

الدائرة

Circle

الوحدة

2

الدرس

1

أوتار الدائرة، وأقطارها، ومماساتها
Chords, Diameters and Tangents of a Circle

كتاب الطالب صفحة 39

أتحقق من فهمي

يُبين الشكل المجاور دائرة مركزها O . أَسَمِّي:

(a) قاطعاً للدائرة.

(b) وترًا للدائرة.

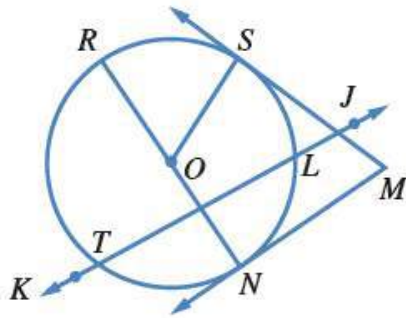
(c) مماسًا للدائرة.

الحل:

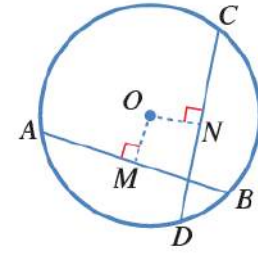
a) $\overleftrightarrow{KJ}$

b) $\overline{TL}$ or $\overline{RN}$

c) $\overrightarrow{MN}$ or $\overrightarrow{MS}$



كتاب الطالب صفحة 40



أتحقق من فهمي

في الشكل المجاور، $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ وتران في دائرة مركزها O . إذا كان $OM = ON$ ،
و $CN = 12 \text{ cm}$ ، فما طول $\overline{AB}$ ؟

الحل:

$$CN = 12 \text{ cm}$$

من المعطيات

$$\overline{CD} = 24 \text{ cm}$$

لأن CN هو نصف $\overline{CD}$

$$\overline{AB} = 24 \text{ cm}$$

لأن $\overline{CD} = \overline{AB}$ وهما مماسان مرسومين من نفس النقطة

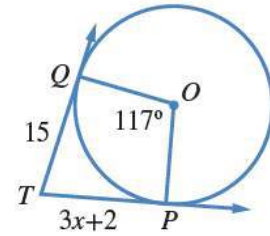
كتاب الطالب صفحة 41

أتحقق من فهمي

في الشكل المجاور، $\vec{TP}$ و $\vec{TQ}$ مماسان لدائرة مركزها O :

(b) أجد قياس الزاوية PTQ .

(a) أجد قيمة x .



الحل:

a)

بالتالي $\overline{TP} = \overline{TQ}$

$$3x + 2 = 15$$

$$3x = 13$$

$$x = \frac{13}{3}$$

b)

$\angle OPT = 90^\circ$, $\angle OQT = 90^\circ$ لأنها مماسية مع نصف القطر
مجموع زوايا الشكل الرباعي يساوي 360° بالتالي

$$\angle OPT = 360 - (90^\circ + 90^\circ + 117^\circ)$$

$$= 360 - (297^\circ)$$

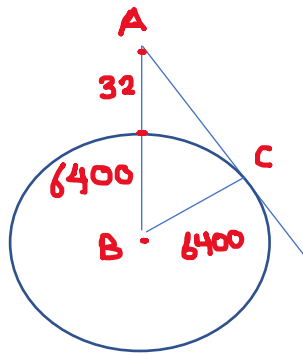
$$= 63^\circ$$

كتاب الطالب صفحة 42

أتحقق من فهمي

برج مراقبة: تبعد أقصى نقطة يمكن مشاهدتها من قمة برج مراقبة مسافة 32 km عنه. ما ارتفاع قمة البرج عن سطح الأرض، بافتراض أن الأرض كرة طول نصف قطرها 6400 km تقريباً.

الحل:



$$\begin{aligned}AB^2 &= BC^2 + AC^2 \\(6400 + 32)^2 &= (6400)^2 + AC^2 \\41370624 &= 40960000 + AC^2 \\41370624 - 40960000 &= AC^2 \\410624 &= AC^2 \\AC &= \sqrt{410624} \\AC &\approx 640.8\end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة 42

يُمثِّل الشكل المجاور دائرةً مركزها O . اُسَمِّ:

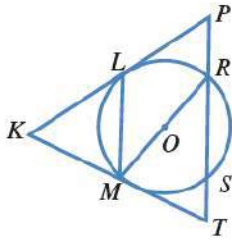
1 نصفي قُطْرَيْن.

2 وترين.

3 مماسَّين.

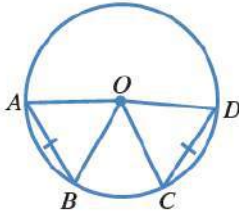
4 قاطعًا.

الحل:



	الحل:
$\overline{OR}, \overline{OM}$	1
$\overline{LM}, \overline{MR}$	2
$\overline{PK}, \overline{TK}$	3
$\overline{PT}$	4

كتاب الطالب صفحة 42



$\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ وترانٍ لهما الطول نفسه في دائرة مركزها O :

5 ما نوع المثلث AOB ؟ أبرّر إجابتي.

6 هل المثلثان AOB و COD متطابقان؟ أبرّر إجابتي.

7 إذا كان قياس الزاوية OAB هو 65° ، فما قياس الزاوية COD ؟

الحل:

الحل:

5 نوع المثلث AOB مثلث متساوي الساقين لأن فيه ضلعان هما نصف قطر وهما OA و OB

6 نعم المثلثان متطابقان السبب

$$\overline{OA} = \overline{OD} \text{ أضلاع أقطار}$$

$$\overline{OB} = \overline{OC} \text{ أضلاع أقطار}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} \text{ من المعطيات}$$

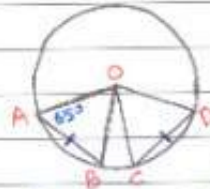
← يتطابق المثلثان بتساوي ثلاثة أضلاع.

7

المثلثان متطابقان

← الزوايا المتناظرة متساوية

في القياس



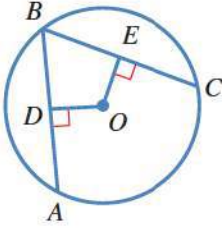
أيضاً المثلث OAB متساوي الساقين

← زوايا القاعدة متساوية ← الزاوية $OBD = 65^\circ$

بالتالي الزاوية

$$\angle AOB = 180 - (130) = 50$$

والزاوية COD تناظر الزاوية AOB ← $\angle COD = 50^\circ$



8 جبر: في الشكل المجاور، $\overline{AB}$ و $\overline{CB}$ وتران متطابقان في دائرة مركزها O . إذا كان $OE = x + 9$ ، و $OD = 3x - 7$ ، فما قيمة x ؟

الحل:

[8] بما أن الوتران $\overline{AB}$ و $\overline{CB}$ متطابقان فهما متساويان في الطول بالتالي بعداهما عن المركز متساوي

$$OE = OD$$

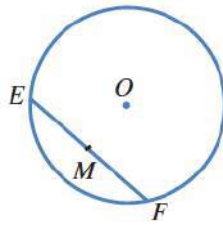
$$\Rightarrow x + 9 = 3x - 7$$

$$7 + 9 = 3x - x$$

$$16 = 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{16}{2} = 8$$

كتاب الطالب صفحة 43



في الشكل المجاور، $\overline{EF}$ وتر في دائرة مركزها O ، والنقطة M هي منتصف الوتر $\overline{EF}$:

9 هل المثلثان EOM و FOM متطابقان؟ أبرر إجابتي.

10 هل الزاوية EMO قائمة؟ أبرر إجابتي.

11 إذا كان قياس الزاوية MOF هو 72° ، فما قياس الزاوية MEO ؟ أبرر إجابتي.

الحل:

9 بما أن M هي منتصف الوتر $\overline{EF}$ فإن $\overline{EM} = \overline{MF}$

نعم المثلثان متطابقان لأن

$\overline{OE} = \overline{OF}$ أضلاع أقطار
 $MF = EM$ من المعطيات
 OM ضلع مشترك

← يتطابق المثلثان بتساوي ثلاثة أضلاع

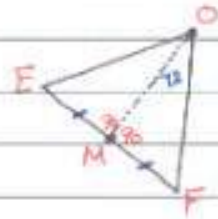
10 نعم الزاوية EMO قائمة لأنه

النقط الواصلة بين مركز الدائرة ومنتصف الوتر يكون عمودياً على الوتر

11 قياس الزاوية MOF هو 72°

المطلوب قياس الزاوية MEO

الحل:



المثلثان متطابقان $\Leftarrow$
الزوايا المتناظرة متساوية

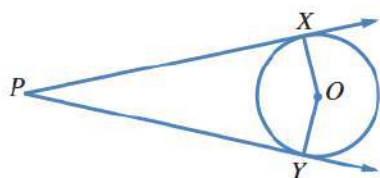
$\angle MOF = 72^\circ \Leftarrow$

أيضاً الزاوية OME قائمة وتساوي 90°

$$\begin{aligned}\Rightarrow \angle MEO &= 180 - (90 + 72) \\ &= 180 - (162) \\ &= 18^\circ\end{aligned}$$

حيث مجموع زوايا المثلث يساوي 180°

كتاب الطالب صفحة 43



في الشكل المجاور، $\vec{PX}$ و $\vec{PY}$ مماسان لدائرة مركزها O:

12 هل قياس الزاوية PXO هو 90° ؟ أبرر إجابتي.

13 أبين أن المثلثين XPO و YPO متطابقان.

14 إذا كان قياس الزاوية XPO هو 17° ، فما قياس الزاوية XOY ؟

الحل:

12 نعم قياس الزاوية PXO هو 90° لأن
الزاوية بين المماس ونصف القطر دائماً قائمة

13 $\vec{PX} = \vec{PY}$ مماسان مرسومين من
نفس النقطة

$\vec{OX} = \vec{OY}$ أضلاع أقطار

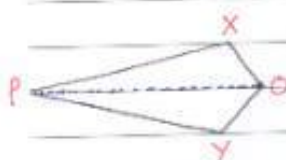
$\vec{OP}$ ضلع مشترك

← يتطابق المثلثان بثلاثي أضلاع
ملاحظة يوجد إجابة أخرى

14 قياس الزاوية XPO هو 17°

المطلوب قياس الزاوية XOY .

الحل:



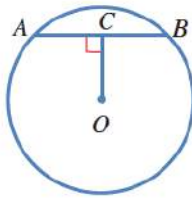
نصل OP

$$\angle XPO = 17^\circ$$

$$\angle OXP = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle XOP = 180 - (17 + 90) = 180 - 107 = 73^\circ$$

$$\Rightarrow \angle XOY = 2 \times 73 = 146^\circ$$



15 في الشكل المجاور، وتر طوله 6 cm في دائرة مركزها O. إذا كان قياس الزاوية ACO هو 90° ، و $OC = 4$ cm، فما طول نصف القطر الدائرة؟

الحل:

15

$AB = 6 \text{ cm}$ ، $OC = 4 \text{ cm}$
 $m\angle ACO = 90^\circ$
 المطلوب: طول نصف قطر الدائرة

الحل: نصل $\overline{OB}$ وهو نصف قطر الدائرة
 إن $\overline{OC}$ عمودي على الوتر $\overline{AB}$
 C هي منتصف $\overline{AB}$
 $\overline{CB} = 3 \text{ cm}$

$(\overline{OB})^2 = 4^2 + 3^2$
 $= 16 + 9 = 25$
 $\rightarrow \overline{OB} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

16 أحلُّ المسألة الواردة في بداية الدرس.



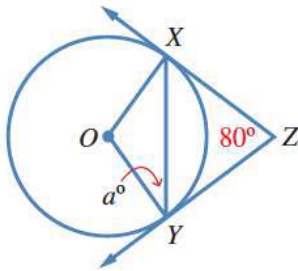
مسألة اليوم في حديقة منزل عبيد طاولة دائرية، وهي تريد عمل فتحة عند مركزها لتثبيت عمود يحمل مظلة بها. كيف يمكن لعبير تحديد مركز الطاولة؟



الحل:

16

- 1- نرسم وتر في الدائرة
- 2- نمنصف الوتر ونرسم من نقطة المنتصف خطاً عمودياً على الوتر
- 3- نرسم وتر ثانٍ في الدائرة
- 4- نمنصف الوتر الثاني ونرسم من نقطة المنتصف خطاً عمودياً على الوتر
- 5- إن نقطة التقاء العمودين هي مركز الطاولة



17 في الشكل المجاور، $\vec{ZX}$ و $\vec{ZY}$ مماسان لدائرة مركزها O. أجد قيمة a.

الحل:

17

$\vec{ZX}$ و $\vec{ZY}$ مماسان

الخط: نصل $\vec{OZ}$

لأننا نصف الزاوية XZY

$\angle XZO = 40^\circ$

مماسية مع نصف قطر $\angle OXZ = 90^\circ$

من مجموع زوايا المثلث $\Rightarrow \angle XOZ = 50^\circ$

نصف الزاوية $XOZ \Rightarrow \angle XOY = 100^\circ$

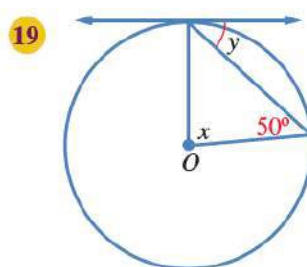
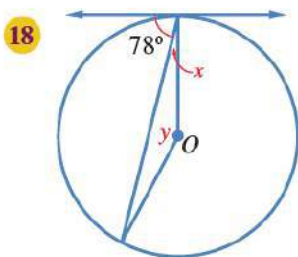
بما أن المثلث OXY متطابق الضلعين فإن زوايا القاعدة متساوية

قياس زواياي القاعدة $\Rightarrow 80^\circ$

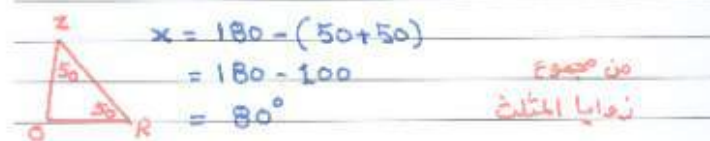
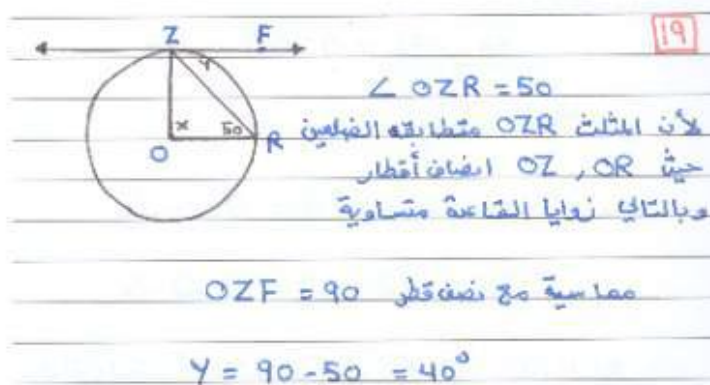
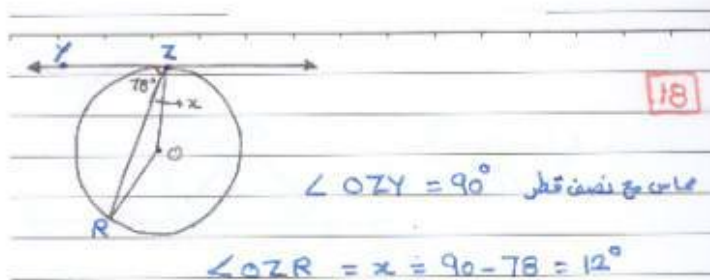
← قيمة a وهي أصغر زواياي القاعدة في OXY هي 40°

كتاب الطالب صفحة 44

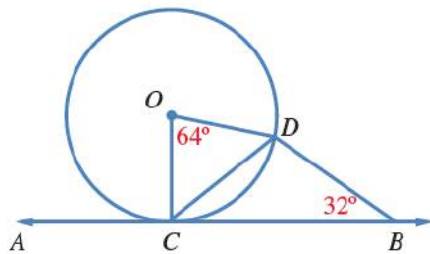
يظهر في كلٍّ من الشكلين الآتيين مماسٌّ لدائرة مركزها O . أجد قيمة x و y في كلِّ حالة.



الحل:



كتاب الطالب صفحة 44



20 في الشكل المجاور، $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌ لدائرة مركزها O في النقطة C . لماذا يُعدُّ المثلث BCD مُتطابقً الضلعين؟ أبررْ إجابتِي.

الحل:

20 سنجد قياس الزاوية DCB

الآن المثلث COD متطابق الضلعين لأن OC, OD أنصاف أقطار

$$\Rightarrow \angle OCD = \frac{180 - 64}{2}$$

$$= \frac{116}{2} = 58^\circ$$

$\angle OCB = 90^\circ$ مماس مع نصف قطر

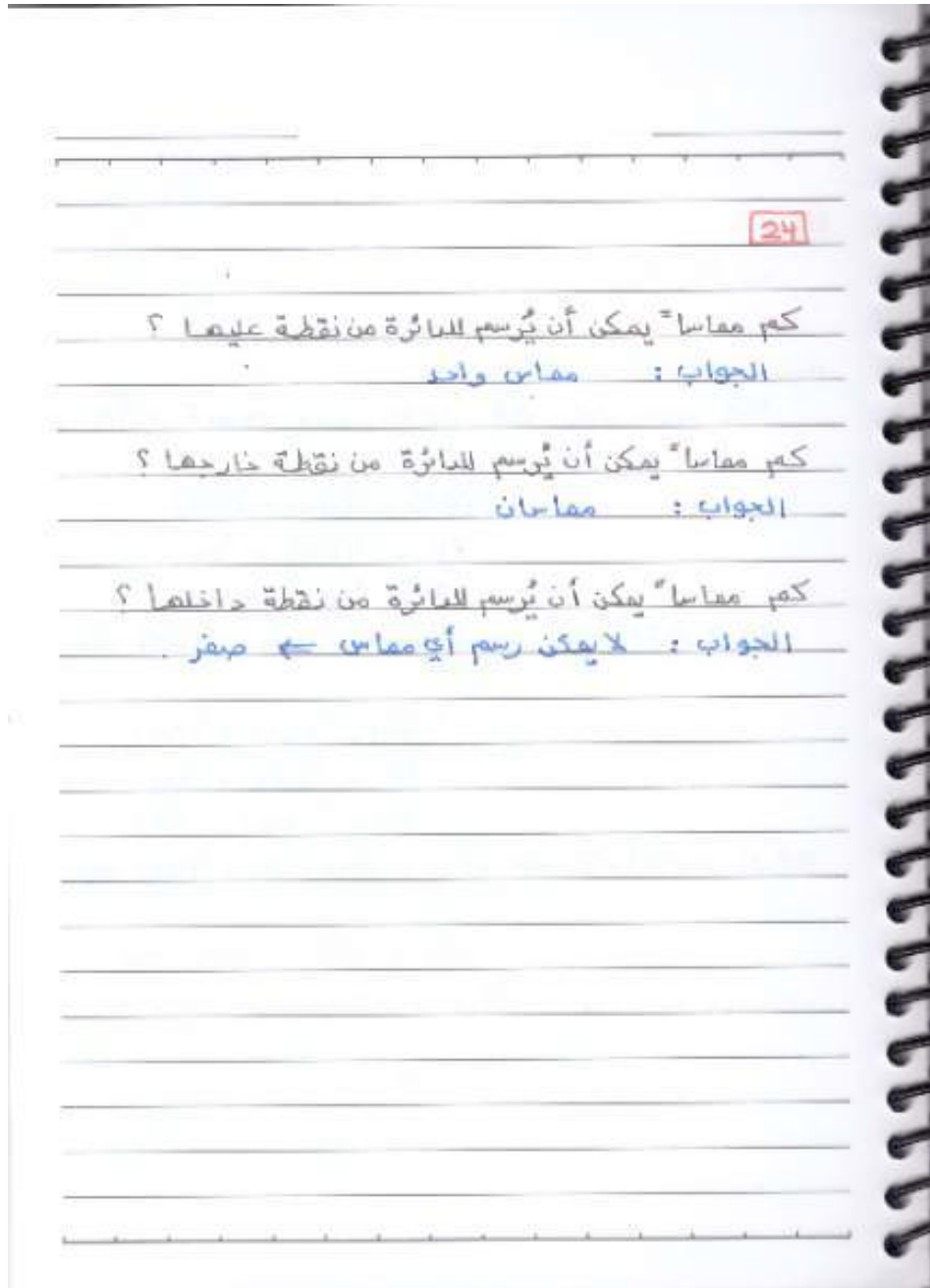
$$\angle DCB = 90 - 58 = 32^\circ$$

$\Rightarrow$ في المثلث BCD زاويتي القاعدة متساويتان
لذلك المثلث متطابق الضلعين

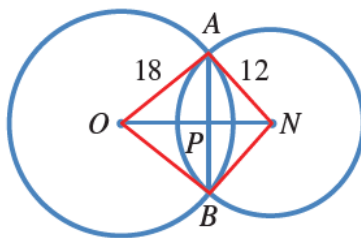
كتاب الطالب صفحة 44

24 كم مماسًا يُمكنُ أن يُرسمَ للدائرة من نقطةٍ عليها، ومن نقطةٍ خارجها، ومن نقطةٍ داخلها؟ أبرّر إجابتي.

الحل:



كتاب الطالب صفحة 44



21 تحدّد: $\overline{AB}$ وتر مشترك بين دائرتين متقاطعتين، وهو عمودي على القطعة المستقيمة $\overline{ON}$ الواصلة بين مركزيهما. إذا كان $AB = 14 \text{ cm}$ ، فما طول $\overline{ON}$ ؟ أبرّر إجابتني.

الحل:

[21]

$\overline{AB} = 14 \text{ cm}$
المطلوب: طول $\overline{ON}$

الحل:

$\overline{NP}$ يعامد الوتر AB بالتالي ينصفه $\overline{AP} = 7 \text{ cm}$

فيثاغورس

$$(AN)^2 = (PN)^2 + (AP)^2$$

$$12^2 = (PN)^2 + 7^2$$

$$144 = (PN)^2 + 49$$

$$\Rightarrow (PN)^2 = 144 - 49 = 95 \Rightarrow PN = \sqrt{95} \approx 9.75$$

$$(AO)^2 = (OP)^2 + (AP)^2$$

$$18^2 = (OP)^2 + 7^2$$

$$324 = (OP)^2 + 49$$

$$\Rightarrow (OP)^2 = 324 - 49 = 275 \Rightarrow OP = \sqrt{275} \approx 16.58$$

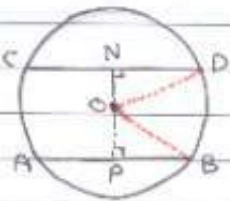
$$\Rightarrow \overline{ON} = \overline{OP} + \overline{PN}$$

$$= 16.58 + 9.75$$

$$= 26.33 \text{ cm}$$

22 برهان: $\overline{AB}$ ، و $\overline{CD}$ وتران متساويان في دائرة مركزها N . أثبت أن لهما البعد نفسه عن النقطة N .

الحل:



22 نريد أن نثبت أن $ON = OP$

سنثبت أن المثلثين ODN , OBP متطابقان بالتالي يكون $ON = OP$

الآن أضف أقطار $OB = OD$
 $PB = ND$

لأن $CD = AB$
 والبعد يكون عمودي على الوتر بالتالي
 ON , OP ينصفان الوترين

← أضف الوترين المتساويين هما متساويان

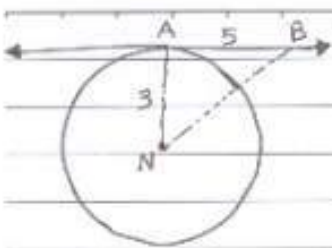
وبما أن المثلثان قائمان ←
 يتطابق المثلثان في تساوي ضلع وتر

← $OP = ON$
 بسبب تطابق المثلثان

كتاب الطالب صفحة 44

23 تبرير: $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌ لدائرة مركزها N في النقطة A ، وطول نصف قطرها 3 cm ، و $BA = 5\text{ cm}$. قالت سارة إن $BN = 4\text{ cm}$ ؛ لأن $(BN)^2 = (BA)^2 - (AN)^2 = 16$. هل قول سارة صحيح؟ أبرر إجابتي.

الحل:



23

نصف القطر = 3 cm
 $BA = 5\text{ cm}$

قول سارة أن $BN = 4$ هو خطأ
 لأن قانون فيثاغورس

$$(BN)^2 = (BA)^2 + (AN)^2$$

$$= 5^2 + 3^2$$

$$= 25 + 9$$

$$= 34$$

$$\rightarrow BN = \sqrt{34}$$

نلاحظ أن سارة أخطأت في استخدام قانون خاطئ.