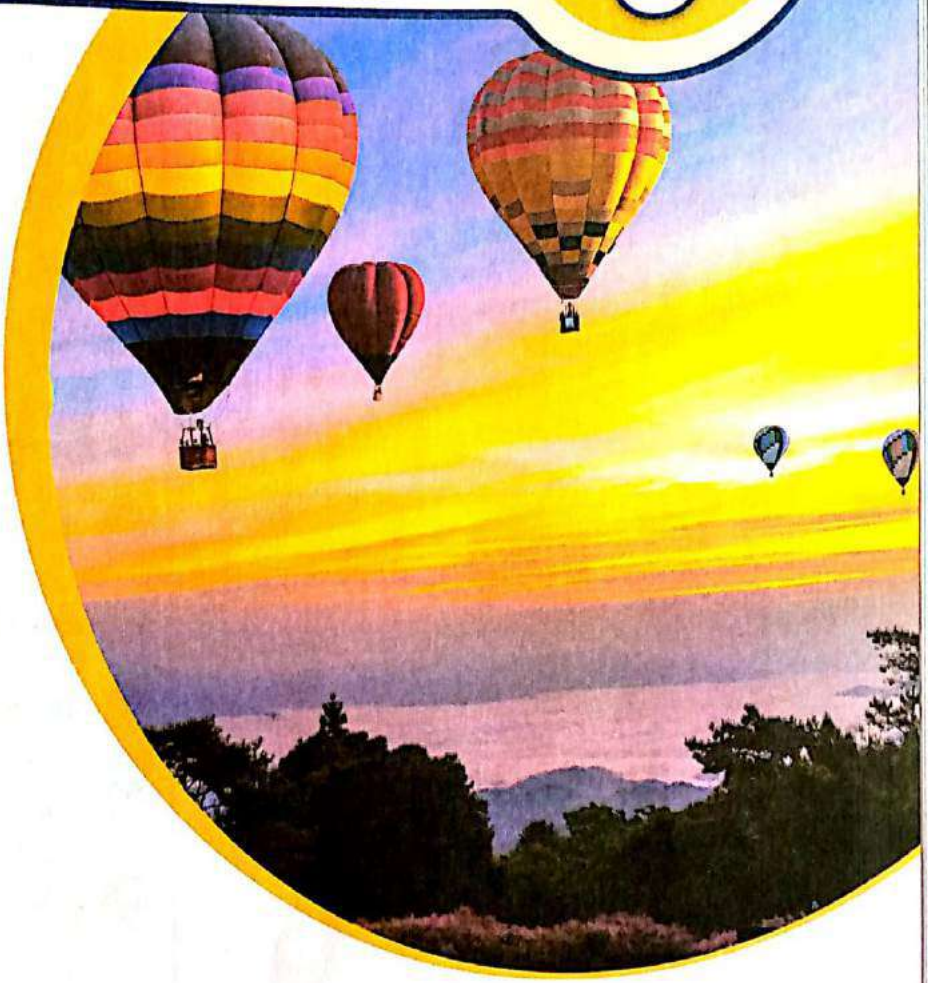
الوحدةُ 6

أنظمةُ المعادلاتِ الخطّيّةِ



ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

يمكـنُ نمذجـةُ مواقـفَ حياتيـ
باستعمالِ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بمتغيّرَي
تغيّرِ الطّولِ، وتغيّرِ درجاتِ الحرارةِ
اليومِ، وتغيّرِ ارتفاعِ ما، فمثلًا يسا
نظامِ المعـادلاتِ على تحديدِ الوقـ
يصبحُ فيهِ مِنطادانِ على الارتفاعِ نفسِ
كانَ معدّلُ التغيّرِ في ارتفاعِهما مختلفً

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ تعييـنَ إحداثيَّـيْ نقطةٍ في المسـتوى الإحداثيِّ.
- ✓ حلَّ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ.
- ✓ كتابـةَ معادلةِ المسـتقيمِ بصيغـةِ المَيلِ والمقطعِ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- حلَّ نظـامِ معادلاتٍ خطّيّـةٍ بمتغيّرَينِ بيانيًّا.
- حلَّ نظامِ معـادلاتٍ خطّيّـةٍ بمتغيّرَينِ بالتعويضِ.
- حـلَّ نظامِ معـادلاتٍ خطّيّـةٍ بمتغيّرَينِ بالحذفِ.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (١) | الوحدة (٦)

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

مقدمة :- $3x+y=8$ تمثل معادلة خطية حيث قوة كل من x و y تساوي (١)

وعند وجود اكثر من معادلة خطية سنكون لدينا **نظام المعادلات الخطية** حيث المتغيرات نفسها . مثلاً :-

$$5x+3y=1$$
$$x+y=7$$

وحل النظام هو ايجاد الزوج المرتب (x,y) الذي يحقق كل معادلة.

اولاً :- معرفة حل الزوج المرتب (x,y) يمثل حل للنظام

* عوض الزوج المرتب في كلا المعادلتين
* نقارن الناتج الظاهر في كل طرف . حيث :-

١) ان تساويا في كلا الطرفين ← يمثل حل للنظام

٢) ان لم يتساويا في احدى المعادلتين أو كلاهما ← لا يمثل حل للنظام.

مثال حدد ما اذا كان الزوج المرتب يمثل حل للنظام أم لا.

(١) $(1,2)$

$$x+3y=7$$
$$2y-x=3$$

المعادلة (١) :- عوض $x+3y=7$

$1+3(2)\stackrel{?}{=}7$

$7=7$ ✓

المعادلة (٢) :- عوض $2y-x=3$

$2(2)-1\stackrel{?}{=}3$

$3=3$ ✓

حل للنظام

(٢) $(2,-3)$

$$x-y=5$$
$$2x+y=7$$

المعادلة (١) :- عوض $x-y=5$

$2+3\stackrel{?}{=}5$

$5=5$ ✓

المعادلة (٢) :- عوض $2x+y=7$

$2(2)-3\stackrel{?}{=}7$

$1\neq 7$

ليس حل للنظام

(٣) $(2,-1)$

$$3y+x=7$$
$$y+x=5$$

المعادلة (١) :- عوض $3y+x=7$

$3(-1)+2\stackrel{?}{=}7$

$-1\neq 7$ نتوقف

لا يمثل حل للنظام

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ (1, 3):

$2x+y=5$
$-2x+y=1$

المعادلة الأولى :-
بوضع $2x+y=5$
$2(1)+3 \stackrel{?}{=} 5$
$5=5$ ✓

المعادلة الثانية :-
بوضع $-2x+y=1$
$-2(1)+3 \stackrel{?}{=} 1$
$1=1$ ✓

وعليه (3 و1) يمثل حل للنظام.

الحصة من مرهبا 41 ص

④ (-1 و2):

$2x+5y=8$
$3x-2y=5$

المعادلة الأولى :-
بوضع $2x+5y=8$
$2(-1)+5(2) \stackrel{?}{=} 8$
$8=8$ ✓

المعادلة الثانية :-
بوضع $3x-2y=5$
$3(-1)-2(2) \stackrel{?}{=} 5$
$-7 \neq 5$ ✗

وعليه (2 و-1) لا يمثل حل للنظام

احدى طرائق حل نظام معادلات خطية تكون من معادلتين خطيتين هي تمثيلها في المستوى الاحداثي نفسه وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان والتي تمثل حلاً للنظام

مثال :- حل النظام

$2x+y=4$
$x+y=3$

الخطوة (1) :- تمثل كل معادلة في المستوى الاحداثي نفسه

المعادلة الأولى :-
$2x+y=4$
∴ $x=0$ نضع *
$y=4$
∴ $y=0$ نضع *
$\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}$
$x=2$

المعادلة الثانية :-
$x+y=3$
∴ $x=0$ نضع *
$y=3$
∴ $y=0$ نضع *
$x=3$

أفضل طريقة لرسم المعادلة الخطية هو ايجاد المقطع (x) والمقطع (y)

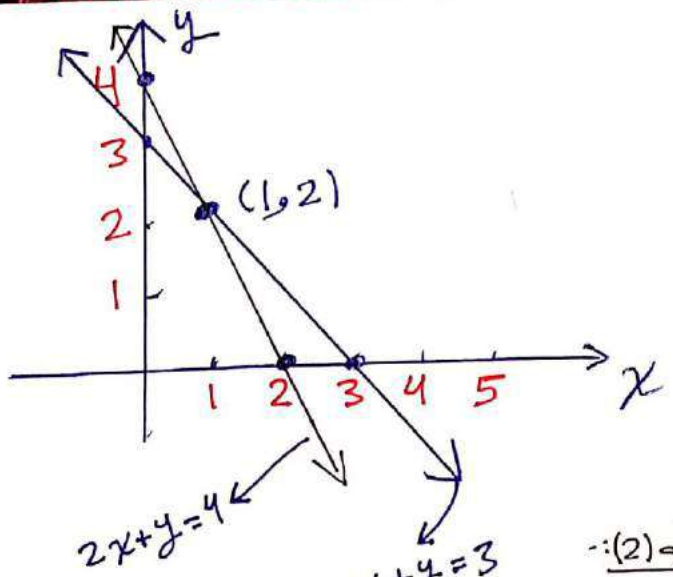
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الخطوة (2) :-

نحدد نقطة/تقاطع

نلاحظ ان المستقيمان يتقاطعان

في نقطة (1و2)



الخطوة (3) :-

نتحقق من الحل.

المعادلة (1) :-

بما ان $2x+y=4$

$2(1)+2 \stackrel{?}{=} 4$

$4=4$ ✓

المعادلة (2) :-

بما ان $x+y=3$

$2+1 \stackrel{?}{=} 3$

$3=3$ ✓

اذن (2و1) حل للنظام

---

① $y=-4-x$

$y=2x+14$

التحقق من مفهوم 42 ص

المعادلة (1)

$y=-4-x$

$\therefore x=0$ عندما

$y=-4$

$\therefore y=0$ عندما

$0=-4-x$

$+4 \quad +4$

$4=-x$

$-4=x$

المعادلة (2)

$y=2x+14$

$\therefore x=0$ عندما

$y=14$

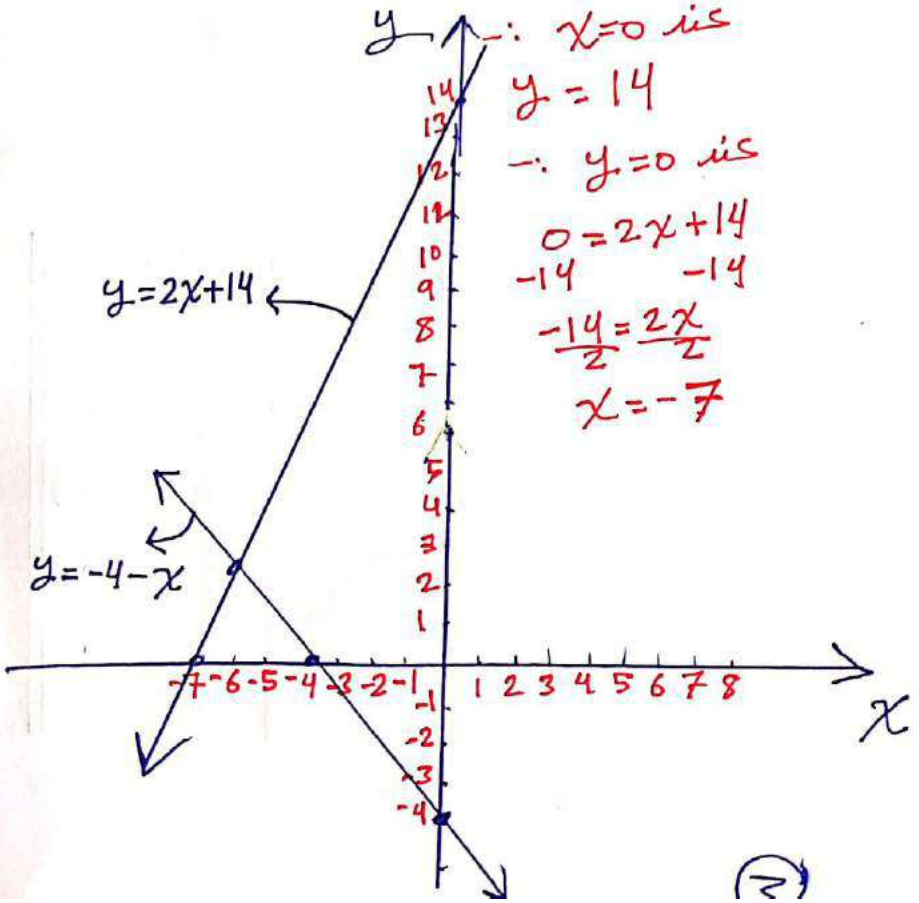
$\therefore y=0$ عندما

$0=2x+14$

$-14 \quad -14$

$\frac{-14}{2}=\frac{2x}{2}$

$x=-7$



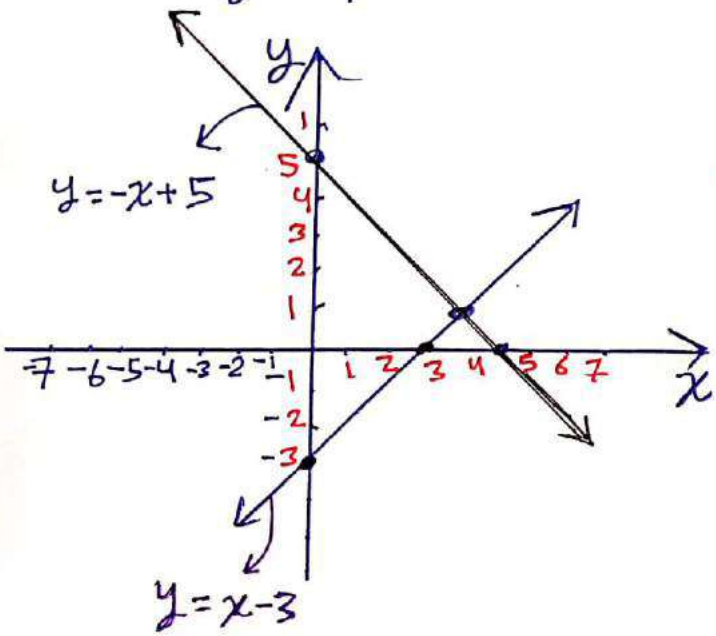
نقطة التقاطع (-6,2)

وهو الحل للنظام

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $y = -x + 5$

$y = x - 3$



المعادلة (1)

$y = -x + 5$

∴ عند $x = 0$

$y = 5$

∴ عند $y = 0$

$0 = -x + 5$

$-5 \quad -5$

$-5 = -x$

$x = 5$

المعادلة (2)

$y = x - 3$

∴ عند $x = 0$

$y = 0 - 3$

$y = -3$

∴ عند $y = 0$

$0 = x - 3$

$+3 \quad +3$

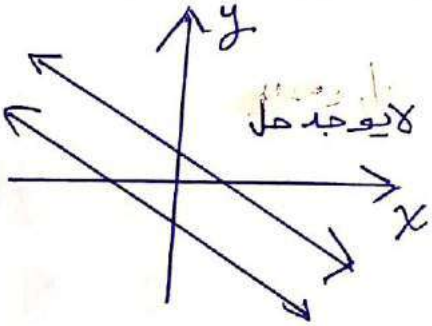
$3 = x$

نقطة التقاطع (3 ، 4)

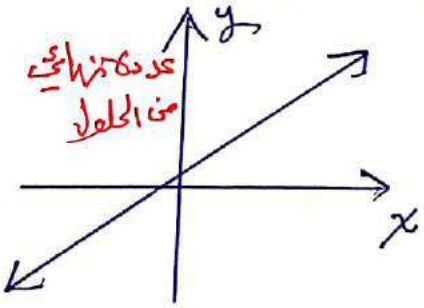
وهي تمثل حل النظام

مفهوم

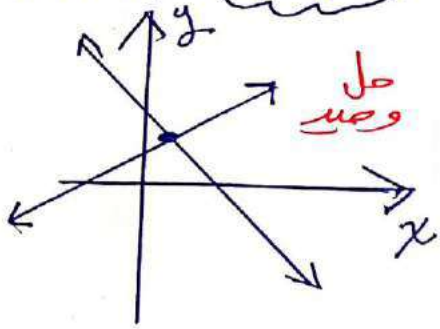
بما ان الحل للنظام هو نقطة (التقاطع / التقيين) معليه



مستقيمان متوازيان



المستقيم نفسه



مستقيمان متقاطعان

اتعلم

نستطيع معرفة حل للنظام عدد نهائي من الحلول أو عدم وجود حل كما يلي :-

① نجد ميل كل معادلة ونقطع y كما يلي :-

* حساب الميل ← اجعل y موضوع قانون ومعامل x هو الميل

* المقطع y ← ضع $x = 0$ وحل المعادلة

② اذا تساوا الميلان فقط ← لايوجد حل

③ اذا تساوا الميلان والمقطع y ← عدد نهائي من الحل

④ ان اختلف الميلان ← حل وحيد

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل الأنظمة الآتية :-

③ $y = 2x + 1$
$y = 2x - 5$

الحل :- سنقوم بإيجاد الميل والمقطع :-

المعادلة (1) :-

$y = 2x + 1$

هنا y موضوع قانون وعليه $M = 2$

نضع $x = 0$:-

$y = 1$

المعادلة (2) :-

$y = 2x - 5$

$M = 2$

نضع $x = 0$:-

$y = -5$

نلاحظ ان الميلان متساويان والمقطع y مختلف وعليه لا توجد حلول للنظام "

---

④ $-2x + y = 3$
$-4x + 2y = 6$

المعادلة (1)

$-2x + y = 3$

اجعل y موضوع قانون

$-2x + y = 3$
$+2x \quad +2x$

$y = 2x + 3$

$M = 2$

نضع $x = 0$:-

$y = 3$

المعادلة (2) :-

$-4x + 2y = 6$

اجعل y موضوع قانون

$-4x + 2y = 6$
$+4x \quad +4x$

$\frac{2y}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{6}{2}$

$y = 2x + 3$

$M = 2$

نضع $x = 0$:-

$y = 3$

نفس الميل والمقطع وعليه "عدد لانهائي للحلول"

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسائل من الحياة

لعبة الكترونية :-

تريد الاختان هدى وندى شراء لعبة الكترونية ، وتوفران من مصروفهما من أجل ذلك ، إذا كان مع هدى JD 14 وتوفر اسبوعياً JD 3 ومع ندى JD 6 وتوفر اسبوعياً JD 5 بعد كم اسبوع يكون مع الاختين المبلغ نفسه .

الحل :- المبلغ y

عدد الاسابيع x

هدى :- $y = 14 + 3x$

ندى :- $y = 6 + 5x$

نرسم كل من المعادلتين :-

المعادلة (1)

$y = 14 + 3x$

$\therefore x = 0$ عند

$y = 14$

$\therefore y = 0$ عند

$0 = 14 + 3x$

$-14 \quad -14$

$\frac{-14}{3} = \frac{3x}{3}$

$x = -\frac{14}{3}$

المعادلة (2) :-

$y = 6 + 5x$

$\therefore x = 0$ عند

$y = 6$

$\therefore y = 0$ عند

$0 = 6 + 5x$

$-6 \quad -6$

$\frac{-6}{5} = \frac{5x}{5}$

$\frac{-6}{5} = x$

نرسم ونتيجة لدينا

نقطة التقاطع $(4, 26)$

إذن $x = 4$ أسبوع يكون معهم نفس المبلغ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التدرب أصل المسائل

حدد ما إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً لنظام المعادلات الخطية المعطى في كل مما يأتي :-

① $(2, -2)$: $3x+y=4$, $x-3y=8$

المعادلة (1) :- $3x+y=4$ عوض
$3(2)+2 \stackrel{?}{=} 4$
$4 \stackrel{?}{=} 4$ ✓

المعادلة (2) :- $x-3y=8$
$2-3(-2) \stackrel{?}{=} 8$
$8=8$ ✓

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

وعليه حل للنظام

---

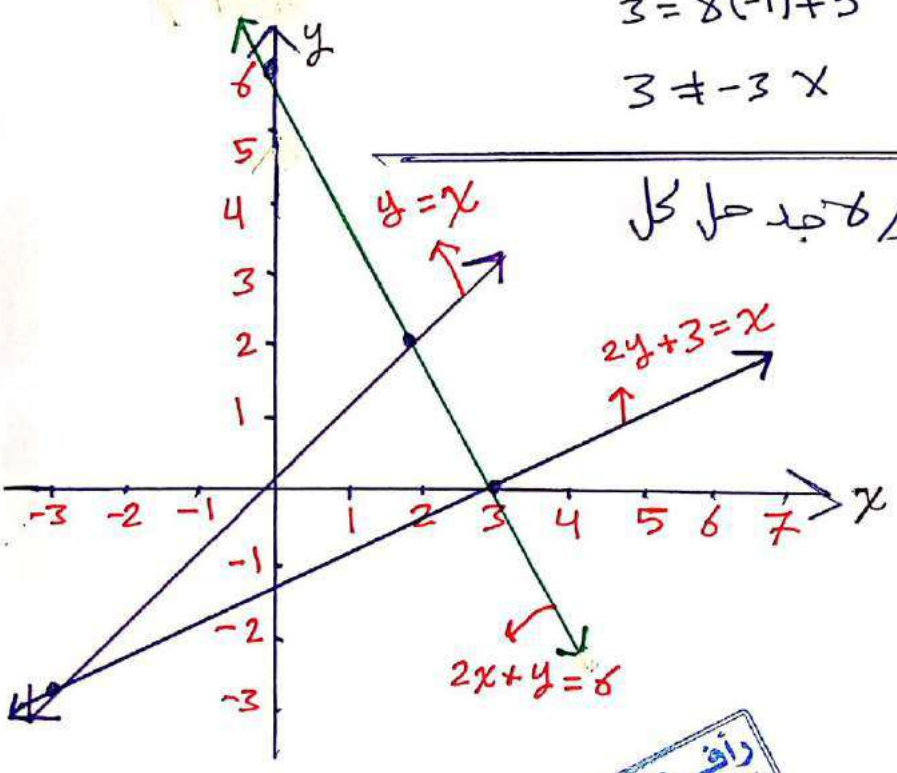
② $(-1, 3)$: $y=-7x-4$, $y=8x+5$

المعادلة (1) :- $y=-7x-4$ عوض
$3=-7x-1-4$
$3 \stackrel{?}{=} 3$ ✓

المعادلة (2) :- $y=8x+5$ عوض
$3 \stackrel{?}{=} 8(-1)+5$
$3 \neq -3$ ×

ليس حل للنظام

استعمل التمثيل البياني المجاور لإيجاد حل كل نظام مما يأتي :-



③ $y=x$
$2x+y=6$
الحل : $(2, 2)$

④ $2y+3=x$
$2x+y=6$
الحل : $(3, 0)$

⑤ $2y+3=x$
$y=x$
الحل : $(-3, -3)$

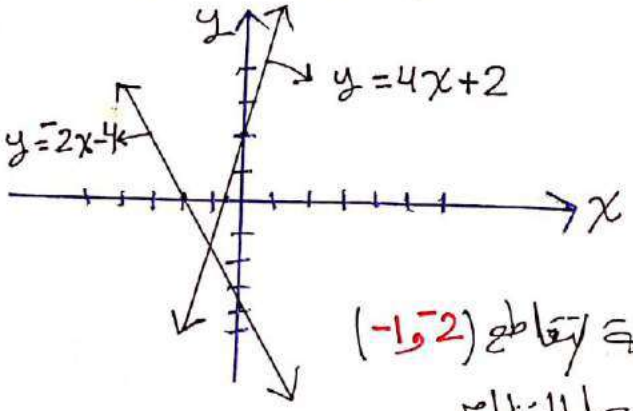
رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أحل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً :-

⑥ $y = 4x + 2$

$y = -2x - 4$



نقطة التقاطع $(-1, -2)$

وهي حل النظام

المعادلة (1)

$y = 4x + 2$

∴ نضع $y = 0$

$0 = 4x + 2$

$-2 \quad -2$

$\frac{-2}{4} = \frac{4x}{4}$

$-\frac{1}{2} = x$

∴ نضع $x = 0$

$y = 2$

المعادلة (2)

$y = -2x + 4$

∴ نضع $y = 0$

$0 = -2x - 4$

$+4 \quad +4$

$\frac{4}{-2} = \frac{-2x}{-2}$

$x = -2$

∴ نضع $x = 0$

$y = -4$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

⑦ $y = x - 6$

$y = x + 2$

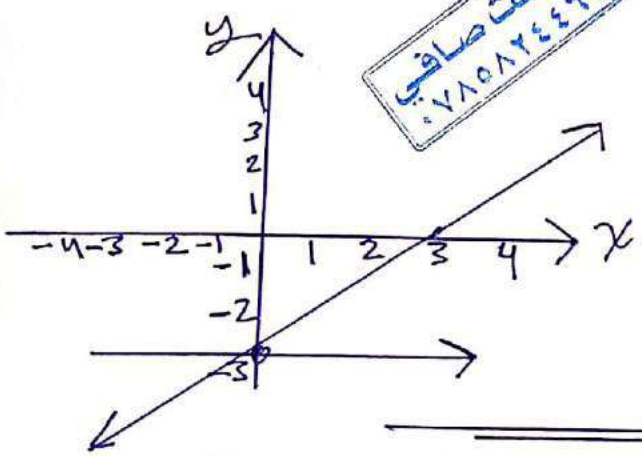
هنا نفس الميل وعليه

لا يوجد حل للنظام

---

⑧ $y = -3$

$y = x - 3$



رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

المعادلة (1)

$y = -3$

هنا يغيب x على محور الصادات (y) فيرسم خط أفقي يوازي محور السينات x

المعادلة (2)

$y = x - 3$

عند $x = 0$:

$y = -3$

عند $y = 0$:

$0 = x - 3$

$+3 \quad +3$

$x = 3$

نقطة التقاطع $(3, -3)$

وهي حل النظام

---

⑨ $x + y = 4$

$3x + 3y = 12$

الميل والمقطع لصادي المعادلتان نفسه

وعليه يوجد عدد لا نهائي من الحلول

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

التصويب

معادلة (1) :-

$x + y = 4$

$-x \quad -x$

$y = -x + 4$

الميل $M = -1$

المقطع (y) $y = 4$

معادلة (2) :-

$3x + 3y = 12$

$-3x \quad -3x$

$\frac{3y}{3} = \frac{12 - 3x}{3}$

$y = 4 - x$

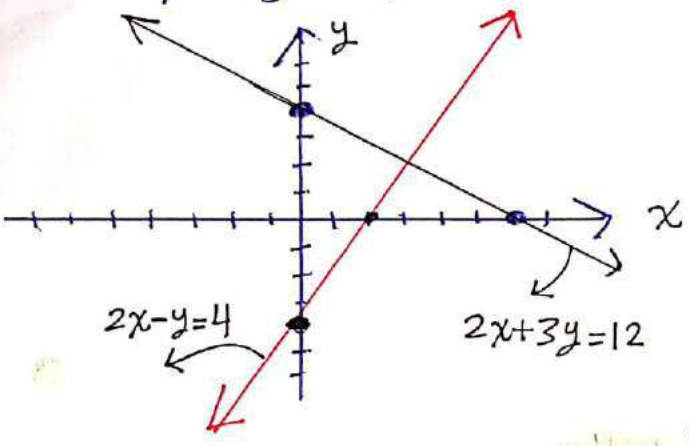
الميل -1 والمقطع y يساوي 4

⑧

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(10) $2x+3y=12$

$2x-y=4$



∴ المعادلة (2)

$2x-y=4$

∴ $x=0$ عند

$-y=4$

$y=-4$

∴ $y=0$ عند

$\frac{2}{2}x=\frac{4}{2}$

$x=2$

∴ المعادلة (1)

$2x+3y=12$

∴ $x=0$ عند

$\frac{3y}{3}=\frac{12}{3}$

$y=4$

∴ $y=0$ عند

$2x=12$

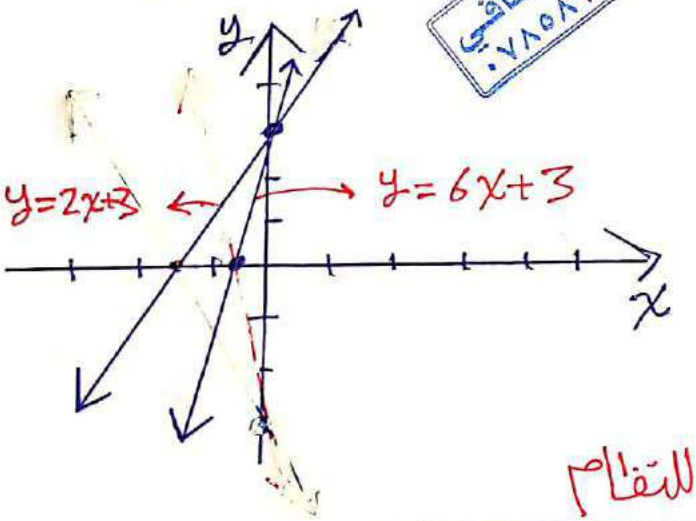
$x=6$

نقطة التقاطع (2 و 3) وهي تمثل حل النظام

---

(11) $y=6x+3$

$y=2x+3$



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

∴ المعادلة (2)

$y=2x+3$

∴ $x=0$ عند

$y=3$

∴ $y=0$ عند

$0=2x+3$

$-3 \quad -3$

$\frac{-3}{2}=\frac{2x}{2}$

$x=-\frac{3}{2}$

∴ المعادلة (1)

$y=6x+3$

∴ $x=0$ عند

$y=3$

∴ $y=0$ عند

$0=6x+3$

$-3 \quad -3$

$\frac{-3}{6}=\frac{6x}{6}$

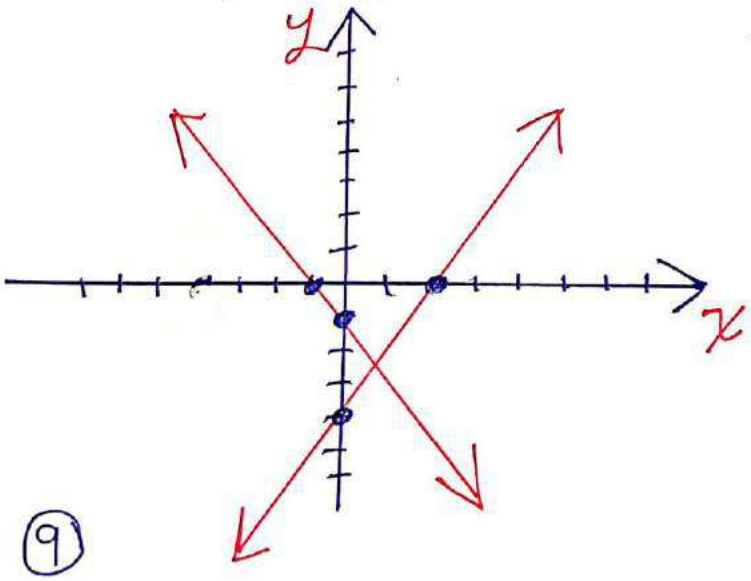
$x=-\frac{1}{2}$

نقطة تقاطع (3 و 0) وهي تمثل حل النظام

---

(12) $8x-4y=16$

$-5x-5y=5$



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

المعادلة (2)

$-5x-5y=5$

∴ $x=0$ عند

$-5y=5$

$y=-1$

∴ $y=0$ عند

$-5x=5$

$x=-1$

∴ المعادلة (1)

$8x-4y=16$

∴ $x=0$ عند

$\frac{-4y}{-4}=\frac{16}{-4}$

$y=-4$

∴ $y=0$ عند

$\frac{8x}{8}=\frac{16}{8}$

$x=2$

نقطة تقاطع $(2, -1)$ وهي تمثل حل النظام

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(13) $4x - 6y = 12$

$-2x + 3y = -6$

الحل: المعادلتان لهما نفس الميل و المقطع y

وعليه يوجد عدد لانهائي من الحلول

---

(14) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$

رافت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٤

الحل :- يفضل التخلص من الكسور حيث نضرب المعادله (1) بالعدد 4 و المعادله (2) بالعدد 6

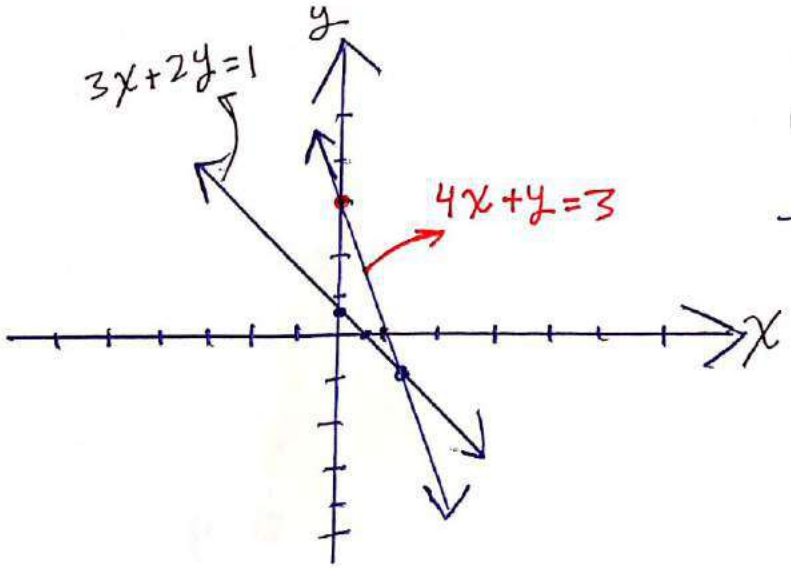
$4x\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}\right)$

$\boxed{3x + 2y = 1}$

رافت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٤

$6x\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}\right)$

$\boxed{4x + y = 3}$



المعادله (1) :-

$3x + 2y = 1$

∴ عند $x = 0$

$2y = 1$

$y = \frac{1}{2}$

∴ عند $y = 0$

$3x = 1$

$x = \frac{1}{3}$

المعادله (2) :-

$4x + y = 3$

∴ عند $x = 0$

$y = 3$

∴ عند $y = 0$

$4x = 3$

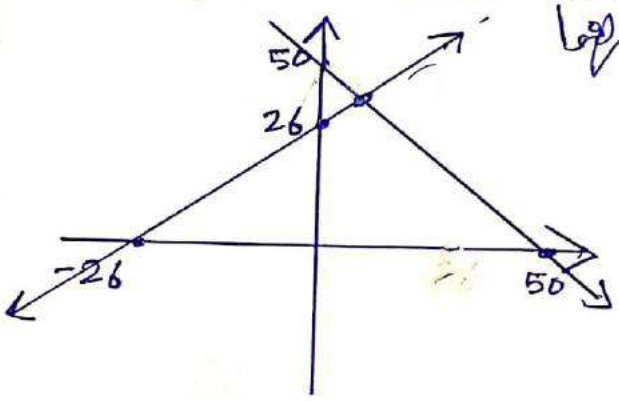
$x = \frac{3}{4}$

نقطة التقاطع $(1-, 1)$

وهي حل النظام

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

15 أعمار :- يقل عمر نوال عن عمر والدتها بمقدار 26 عاماً ومجموع عمريهما 50 عاماً ، اكتب نظام من معادلتين خطيتين يمثل عمر نوال وعمر أمها ثم اجد عمر كل منهما



الحل :- عمر الأم y
عمر نوال x

المعادله (1) $y - x = 26$
المعادله (2) $x + y = 50$

نقوم بالرسم ونجد نقطة التقاطع (12,38)
حيث نرسم في الربع الأول كون الاعمار بالموجب

مواقع الانترنت :- موقعان تعليميان على شبكة الانترنت ، سجل الأول مليون زيارة عام 2020م وفي كل عام لاحق ازداد عدد زياراته بمعدل ثابت مقداره نصف مليون زيارة ، وسجل الموقع الثاني عند إطلاقه مليون زيارة عام 2020م ، ولكن هذا العدد تناقص في كل عام لاحق بمعدل ثابت يساوي مليون زيارة.

(16) اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل اعداد زيارات الموقعين
(17) في أي عام سيصبح عدد زيارات كل من الموقعين متساوياً

الحل :- عدد السنوات x
عدد الزيارات y

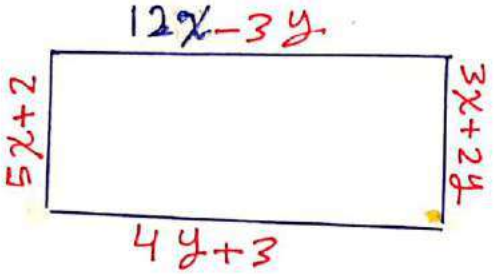
$y = 1 + \frac{1}{2}x$
$y = 10 - 1x$

لمعرفة أي عام :-

$1 + \frac{1}{2}x = 10 - x$
$+x \quad = \quad +x$
$1 + \frac{3}{2}x = 10$
$-1 \quad\quad -1$
$\frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{2}x = 9 \times \frac{2}{3}$
$x = 6$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(18) هندسة :- جد قيمتي x و y للمستطيل المجاور



الحل :- من خصائص المستطيل ان كل ضلعين متقابلين متساويان

بسط

$5x+2 = 3x+2y$

$5x-3x-2y = -2$

$2x-2y = -2$

$\boxed{x-y=-1}$ المعادلة (1)

وكذلك

$12x-3y = 4y+3$

$12x-3y-4y = 3$

$\boxed{12x-7y=3}$ المعادلة (2)

نحل المعادلتان ونستنتج لدينا

$x = 2$

$y = 3$

رافت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٢٤

---

(19) اعود الى فقرة (استكشف) بداية الدرس واحل المسألة:

شجرة طولها 0.6 m ويزداد طولها بمعدل ثابت مقداره 0.3 m في السنة، وشجرة اخرى طولها 1.8 m ويزداد طولها بمعدل ثابت مقداره 0.15 m كل سنة بعد كم سنة يصبح للشجرتين الطول نفسه

الحل :-

$y = 0.3x + 0.6$

$y = 0.15x + 1.8$

نساوي المعادلتين :-

$0.3x+0.6 = 0.15x+1.8$

$-0.15x \quad -0.15x$

$0.15x+0.6 = 1.8$

$-0.6 \quad -0.6$

$\frac{0.15x}{0.15} = \frac{1.2}{0.15}$

$x = 8$

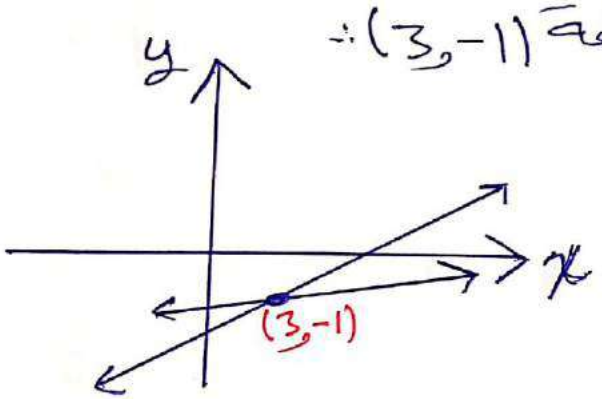
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(20) تبرير :- هل يمكن لنظام معادلات خطية مكونة من معادلتين خطيتين حلّان مختلفان ؟ ابرر اجابتي

الحل :- لا يمكن ، لان المستقيمين اذا تقاطعا معاً فانهما يتقاطعان في نقطة واحدة وعليه (حل وحيد) أما لم يتقاطعا (لا يوجد حل) أما ان انطبقا فيوجد عدد لا نهائي وليس حلّان .

---

(21) الكشف الخطأ :- يبين الشكل المجاور أن حل نظام المعادلات الآتي هو النقطة (3, -1) :

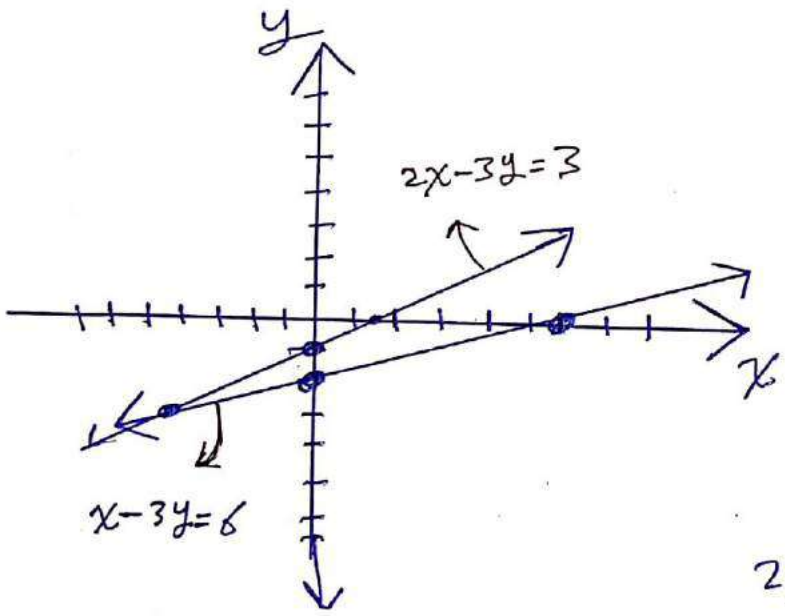


$x-3y=6$

$2x-3y=3$

الكشف الخطأ في الحل ، وأصححه.

الحل :- نتأكد من الرسم :-



المعادلة (1)

$x-3y=6$

عند $x=0$ ∴

$\frac{-3y}{-3}=\frac{6}{-3}$

$y=-2$

∴ عند $y=0$

$x=6$

المعادلة (2)

$2x-3y=3$

عند $x=0$

$\frac{-3y}{-3}=\frac{3}{-3}$

$y=-1$

∴ عند $y=0$

$\frac{2x}{2}=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$

الخطأ في رسمة $2x-3y=3$

تقطع y في $(0, -1)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (2) — الوحدة (6)

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

مقدمة

تعلمنا في الدرس السابق طريقة حل نظام مكون من معادلتين بيانياً، سنتعلم طريقة أخرى تسمى "طريقة التعويض" والتي سنستخدم بها الخطوات الجبرية

الخطوات

١) اجعل أحد المتغيرين "الأسهل" موضوع قانون
٢) عوض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.
٣) عوض القيمة الناتجة من الخطوة (2) في موضوع القانون أو أي معادلة لينتج لدينا المتغير الآخر

مثال حل النظام التالي :-

$$y + 2x = 4$$
$$3y + x = 7$$

رأفت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :- من معادلة (١) أجعل y موضوع قانون

خطوة (١)

$$y + 2x = 4$$
$$-2x \quad -2x$$
$$y = 4 - 2x$$

خطوة (2) : عوض $4-2x$ في معادلة (2) بدلاً من y :-

$$3(4-2x) + x = 7$$ — فك الأقواس

$$12 - 6x + x = 7$$ — اجمع الحدود المتشابهة

$$12 - 5x = 7$$ — تخلص من المجاور

$$-12 \quad -12$$
$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-5}{-5}$$
$$x = 1$$

خطوة (3) : عوض في موضوع القانون

$$y = 4 - 2x$$
$$y = 4 - 2(1) = 2$$

وعليه حل النظام (2 و 1)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل كلاً من أنظمة المعادلات الخطية الآتية

التحقق من فهمي 49 ص

① $y = 17 - 4x$

$2x + y = 9$

هنا y موضوع قانون، نذهب الى الخطوة (2) حيث نعوض $(17-4x)$ بدل (y) في معادلة (2).

الخطوة (2) :- بنشط

$2x + 17 - 4x = 9$

$-2x + 17 = 9$

$-17 \quad -17$

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-8}{-2}$

$x = 4$

الخطوة (3) :- نعوض في موضوع القانون :-

$y = 17 - 4x$

$= 17 - 4 \times 4$

$= 17 - 16$

$= 1$

حل النظام $(4, 1)$

ونست صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

② $y - 5x = 1$

$x = y + 3$

هنا x موضوع قانون، نذهب مباشرة الى الخطوة (2)

الخطوة (2) :- نعوض $(y+3)$ في معادلة (1) بدل x :-

$y - 5(y+3) = 1$

$y - 5y - 15 = 1$

$-4y - 15 = 1$

$+15 \quad +15$

$\frac{-4y}{-4} = \frac{16}{-4}$

$y = -4$

الخطوة (3) :- نعوض في موضوع القانون :-

$x = y + 3$

$x = -4 + 3$

$x = -1$

حل النظام $(-1, -4)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية :-

التحقق من فهمي
51
ص

① $4x + 3y = 37$
$2x + y = 17$

خطوة (1)
اجعل y من معادلة (2) موضوع قانون :-

$2x + y = 17$
$-2x \quad -2x$
$y = 17 - 2x$

خطوة (2)
عوض $(17-2x)$ بدل y في معادلة (1)

$4x + 3(17-2x) = 37$
$4x + 51 - 6x = 37$
$-2x + 51 = 37$
$-51 \quad -51$
$\frac{-2x}{-2} = \frac{-14}{-2}$
$x = 7$

خطوة (3) :-
عوض في موضوع القانون :-

$y = 17 - 2x$
$y = 17 - 2(7)$
$= 17 - 14 = 3$

حل النظام $(7, 3)$

② $x + 3y = 7$
$2x - y = 7$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٢٤

خطوة (1)
معادلة (1) اجعل x موضوع قانون

$x + 3y = 7$
$-3y \quad -3y$
$x = 7 - 3y$

خطوة (2)
عوض المقدار $(7-3y)$ بدل x في معادلة (2)

$2(7-3y) - y = 7$
$14 - 6y - y = 7$
$14 - 7y = 7$
$-14 \quad -14$
$\frac{-7y}{-7} = \frac{-7}{-7}$
$y = 1$

خطوة (3)
عوض في موضوع القانون

$x = 7 - 3y$
$x = 7 - 3(1)$
$x = 4$

حل النظام
$(4, 1)$

3

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

بشكل عام

عند حل النظام واختفاء المتغير x أو y فإن:

① إذا تكونت جملة صحيحة فإن للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

② إذا تكونت جملة خاطئة فلا يوجد حل للنظام

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

مثال: حل النظام

$x = 12 + 4y$

$8y = 2x + 20$

الحل:-

خطوة (١):-

x موضوع قانون من معادلة (١) وعليه نعوض (المقدار $12+4y$) في (المعادلة (2))

$$8y = 2(12+4y) + 20$$
$$8y = 24 + 8y + 20$$
$$-8y \quad -8y$$

$0 = 44$ جملة غير صحيحة

وعليه لا يوجد حل للنظام

---

③ $x - 2y = 4$

$8y - 4x = 8$

خطوة (١): من معادلة (١) اجعل x موضوع قانون

$$x - 2y = 4$$
$$+2y \quad +2y$$
$$x = 2y + 4$$

خطوة (٢): عوض x بدل (2) في معادلة $(2y+4)$

$$8y - 4(2y+4) = 8$$
$$8y - 8y - 16 = 8$$
$$-16 = 8$$

جملة غير صحيحة وعليه لا يوجد حل للنظام

---

52 up

التحقق من مفهوم

④ $x - 5y = 15$

$10y - 2x = -30$

خطوة (١): من معادلة (١) اجعل x موضوع قانون

$$x - 5y = 15$$
$$+5y \quad +5y$$
$$x = 5y + 15$$

خطوة (٢): عوض $(5y+15)$ بدل x في معادلة (2)

$$10y - 2(5y+15) = -30$$
$$10y - 10y - 30 = -30$$
$$-30 = -30$$

جملة صحيحة ∴ وعليه يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسائل من الحياة

تسوّق :- اشترى خالد كتاباً وناقلة بيانات بـ JD 14 اذا كان ثمن الكتاب يزيد عن ثمن ناقلة البيانات بمقدار JD 10. فما سعر كل من ناقلة البيانات والكتاب.

الحل :-

x :- ثمن الكتاب

y : ثمن ناقلة بيانات

$$x + y = 14$$
$$2x - y = 10$$

خطوة (1) :-

من معادلة (1) اعزل x موضوع قانون :-

$$x + y = 14$$
$$-y \quad -y$$
$$x = 14 - y$$

خطوة (2) :- عوض $(14-y)$ في معادلة (2) بدل x :-

$$2(14-y) - y = 10$$
$$28 - 2y - y = 10$$
$$28 - 3y = 10$$
$$-28 \quad -28$$
$$\frac{-3y}{-3} = \frac{-18}{-3}$$
$$y = 6$$

الناقلة

خطوة (3)

عوض في موضوع القانون :-

$$x = 14 - y$$
$$x = 14 - 6$$
$$x = 8$$

الكتاب

حل كلاً من المعادلات الآتية :-

① $y = 4x + 2$
$2x + y = 8$

اتدرب واحل المسائل ص 54

رأفت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

خطوة (1)

من معادلة (1) y موضوع قانون

خطوة (2)

عوض $(4x+2)$ في معادلة (2) بدل y :-

$$2x + 4x + 2 = 8$$
$$6x + 2 = 8$$
$$-2 \quad -2$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$$
$$x = 1$$

خطوة (3)

عوض في موضوع القانون

$$y = 4x + 2$$
$$y = 4(1) + 2$$
$$y = 6$$

حل النظام $(1, 6)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $y = x + 5$
$y = -2x - 4$

الخطوة (1)
من معادله (1) y موضوع قانون ∴

الخطوة (2)
عوض المقدار $(x+5)$ في معادله (2) بدل y ∴

$x + 5 = -2x - 4$
$+2x \quad +2x$
$3x + 5 = -4$
$-5 \quad -5$
$\frac{3x}{3} = \frac{-9}{3}$
$\boxed{x = -3}$

الخطوة (3) ∴
عوض في موضوع القانون
$y = x + 5$
$y = -3 + 5$
$y = 2$

حل النظام $(-3, 2)$

---

③ $x = 3 - \frac{1}{2}y$
$5x - y = 1$

الخطوة (1)
من معادله (1) x موضوع قانون

الخطوة (2)
عوض المقدار $(3 - \frac{1}{2}y)$ في معادله (2) بدل x

$5(3 - \frac{1}{2}y) - y = 1$
$2 \times (15 - \frac{5}{2}y - y = 1)$
$30 - 5y - 2y = 2$
$30 - 7y = 2$
$-30 \quad -30$
$\frac{-7y}{-7} = \frac{-28}{-7}$
$\boxed{y = 4}$

خطوة (3)
عوض في موضوع القانون ∴-
$x = 3 - \frac{1}{2}y$
$x = 3 - \frac{1}{2}(4)$
$x = 3 - 2$
$x = 1$

حل النظام $(1, 4)$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٦٦٤

---

④ $\frac{1}{2}x - y = 2$
$y = 9 - 5x$

الخطوة (1) : من معادله (2) y موضوع قانون
الخطوة (2) : عوض المقدار $(9 - 5x)$ بدل y في معادله (1) ∴

$\frac{1}{2}x - (9 - 5x) = 2$
$2 \times (\frac{1}{2}x - 9 + 5x = 2)$
$x - 18 + 10x = 4$
$11x - 18 = 4$
$+18 \quad +18$
$\frac{11x}{11} = \frac{22}{11}$
$\boxed{x = 2}$

الخطوة (3)
عوض في موضوع القانون :-
$y = 9 - 5x$
$y = 9 - 5(2)$
$y = 9 - 10$
$y = -1$

حل النظام $(2, -1)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $x - 4y = 20$
$y - 3x = 6$

خطوة (1)
من معادلة (1) اجعل x موضوع قانون

$x - 4y = 20$
$+4y \quad +4y$
$x = 4y + 20$

خطوة (2)
عوض المقدار $(4y+20)$ بدل x في معادلة (2)

$y - 3(4y+20) = 6$
$y - 12y - 60 = 6$
$-11y - 60 = 6$
$+60 \quad +60$
$\frac{-11y}{-11} = \frac{66}{-11}$
$y = -6$

خطوة (3)
عوض في موضوع القانون

$x = 4y + 20$
$x = 4(-6) + 20$
$x = -24 + 20$
$x = -4$

حل النظام $(-4, -6)$

---

⑥ $y - 6x = 3$
$y - 2x = 3$

خطوة (1)
من معادلة (1) اجعل y موضوع قانون

$y - 6x = 3$
$+6x \quad +6x$
$y = 6x + 3$

خطوة (2)
عوض المقدار $(6x+3)$ بدل y في معادلة (2)

$6x + 3 - 2x = 3$
$4x + 3 = 3$
$-3 \quad -3$
$\frac{4x}{4} = \frac{0}{4}$
$x = 0$

خطوة (3)
عوض في موضوع القانون

$y = 6x + 3$
$y = 6(0) + 3$
$y = 3$

حل النظام $(0, 3)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑦ $8x - y = 16$
$\frac{1}{4}y - 2x = 3$

الخطوة (1)
من معادلة (1) اجعل y موضوع قانون

$8x - y = 16$
$-8x \quad -8x$
$\frac{-y}{-1} = \frac{16}{-1} - \frac{8x}{-1}$
$y = -16 + 8x$

خطوة (2)
عوض المقدار $(-16+8x)$ بدل y في معادلة (2)

$\frac{1}{4}(-16+8x) - 2x = 3$
$-4 + 2x - 2x = 3$
$-4 = 3$ جملة خاطئة
وعليه لا يوجد حل للنظام

---

⑧ $6x - 9y = 18$
$-2x + 3y = -6$

خطوة (1)
اجعل x موضوع قانون من معادلة (2)

$-2x + 3y = -6$
$-3y \quad -3y$
$\frac{-2x}{-2} = \frac{-6}{-2} - \frac{3y}{-2}$
$x = 3 + \frac{3}{2}y$

خطوة (2)
عوض المقدار $(3+\frac{3}{2}y)$ بدل x في معادلة (1)

$6(3+\frac{3}{2}y) - 9y = 18$
$18 + 9y - 9y = 18$
$18 = 18$ (جملة صحيحة)
وعليه يوجد عدد لانهائي من الحلول

⑨ $y + 3x + 6 = 0$
$y + 6x + 24 = 0$

الخطوة (1)
من معادلة (1) اجعل y موضوع قانون

$y + 3x + 6 = 0$
$-3x - 6 \quad -3x - 6$
$y = -3x - 6$

خطوة (2)
عوض المقدار $(-3x-6)$ بدل y في معادلة (2)

$-3x - 6 + 6x + 24 = 0$
$3x + 18 = 0$
$-18 \quad -18$
$\frac{3x}{3} = \frac{-18}{3}$
$\boxed{x = -6}$

خطوة (3)
عوض في موضوع القانون :-

$y = -3x - 6$
$y = -3(-6) - 6$
$y = 12$

حل النظام $(-6, 12)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(10) :- مزرعة :- مزرعة حيوانات فيها دجاج وأرانب ، اذا
عددت رؤوسها كان 18 رأساً واذا
عددت ارجلها كان 50 رجلاً . كم
دجاجة وكم ارنباً في هذه المزرعة

الحل: x عدد الدجاج
y عدد الارانب

الارنب والدجاجة
لهما راس واحد
لكن الارنب 4 أرجل
والدجاجة 2 أرجل

$$x + y = 18$$
$$2x + 4y = 50$$

نقوم بحل النظام ونجد
$x = 11$
$y = 7$

فاكهة :- اشترى مراد وفؤاد برتقالاً وتفاحاً من النوع نفسه
فدفع مراد JD 3.25 عند شرائه 5kg برتقالاً
و 1kg تفاحاً ، ودفع فؤاد 3.75 عند شرائه 3kg
تفاحاً و 3kg برتقالاً .

(11) اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة ، ثم أحله لايجاد
سعر الكيلوغرام الواحد من كل من التفاح والبرتقال

الحل :- ثمن الكيلو البرتقال x
ثمن الكيلو تفاح y

$$5x + 1y = 3.25$$
$$3y + 3x = 3.75$$

نحل النظام ونجد
$x = 0.5$ JD
$y = 0.75$

---

(12) اذا اشترت منال 2kg من نوع التفاح نفسه
و 2kg من نوع البرتقال نفسه ، فما المبلغ الذي
دفعته

$$(2)(0.75) + 2(0.5)$$
$$1.5 + 1 = 2.5$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(13) سياحة :- يبين الجدول الآتي أعداد السياح في موقعين أثريين في احد الاقوام، ومعدل الزيادة السنوية في اعداد السياح (بالألاف) بعد ذلك العام :-

	اعداد السياح (بالآلاف)	معدل الزيادة في اعداد السياح كل عام
الموقع (أ)	57	1.01
الموقع (ب)	61	0.07

اذا استمرت الزيادة في اعداد السياح وفق هذه المعدلات فبعد كم عام يمكن ان تتساوى اعداد السياح في الموقعين وكم يبلغ عددهم حينئذ.

الحل: y : أعداد السياح

x : عدد السنوات

$y = 57 + 1.01x$

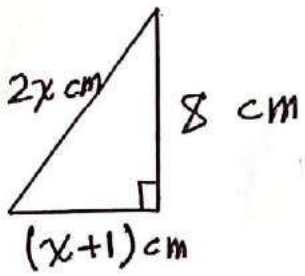
$y = 61 + 0.07x$

بحل النظام، ينتج :-

$x = 10$ ، $y = 68$

---

(14) هندسة :- اذا كانت القيمة العددية لمحيط المثلث القائم الزاوية تساوي القيمة العددية لمساحته، فما قيمة x



الحل: نعلم ان المحيط هو مجموع اطوال الاضلاع والمساحة هنا نصف القاعدة مضروبة بالارتفاع

$$\text{المحيط} = x+1+8+2x$$
$$= 3x+9$$
$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times (x+1) \times 8$$
$$= 4x+4$$

وعليه $3x + 9 = 4x + 4$

$-3x \quad -3x$

$9 = x + 4$

$-4 \quad -4$

وعليه $\boxed{x = 5}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(15) تدريب :- أجد قيمتي a و b في نظام المعادلات الخطية الآتي
حيث الزوج المرتب (1-، 9) هو حل النظام

$$ax + by = -31$$
$$ax - by = -41$$

الحل :- يوجد (4) مجاهيل ، لكي أعطي زوج مرتب يمثل حل للنظام
نعوضها بدل (x و y) ونحل المعادلة.

$$-9a + b = -31$$
$$-9a - b = -41$$

بحل النظام ينتج :

$$a = 4 \text{ ، } b = 5$$

---

(16) مسألة مفتوحة :- اكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين ، حيث يمثل الزوج المرتب (3، 5-) حلاً لكلتا المعادلتين فقط ، ويمثل الزوج المرتب (7، 1-) حلاً للنظام

الحل :- المعادلة (1) - يجب ان يكون الزوجان (3، 5-) و (7، 1-) حلاً لها .

هنا نكتب الصورة العامة للمعادلة الخطية ونعوض الأزواج المرتبة :

$$y = ax + b$$
$$7 = -1a + b \quad -(1)$$
$$-5 = 3a + b \quad -(2)$$

بحل النظام وينتج

$$a = -3 \text{ ، } b = 4$$

وعليه المعادلة $y = -3x + 4$

المعادلة (2) :- نجدها بسهولة بأنه مطلوب زوج مرتب
واحد فقط (7، 1-) يحققها ولتكن $\boxed{y = -x + 8}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(17) تحدٍّ: تتألف دفعة من خريجي دورة الدفاع المدني من 240 شخصاً، نسبة الذكور فيها الى الاناث 5 : 7 أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل الحالة، ثم احلّه لايجاد عدد الذكور وعدد الاناث في الدفعة.

الحل: عدد الذكور x

عدد الاناث y

$$\boxed{x + y = 240}$$

نستفيد من التقسيم التناسبي:

$$5 + 7 = 12$$

$$\frac{240}{12} = 20$$

الفرق بين النسبتين (2) وعليه يكون عدد الاناث اكثر بـ

$$(2)(20) = 40$$

$$\boxed{y - x = 40}$$

بحل النظام:

$$x = 100$$

$$y = 140$$

أو: نكمل المعادلة (2) كما يلي:

بما أن $\frac{5}{7} = \frac{x}{y}$

$$\boxed{5y = 7x}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (3) — **حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف** — الوحدة (6)

مقدمة :- في بعض الأحيان يؤدي جمع معادلتين أو طرحهما الى حذف أحد المتغيرات ، وتسمى هذه الطريقة الجبرية في حل نظام المعادلات الخطية طريقة الحذف .

الخطوات

1) نرتب المعادلتان بحيث الحدود المتشابهة فوق بعضها والحد الثابت في الطرف الايمن
2) نضرب (ان لزم) احد المعادلتان أو كلاهما لجعل أحد المتغيرات في كلا المعادلتان لهما نفس المعامل مع اختلاف الاشارة
3) اجمع المعادلتين للتخلص من احد المتغيران ، ثم حل المعادلة الناتجة
4) عوض القيمة الناتجة من خطوة (3) في احد المعادلتين .

مثال حل النظام :-

$$2x - 3y = -4$$
$$y + x = 3$$

ملاحظة
اذا كانت الحدود في نفس الطرف عند التبديل بينهما كل حد يحتفظ في اشارته

خطوة (1) :- نرتب :-

$$2x - 3y = -4$$
$$x + y = 3$$

خطوة (2) :- نجعل أحد المتغيران لهما نفس القيمة العددية مع اختلاف الاشارة حيث نضرب معادلة (2) في العدد 3 من اجل حذف المتغير y

$$2x - 3y = -4 \longrightarrow 2x - 3y = -4$$
$$3(x + y = 3) \longrightarrow +\ 3x + 3y = 9$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{5}{5}$$
$$\boxed{x = 1}$$

خطوة (3) :- عوض $x = 1$ في احدى المعادلتين ولتكن (2) :-

$$x + y = 3$$
$$1 + y = 3$$
$$-1 \quad -1$$
$$\boxed{y = 2}$$

عوض حل المعادلة

حل النظام $(2, 1)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المحصلة من مرهمين

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية :-

① $2x+y=7$
$5x-y=14$

الحل :-
الخطوة (1) و (2) جاهزتان ، نقوم بجمع المعادلتان .

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$$(+)\ \begin{array}{r} 2x+y=7 \\ 5x-y=14 \end{array}$$
$$\frac{7x}{7}=\frac{21}{7}$$
$$\boxed{x=3}$$

حل النظام (1 و 3)

الخطوة (4) :-
نعوض $x=3$ في معادلة (1) :-

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$$2(3)+y=7$$
$$6+y=7$$
$$-6 \quad -6$$
$$\boxed{y=1}$$

---

② $3x+2y=16$
$6y-3x=-12$

الخطوة (1) : نرتب :-
$3x+2y=16$
$-3x+6y=-12$

الخطوة (2) : جاهزة

الخطوة (3) :- نجمع

$$(+)\ \begin{array}{r} 3x+2y=16 \\ -3x+6y=-12 \end{array}$$
$$\frac{8y}{8}=\frac{4}{8}$$
$$\boxed{y=\frac{1}{2}}$$

الخطوة (4) :-
نعوض $y=\frac{1}{2}$ في معادلة (1)

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$$3x+2(\tfrac{1}{2})=16$$
$$3x+1=16$$
$$-1 \quad -1$$
$$\frac{3x}{3}=\frac{15}{3}$$
$$\boxed{x=5}$$

حل النظام $(5, \frac{1}{2})$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة

يمكن استعمال الطرح لحل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين وذلك عندما يكون في المعادلتين حدّان (متشابهان معاملاهما متساويان)

مثال حل النظام التالي :-

$$3x+4y=11$$
$$3x+5y=13$$

الحل :- الحدود المتشابهة مرتبة تحت بعضها عمودياً ولها نفس المعامل

$$\begin{array}{r} 3x+4y=11 \\ (-)\ 3x+5y=13 \\ \hline -1y=-2 \end{array}$$

$$\frac{-1y}{-1}=\frac{-2}{-1}$$

$$\boxed{y=2}$$ نعوضها في أي معادلة ولتكن (1)

$$3x+4(2)=11$$
$$3x+8=11$$
$$-8 \quad -8$$
$$\frac{3x}{3}=\frac{3}{3}$$
$$\boxed{x=1}$$

حل النظام $(1,2)$

حل المعادلات :-

② $3x-4y=17$
$x-4y=3$

التحقق من فهمي 59 up

الحل : نطرح المعادلتان :-

$$\begin{array}{r} 3x-4y=17 \\ (-)\ x-4y=3 \\ \hline 2x=14 \end{array}$$

$$\frac{2x}{2}=\frac{14}{2}$$

$$\boxed{x=7}$$

نعوضها في معادلة (1) :-

$$3(7)-4y=17$$
$$21-4y=17$$
$$-21 \quad -21$$
$$\frac{-4y}{-4}=\frac{-4}{-4}$$
$$\boxed{y=1}$$

حل النظام $(7,1)$

① $2x+5y=16$
$2x+3y=18$

الحل :- نطرح المعادلتان :-

$$\begin{array}{r} 2x+5y=16 \\ (-)\ 2x+3y=18 \\ \hline 2y=-2 \end{array}$$

$$\frac{2y}{2}=\frac{-2}{2}$$

$$\boxed{y=-1}$$

نعوضها في معادلة (1) :-

$$2x+5(-1)=16$$
$$2x-5=16$$
$$+5 \quad +5$$
$$\frac{2x}{2}=\frac{21}{2}$$
$$x=\frac{21}{2}$$

حل النظام $\left(\frac{21}{2},-1\right)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من فهمك 61 ب

حل انظمة المعادلات الآتية :-

① $2x+5y=15$
$3x-2y=13$

② $5x-3y=14$
$4x-5y=6$

الحل :- نلاحظ أننا لا نستطيع جعل أحد المتغيرين في كلا المعادلتين متساويين بضرب احدى المعادلتين فقط . حتى نجمع أو نطرح المعادلتين

① $2x+5y=15 \xrightarrow{\times 2}$ $4x+10y=30$
$3x-2y=13 \xrightarrow{\times 5}$ $15x-10y=65$

(+)

$\frac{19x}{19}=\frac{95}{19}$

$\boxed{x=5}$

رأفت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

عوض في معادلة (١) :-

$2(5)+5y=15$
$10+5y=15$
$-10 \quad -10$

$\frac{5y}{5}=\frac{5}{5}$

$\boxed{y=1}$

حل النظام (١ و 5)

---

② $5x-3y=14 \xrightarrow{\times 5}$ $25x-15y=70$
$4x-5y=6 \xrightarrow{\times 3}$ $12x-15y=18$

(−)

$\frac{13x}{13}=\frac{52}{13}$

$\boxed{x=4}$

رأفت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

عوض في معادلة (١) :-

$5(4)-3y=14$
$20-3y=14$
$-20 \quad -20$

$\frac{-3y}{-3}=\frac{-6}{-3}$

$\boxed{y=2}$

حل النظام (4 و 2)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسائل من الحياة

التحقق من فهمها

ص 63

حافلة فيها ركاب من النساء والاطفال اذا كان ثلاثة أمثال عدد النساء مضافاً اليه مثلي عدد الاطفال يساوي 29 وكان مثلي عدد النساء مضافاً اليه عدد الاطفال يساوي 17 فكم امرأة وكم طفل في الحافلة

الحل :-

عدد الاطفال x

عدد النساء y

$3y + 2x = 29$

$2y + x = 17$

نقوم بحل النظام ونتيجة

(7 و 5)

التدرب لحل المسائل

حل كلاً من انظمة المعادلات الآتية

---

① $4x - y = -2$ ، $2x + y = 8$

الحل :-

$+ \quad 4x - y = -2$

$\quad 2x + y = 8$

$\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$

$x = 1$

عوض $x = 1$ في معادلة (2) :-

$2(1) + y = 8$

$-2 \quad -2$

$y = 6$

حل النظام (6 و 1)

---

② $3x + y = 4$ ، $5x + y = 6$

الحل :-

$- \quad 3x + y = 4$

$\quad 5x + y = 6$

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-2}{-2}$

$x = 1$

عوض $x = 1$ في معادلة (2) :-

$3(1) + y = 4$

$-3 \quad -3$

$y = 1$

حل النظام (1 و 1)

---

③ $6x + 2y = 14$ ، $3x - 5y = 10$

الحل :-

$6x + 2y = 14$

$3x - 5y = 10 \xrightarrow{\times 2}$

$(-) \quad 6x + 2y = 14$

$\quad 6x - 10y = 20$

$\frac{12y}{12} = \frac{-6}{12}$

$y = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$

عوض $y = -\frac{1}{2}$ في معادلة (1)

$6x + 2(-\frac{1}{2}) = 14$

$6x - 1 = 14$

$+1 \quad +1$

$\frac{6x}{6} = \frac{15}{6}$

$x = \frac{5}{2}$

حل النظام $(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$

---

④ $11x - 20y = 28$ ، $3x + 4y = 36$

$11x - 20y = 28 \longrightarrow$

$3x + 4y = 36 \xrightarrow{\times 5}$

$(+) \quad 11x - 20y = 28$

$\quad 15x + 20y = 180$

$\frac{26x}{26} = \frac{208}{26}$

$x = 8$

عوض في معادلة (2) :-

$3(8) + 4y = 36$

$24 + 4y = 36$

$-24 \quad -24$

$\frac{4y}{4} = \frac{12}{4}$

$y = 3$

حل النظام (8 و 3)

⑤

(5) $-2x-5y=9$ ، $3x+11y=4$

$-2x-5y=9 \xrightarrow{\times 3}$ $-6x-15y=27$

$3x+11y=4 \xrightarrow{\times 2}$ $6x+22y=8$

(+)

$\frac{7y}{7}=\frac{35}{7}$

$\boxed{y=5}$

(2) عوض في $y=5$ في معادلة

$3x+11(5)=4$

$3x+55=4$

$-55 \quad -55$

$\frac{3x}{3}=\frac{-51}{3}$

$x=-17$

حل النظام $(-17, 5)$

(6) $y+2x=4$ ، $x-y=5$

الحل:

$y+2x=4$

(+) $-y+x=5$

$\frac{3x}{3}=\frac{9}{3}$

$\boxed{x=3}$

(1) عوض في $x=3$ في معادلة

$y+2(3)=4$

$y+6=4$

$-6 \quad -6$

$y=-2$

حل النظام

$(3, -2)$

(7) $2x+3y=30$ ، $5x+7y=71$

الحل:

$2x+3y=30 \xrightarrow{\times 5}$ $10x+15y=150$

$5x+7y=71 \xrightarrow{\times 2}$ (−) $10x+14y=142$

$y=8$

(1) عوض في $y=8$ في معادلة

$2x+3(8)=30$

$2x+24=30$

$-24 \quad -24$

$\frac{2x}{2}=\frac{6}{2}$

$x=3$

حل النظام

$(3, 8)$

(8) $3x-4y=4.5$ ، $x+y=5$

الحل:

$3x-4y=4.5$

$x+y=5 \xrightarrow{\times 3}$ (−) $3x+3y=15$

$\frac{-7y}{-7}=\frac{10.5}{-7}$

$y=\frac{-105}{-70}$

$y=1.5$

(2) عوض $y=1.5$ في معادلة

$x+1.5=5$

$-1.5 \quad -1.5$

$x=3.5$

حل النظام $(3.5, 1.5)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑨ $0.5x - 9y = 28$ ، $30.5x + 7y = 40$

الحل :-

$0.5x - 9y = 28$ $\xrightarrow{\times 7}$ $3.5x - 63y = 196$

$30.5x + 7y = 40$ $\xrightarrow{\times 9}$ (+) $274.5x + 63y = 360$

$$\frac{278x}{278} = \frac{556}{278}$$

$$\boxed{x = 2}$$

(1) عوض عن $x=2$ في معادلة

$(0.5)(2) - 9y = 28$

$1 - 9y = 28$

$-1 \quad -1$

$$\frac{-9y}{-9} = \frac{27}{-9}$$

$$\boxed{y = -3}$$

حل النظام $(2, -3)$

⑩ $8x + y = 1$

$8x - y = 3$

الحل :-

(+) $8x + y = 1$

$8x - y = 3$

$$\frac{16x}{16} = \frac{4}{16}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

(1) عوض عن $x = \frac{1}{4}$ في معادلة

$8(\frac{1}{4}) + y = 1$

$2 + y = 1$

$-2 \quad -2$

$y = -1$

حل النظام $(\frac{1}{4}, -1)$

⑪ $12x - 7y = -2$

$8x + 11y = 30$

الحل :-

$12x - 7y = -2$ $\xrightarrow{\times 2}$ $24x - 14y = -4$

$8x + 11y = 30$ $\xrightarrow{\times 3}$ (−) $24x + 33y = 90$

$$\frac{-47y}{-47} = \frac{-94}{-47}$$

$$\boxed{y = 2}$$

(2) عوض عن $y = 2$ في معادلة

$8x + 11(2) = 30$

$8x + 22 = 30$

$-22 \quad -22$

$$\frac{8x}{8} = \frac{8}{8}$$

$$\boxed{x = 1}$$

حل النظام $(1, 2)$

⑫ $9x + 2y = 39$

$6x + 13y = -9$

الحل :-

$9x + 2y = 39$ $\xrightarrow{\times 2}$ $18x + 4y = 78$

$6x + 13y = -9$ $\xrightarrow{\times 3}$ (−) $18x + 39y = -27$

$$\frac{-35y}{-35} = \frac{105}{-35}$$

$$\boxed{y = -3}$$

عوض $y = -3$ في معادلة (1) :-

$9x + 2(-3) = 39$

$9x - 6 = 39$

$+6 \quad +6$

$$\frac{9x}{9} = \frac{45}{9}$$

$$\boxed{x = 5}$$

حل النظام $(5, -3)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(13) لغز — لاحظ راشد جوعي ان عدد الأيام من شهر كانون الاول التي تساقطت فيها الامطار يزيد 7 أيام عن تلك التي لم تتساقط فيها الامطار. اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة، ثم احلله لايجاد عدد الايام التي تساقطت فيها الامطار، وعدد الايام التي لم تتساقط فيها الامطار في هذا الشهر.

شهر كانون الاول ٣١ يوم

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل:

x : عدد الايام الماطرة

y : عدد الايام غير الماطرة

$$x + y = 31$$
$$x - y = 7$$

حل النظام:

$x = 19$

$y = 12$

(14) اربط كل زوج مرتب مع نظام معادلات خطية مكون من معادلتين من المعادلات الاربع المعطاة.. بحيث يكون الزوج المرتب حلاً للمعادلتين

الحل:

الزوج المرتب
$(2, -1)$
$(-1, 3)$
$(2, 1)$
$(3, -3)$

المعادلات
$5x + 2y = 1$
$4x + y = 9$
$3x - y = 5$
$3x + 2y = 3$

$5x + 2y = 1$ $3x - y = 5$	$(1, -2)$
$5x + 2y = 1$ $3x + 2y = 3$	$(-1, 3)$
$4x + y = 9$ $3x - y = 5$	$(2, 1)$
$4x + y = 9$ $3x + 2y = 3$	$(3, -3)$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(15) **أعداد :-** ثلاثة أمثال عدد مطروحاً منها عدد آخر يساوي 3-
اذا كان مجموع العددين يساوي 11 فما العددان.

الحل :-

العدد الأول x
العدد الثاني y

$$3x - y = -3$$
$$x + y = 11$$

بحل النظام نتج $x = 2$, $y = 9$

---

(16) **مواد غذائية :-** في مخزن أحد المطاعم مجموعة من اكياس الارز والكياس السكر كتلة 3 أكياس من السكر و 4 أكياس من الارز 12kg وكتلة 5 أكياس من السكر وكيسين من الارز 13kg كيف يمكن مساعدة طباخ المطعم على ايجاد كتلة كيس من السكر وكتلة كيس من الارز

الحل: x : كتلة السكر
y : كتلة الارز

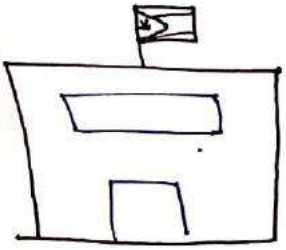
$$3x + 4y = 12$$
$$5x + 2y = 13$$

بحل النظام $x = 2$, $y = \frac{3}{2}$

كتلة كيسين من السكر :- $2 \times 2 = 4$
كتلة حمولة اكياس الأرز :- $5 \times \frac{3}{2} = 7.5$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(17) مبنى حكومي :- يبلغ ارتفاع مبنى حكومي مع ساريه العلم المرفوع المثبتة على سطحه 21.6 M اذا كان ارتفاع المبنى مطروحاً منه ارتفاع ساريه العلم يساوي 10.4 M فما ارتفاع المبنى وكم يبلغ طول ساريه العلم



رافت صافي
٠٧٨٥٢٤٤٦٤

الحل :-

x : ارتفاع المبنى

y : طول الساريه

$x + y = 21.6$

$x - y = 10.4$

بحل النظام بيبج

$x = 16$

$y = 5.6$

---

(18) اعود الى فقرة (استكشف) بداية الدرس ، واحل المسألة

تمارس سميرة الرياضة كل صباح طرة 40 دقيقة. حيث تلعب اولاً تمارين الاطالة التي تحرق بها 4 سعرات حرارية في الدقيقة ، ثم تلعب مجموعة من تمارين الهوائية لتساعدها على حرق 11 سعرة حرارية في الدقيقة. كم دقيقة على سميرة ان تلعب من كل نشاط لتحرق 335 سعرة حرارية

الحل :- x : الاطالة

y : الهوائية

$x + y = 40$

$4x + 11y = 335$

بحل النظام

$x = 15$

$y = 25$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(19) **الكشف الخطأ:** انقل الحل الآتي، واكتشف الخطأ الوارد فيه واصححه:

$$4x+3y=8$$
$$x-2y=-13 \xrightarrow{\text{اضرب} \div -4}$$

$$4x+3y=8$$
$$-4x+8y=-13$$
$$11y=-5$$
$$y=\frac{-5}{11}$$

الحل:- الخطأ هو عند الضرب بـ -4 لم يضرب كل الحدود

$$4x+3y=8 \longrightarrow 4x+3y=8$$
$$x-2y=-13 \xrightarrow{\times -4} -4x+8y=52 \quad (+)$$
$$\frac{11y}{11}=\frac{60}{11}$$
$$y=\frac{60}{11}$$

---

(20) **مسألة مفتوحة:** اقترح قيمة لـ a تجعل لنظام المعادلات الآتي حلاً، مبرراً اجابتي

$$x+y=4$$
$$ax+3y=4$$

الحل:- $a=-1$ من اجل حذف المتغير x

---

(21) **تحدٍّ:** أجد عدداً من منزلتين مجموع رقميه 8 وعند طرح رقم منزله احاده من رقم منزله عشراته تكون الناتج -4

الحل:- x : رقم الآحاد
y : رقم العشرات

$$x+y=8$$
$$y-x=-4$$

كل المعادلتان

$x=6$
$y=2$

العدد 26

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار الوحدة

اختار رمز الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي :-

① حل نظام المعادلات الآتي هو :-

$$x+y=6$$
$$x-y=8$$

a) (2,4)
b) (4,2)
c) (7,-1)
d) (-1,7)

---

② حل نظام المعادلات الآتي هو :-

$$y=-4x$$
$$6x-y=30$$

a) (3,4)
b) (3,-4)
c) (3,12)
d) (3,-12)

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

③ أي أنظمة المعادلات الآتية له عدد لانهائي من الحلول.

a) $x+y=1$, $x-y=3$

b) $2y=4x+1$, $x-2y=7$

c) $2x-y=6$, $-3y=-6x+18$

d) $5x=y+5$, $-x+3y=13$

---

④ أي المعادلات الآتية لها نفس تمثيل البياني للمعادلة

$$4x+8y=12$$

a) $x+y=3$

b) $2x+y=3$

c) $x+2y=3$

d) $2x+3y=6$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل كلاً من انظمة المعادلات الآتية بيانياً :-

(5) $y = 2x - 5$
$y = -2x + 7$
الحل $(3, 1)$

(6) $y = x + 4$
$y = 2x + 1$
الحل $(3, 7)$

(7) $x + 2y = 3$
$y = 4x - 3$
الحل $(1, 1)$

(8) $y = 4 - x$
$y = x - 4$
الحل $(4, 0)$

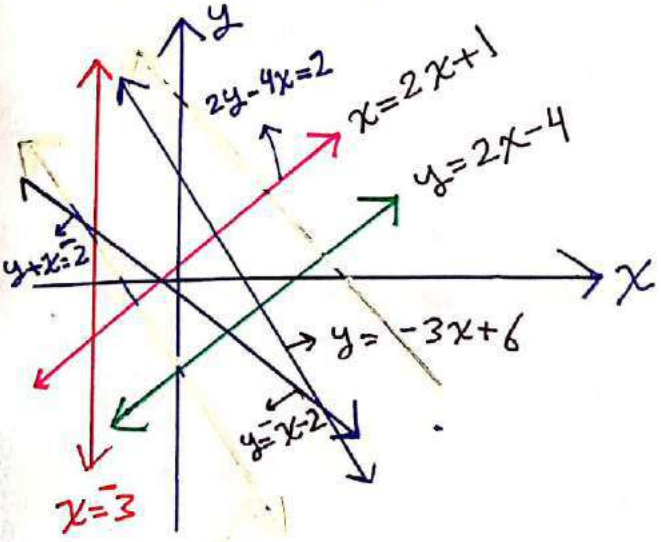
(9) $y = 0.5x + 10$
$y = 4x - 4$
الحل $(4, 12)$

(10) $y + x = 0$
$3y + 6x = -9$
الحل $(-3, 3)$

(11) $7x + 2y = 13$
$3y - 2x = -3$
الحل $(1.8, 0.2)$

(12) $y - x = 17$
$y = 4x + 2$
الحل $(5, 22)$

استعمل التمثيل البياني لتحديد ما اذا كان كل من انظمة المعادلات الآتية حل واحد أم لا يوجد له حل ، أم له عدد لا نهائي من الحلول.



(13) $x = -3$
$y = 2x + 1$

(14) $y = 2x + 1$
$y = 2x - 4$

(15) $y + x = -2$
$y = -x - 2$

(16) $2y - 4x = 2$
$y = 2x - 4$

(17) $y = -3x + 6$
$y = 2x - 4$

(18) $2y - 4x = 2$
$y = -3x + 6$

الحل :-

(13) حل وحيد
(14) لا يوجد حل
(15) عدد لا نهائي
(16) لا يوجد حل
(17) حل وحيد
(18) حل وحيد

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل انظمة المعادلات الآتية مستعملاً التعويض

(19) $y = x + 3$
$2x + y = 12$
الحل: $(3, 6)$

(20) $x - 2y = 6$
$2x + y = 2$
الحل: $(2, -2)$

(21) $x = 2y + 7$
$3x - 2y = 3$
الحل: $(-2, -4.5)$

(22) $4x - 2y = 14$
$y = 0.5x - 1$
الحل: $(4, 1)$

حل انظمة المعادلات الآتية مستعملاً الحذف

(23) $3x + y = 20$
$2x - y = 5$
الحل: $(5, 5)$

(24) $x - 6y = 4$
$2x + y = -5$
الحل: $(-2, -1)$

(25) $3x - 2y = 4$
$6x - 2y = -2$
الحل: $(-2, -5)$

(26) $5y = 15 - 5x$
$y = -2x + 3$
الحل: $(0, 3)$

---

(27) يبين الشكل ادناه مستطيلاً محيطه 40 m ، اذا كان طول المستطيل يقل 1 m عن مثلي عرضه ، فاكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل هذه الحالة ، ثم أحله لإيجاد بعدي المستطيل

المحيط
$2w + 2l = 40$
$2w - l = 1$

بحل النظام ينتج

$w = 7$
$l = 13$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(28) باع محل كمية من خليط مكسرات اللوز والفستق بتلج قيمتها JD 27 ويبين الجدول الآتي سعر الأوقية الواحدة من كل نوع في الخليط، اذا كانت كمية الفستق تساوي ثلاثة أمثال كمية اللوز في الأوقية الواحدة في الخليط المباع، جد كمية كل من اللوز والفستق المبيعة.

النوع	سعر الأوقية
الفستق	JD 4
اللوز	JD 1.5

الحل: x كمية الفستق

y كمية اللوز

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

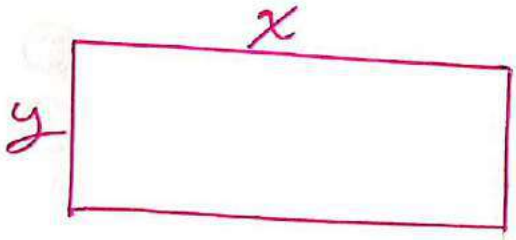
$$4x + 1.5y = 27$$

$$x = 3y$$

بحل النظام ينتج: $x = 6$ و $y = 2$

---

(29) حديقة مستطيلة الشكل محيطها 68 m وطولها يزيد 4 m عن مثلي عرضها. اكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين يمثل الحالة، ثم أحله لإيجاد طول الحديقة وعرضها.



$$2x + 2y = 68$$

$$x - 2y = 4$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

بحل النظام ينتج

$$x = 24$$

$$y = 10$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(30) أي المعادلات الآتية ينتج عن تمثيلها في المستوى الإحداثي مستقيم موازٍ للمستقيم $y-3x=6$

a) $y=-3x+4$ **b)** $y=3x-2$

c) $y=\frac{1}{3}x+6$ d) $y=\frac{1}{3}x+6$

---

(31) كم حلاً لنظام المعادلات الآتي:-

$$4x+y=7$$
$$3x-y=0$$

a) لا يوجد حل c) عدد نهائي من الحلول

b) حل واحد فقط d) حلان

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

(32) حل نظام المعادلات الآتي هو:-

$$2x-3y=-9$$
$$-x+3y=6$$

a) $(3,3)$

b) $(3,-1)$

c) $(-3,1)$

d) $(-3,1)$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner