابي: 55 | الوسيط الحسابي: 65 |
| الوسيط: 56         | الوسيط: 59         |
| المُدَى: 48        | المُدَى: 72        |

إذا كان عدد الطلبة في كل شعبة يساوي 30 طالباً، فأضع إشارة (✓) في المكان المناسب أمام كل جملة مما يأتي:

23 درجات طلبة الصف السابع (أ) متباعدة أكثر من درجات طلبة الصف السابع (ب).

صحيح ☒ خطأ ☐

24 درجات طلبة الصف السابع (أ) أعلى من درجات طلبة الصف السابع (ب).

صحيح ☒ خطأ ☐

25 أقل من نصف طلبة الصف السابع (ب) حصلوا على درجة أعلى من 50.

صحيح ☐ خطأ ☒

26 مجموع درجات طلبة الصف السابع (أ) أعلى من مجموع درجات طلبة الصف السابع (ب).

صحيح ☒ خطأ ☐

لدى هاني 20 بطالاً ليعرضها زر من الأسماء وليعضها الآخر رباط مطاطي، ويبيّن الجدول أدناه أعداد هذه البطاطيل وألوانها:

|                                    | أزرق | أسود | بنّي |
|------------------------------------|------|------|------|
| بَطَالٌ لَهُ زَرٌّ مِنَ الْأَمَامِ | 3    | 5    | 4    |
| بَطَالٌ لَهُ رِبَاطٌ مِطَاطِيٌّ    | 3    | 2    | 3    |

إذا اختار هاني بطالاً عشوائياً، فأجد احتمال:

14 اختيار بطالٍ برباط مطاطي. 16%

15 اختيار بطالٍ بنّي برباط مطاطي. 15%

16 اختيار بطالٍ لونه أسود. 35%

17 اختيار بطالٍ برباط مطاطي لونه أسود أو بنّي.

18 اختيار بطالٍ لونه أسود أو بنّي. 25%

70%

يبيّن مخطط الساق والورقة أدناه عدد زائري متحف في 20 يوماً:

| الساق | الورقة        |
|-------|---------------|
| 20    | 5 6 8         |
| 21    | 0 1 5 5 8     |
| 22    | 1 3 5 6 7 8 9 |
| 23    | 3 7 8         |
| 24    | 1 4           |

المتناح: 20|5 = 250

19 أجد وسيط عدد الزائرين. 224

20 أجد المتوال. 215

21 أجد المُدَى. 39

## تدريب على الاختبارات الدولية

اشرح للطلبة المقصود بالاختبارات الدولية، واطلب إليهم حلّ أسئلة (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم ناقش حلولها معهم على اللوح.

## إجابات اختبار الوحدة:



# كتاب التمارين

## الدرس 4 الاحتمالات

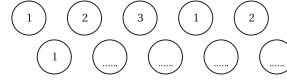
العدد 8  
الاحتمالات

اختارت ناديا بطاقة عشوائياً من بين البطاقات المجاورة، أجد احتمال اختيار:



- 1 بطاقة تحمل دائرة.
- 2 بطاقة تحمل مستطيلاً والعدد 3
- 3 بطاقة تحمل العدد 1
- 4 بطاقة تحمل شكلاً آخر.

يبين الشكل المجاور 10 كرات مرصمة بالأرقام 1 و 2 و 3 و 4.



أكمل ترميم الكرات إذا علمت أنه عند اختيار كرة عشوائياً فإن:

- فرصة ظهور الرقم 4 مساوية لفرصة ظهور الرقم 3
- فرصة ظهور الرقم 1 هي الأعلى بين الأرقام.

اختارت نسرين عشوائياً بطاقة من بين البطاقات المجاورة. أضغ إشارة على مقياس الاحتمال لندل على احتمال وقوع الحوادث الآتية:



- 5 A: بطاقة تحمل سهماً.
- 6 B: بطاقة تحمل سهماً متجهاً للأسفل.
- 7 C: بطاقة تحمل سهماً متجهاً للأعلى.
- 8 D: بطاقة تحمل سهماً متجهاً لليسار.



يبين الجدول المجاور ألوان المركبات في موقف للسيارات، إذا اختيرت مركبة

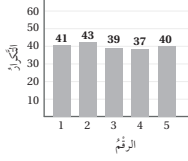
|      | سيارة | شاحنة |
|------|-------|-------|
| أحمر | 7     | 2     |
| أبيض | 3     | 7     |
| أسود | 11    | 0     |
| أزرق | 4     | 1     |

عشوائياً، أجد احتمال:

- 9 اختيار شاحنة.
- 10 اختيار سيارة زرقاء.
- 11 اختيار شاحنة سوداء أو سيارة.

39

## الدرس 5 الاحتمال التجريبي



يبين التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج تدوير مؤشر القرص المجاور 200 مرة وتسجيل الرقم الذي يستقر عنده المؤشر، أجد الاحتمال التجريبي لـ:

- 1 توقف المؤشر عند الرقم 3
- 2 توقف المؤشر عند رقم أكبر من 4
- 3 توقف المؤشر عند عدد غير أولي.

في تجربة إلقاء حجر نرد 75 مرة وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه العلوي ظهر العدد (6) 25 مرة:

- 4 أجد الاحتمال التجريبي لظهور العدد 6
- 5 هل حجر النرد المستعمل في التجربة عادل أم لا؟ أبرز إجابتي.

| الطلب الإضافي | العدد |
|---------------|-------|
| أزرق          | 29    |
| بساطا         | 13    |
| معكرونة       | 1     |

مطاعم: يقدم مطعم عرضاً للزبائن باختيار طبق إضافي مع وجباتهم من بين ثلاثة أطباق: بطاطا، أو أرز، أو معكرونة، ويبين الجدول المجاور طلبات الزبائن في أحد الأيام.

أجد الاحتمال التجريبي لاختيار زبون طبق البطاطا.

إذا ارتاد المطعم في اليوم التالي 80 شخصاً، فكم زبوناً من المتوقع أن يختار طبق الأرز.



صممت سارة القرص الدوار المجاور، وتدوّرت المؤشر 40 مرة، ثم رصدت النتائج التي

| اللون  | أحمر | أزرق |
|--------|------|------|
| التردد | 9    | 31   |

حصلت عليها في الجدول المجاور:

أجد الاحتمال التجريبي لتوقف المؤشر عند اللون الأزرق.

هل القرص الذي صممتها سارة عادل أم لا؟

40

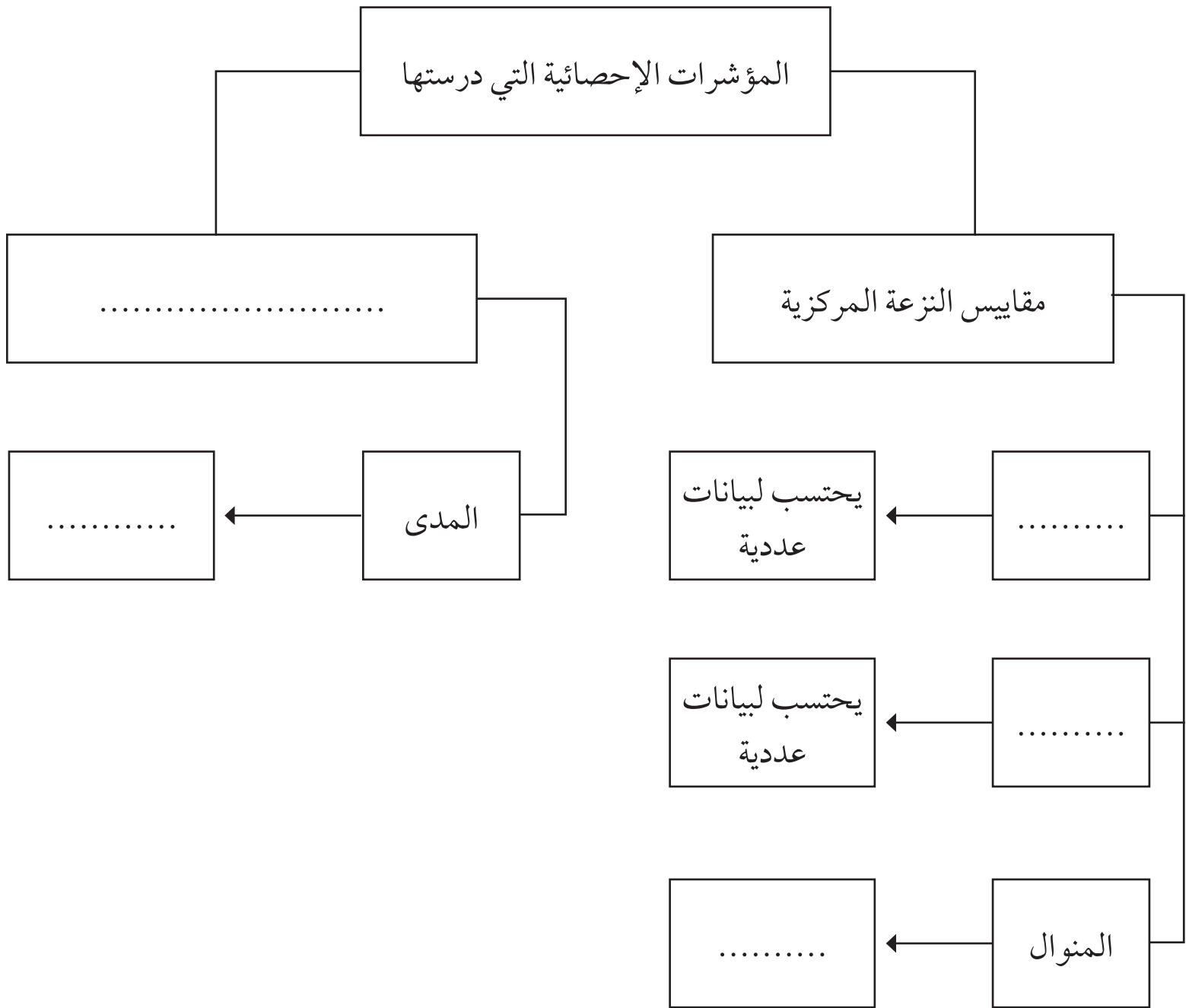
## ورقة المصادر 1 : عائلات

|                        |                          |                         |                         |                         |
|------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| الاسم: علي<br>العمر: 2 | الاسم: ليلي<br>العمر: 15 | الاسم: سلمى<br>العمر: 9 | الاسم: خالد<br>العمر: 5 | الاسم: محمد<br>العمر: 4 |
| عائلة أحمد             | عائلة أحمد               | عائلة أحمد              | عائلة أحمد              | عائلة أحمد              |

|                        |                         |                         |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| الاسم: هبة<br>العمر: 6 | الاسم: محمد<br>العمر: 9 | الاسم: عدي<br>العمر: 15 |
| عائلة سلطان            | عائلة سلطان             | عائلة سلطان             |

|                         |                          |                         |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| الاسم: محمد<br>العمر: 3 | الاسم: إيمان<br>العمر: 5 | الاسم: خلود<br>العمر: 4 |
| عائلة عمر               | عائلة عمر                | عائلة عمر               |

## ورقة المصادر 2 : الخريطة المفاهيمية

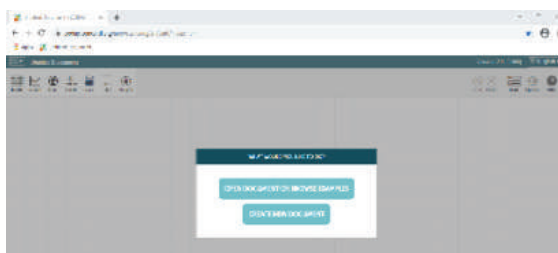


# ورقة المصادر 3 : خطوات استخدام برمجية CODAP

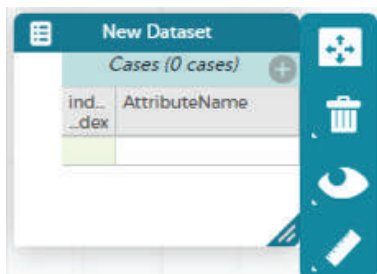
## (Common Online Data Analysis Platform)



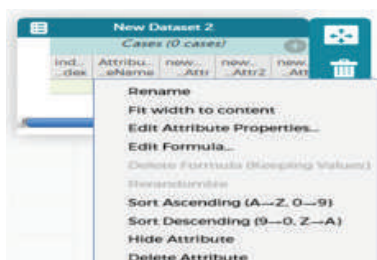
1. اضغط على الرابط الآتي للوصول إلى الشاشة الرئيسية للبرمجية:  
<https://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html>



2. اضغط على زرّ "create new document"



3. اضغط على زرّ "Tables" لإنشاء جدول البيانات الخاص بك.  
 وجه الطلبة إلى إدخال بيانات المشروع المجمعة.



4. بعد الضغط على زرّ "create new document" تظهر الشاشة المجاورة، وبالضغط على إشارة + تفتح أعمدة جديدة يمثل كل عمود منها متغيراً من المتغيرات المراد تحليلها، كالوزن، والطول، العمر. وكل صفّ يمثل حالة من الحالات التي جمعت البيانات عنها.

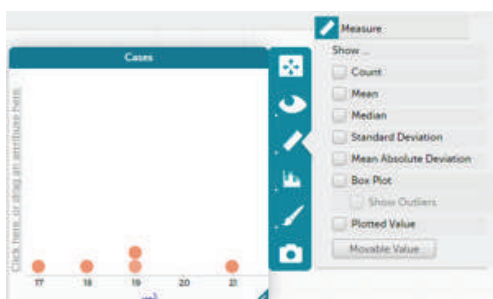
| ind._dex | الاسم | الجنس | العمر | الوزن |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| 1        | أحمد  | ذكر   | 18    | 45    |
| 2        | سلي   | أنثى  | 17    | 51    |
| 3        | عبد   | ذكر   | 19    | 53    |
| 4        | عبد   | ذكر   | 21    | 58    |
| 5        | خالد  | أنثى  | 19    | 51    |

5. تتيح البرمجية إجراء التعديلات على الجدول، مثل تغيير عنوان العمود بالضغط على عنوان العمود.

6. لاحظ بالنظر إلى الشاشة المجاورة إنشاء 4 متغيرات، هي: الاسم، الجنس، العمر، الوزن.



7. بعد تجهيز بيانات الجدول، اضغط على زرّ Graph وستُفتح نافذه جديدة. اسحب متغير العمر وأفلته على المحور الأفقي، فتحصل مباشرة على الشكل المجاور. اضغط على رمز المسطرة واختر الإحصائيات التي ترغب بحسابها، مثل: الوسط الحسابي، والوسيط.



8. كرر العملية لمتغيرات أخرى.

9. نفذ النشاط مع الطلبة في مختبر الحاسوب بالمدرسة.

مشاهدة التلفاز مع العائلة

تساقط الثلوج غدًا

زيارة مدينة البترا الأثرية

الحصول على تقدير ممتاز  
في الرياضيات

الذهاب للتسوق مع العائلة

غياب مدرس اللغة العربية

استخدام الانترنت هذا اليوم

زيارة طبيب الاسنان