

ملخصات في

الرياضيات

للمصف العاشر

الفصل الدراسي الأول



حلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ من معادلةٍ خطّيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ

Solving a System of Linear and Quadratic Equations

الدرس 1

كتاب الطالب صفحة (11)

أتحقق من فهمي 

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقّقُ من صِحّةِ الحلِّ:

$$2x + y = 12$$

$$y = x^2 + 5x - 6$$

الحل:

$$2x + y = 12$$

$$y = 12 - 2x$$

$$12 - 2x = x^2 + 5x - 6$$

$$x^2 + 7x - 18 = 0$$

$$(x + 9)(x - 2) = 0$$

$$x = -9, x = 2$$

عندما $x = -9$

$$2 \times -9 + y = 12$$

$$-18 + y = 12$$

$$y = 12 + 18 = 30$$

عندما $x = 2$

$$2 \times 2 + y = 12$$

$$4 + y = 12$$

$$y = 12 - 4 = 8$$

إذن حل النظام هو

$$(-9, 30), (2, 8)$$

كتاب الطالب صفحة (13)

أتحقق من فهمي 

$$y = 2x + 1$$
$$x^2 + y^2 = 10$$

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ المجاور، ثمَّ أتحقِّقُ منْ صِحَّةِ الحُلِّ:

الحل:

$$y = 2x + 1$$
$$x^2 + (2x + 1)^2 = 10$$
$$x^2 + (4x^2 + 4x + 1) = 10$$
$$5x^2 + 4x + 1 - 10 = 0$$
$$5x^2 + 4x - 9 = 0$$
$$(5x + 9)(x - 1) = 0$$
$$x = \frac{-9}{5}, \quad x = 1$$

عندما $x = \frac{-9}{5}$

$$y = 2 \times \frac{-9}{5} + 1$$
$$y = \frac{-18}{5} + \frac{5}{5}$$
$$y = \frac{-13}{5}$$

عندما $x = 1$

$$y = 2 \times 1 + 1$$
$$y = 2 + 1$$
$$y = 3$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{-9}{5}, \frac{-13}{5}\right), (1, 3)$$

كتاب الطالب صفحة 13

أتحقق من فهمي 

$$x - y = 0$$

$$y = x^2 + 3x + 2$$

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ المجاور:

الحل:

$$\begin{aligned} y &= x \\ x &= x^2 + 3x + 2 \\ x^2 + 2x + 2 &= 0 \end{aligned}$$

لا يوجد تحليل لهذه المعادلة لأن المميز سالب

$$\begin{aligned} 2^2 - 4 \times 1 \times 2 \\ 4 - 8 \\ -4 \end{aligned}$$

إذن لا يوجد حل للنظام

أتحقق من فهمي 

مزرعة مستطيلة الشكل، طول قُطْرِها 50 m، ومحيطها 140 m. أجد بُعْدِي المزرعة.

الحل:

x : طول المستطيل

y : عرض المستطيل

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 140 \\ x^2 + y^2 &= 2500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 70 \\ y &= 70 - x \\ x^2 + (70 - x)^2 &= 2500 \\ x^2 + 4900 - 140x + x^2 &= 2500 \\ 2x^2 - 140x + 2400 &= 0 \\ x^2 - 70x + 1200 &= 0 \\ (x - 40)(x - 30) &= 0 \end{aligned}$$

$$x = 40, \quad x = 30$$

عندما $x = 40$

$$\begin{aligned} 40 + y &= 70 \\ y &= 30 \end{aligned}$$

عندما $x = 30$

$$\begin{aligned} 30 + y &= 70 \\ y &= 40 \end{aligned}$$

بعدي المزرعة (40,30) أو (30,40)

بما أن الطول أكبر من العرض، فإن الطول هو 40 m والعرض هو 30 m

كتاب الطالب صفحة 15

أحلُّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية، ثمَّ اتَّحَقَّقْ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ:

1) $y = x^2 + 4x - 2$
 $y + 6 = 0$

2) $y = x^2 + 6x - 3$
 $y = 2x - 3$

3) $y = x^2 + 4$
 $x - y = -1$

4) $y = x^2 + 5x - 1$
 $2x + 3y = 1$

5) $y = x^2 + 4x + 7$
 $y - 3 = 0$

6) $y = x^2 - 2x + 4$
 $y = x$

7) $x^2 + y^2 = 8$
 $2x + 3y = 7$

8) $y = x^2 + 2x + 1$
 $y = 0$

9) $x^2 + y^2 = 4$
 $x + y = 5$

10) $x^2 + y^2 = 10$
 $x - y = 2$

11) $x^2 + (y - 1)^2 = 17$
 $x = 1$

12) $2x + 3y = 5$
 $2y^2 + xy = 12$

الحل:

1) $y = -6$

$$\begin{aligned} -6 &= x^2 + 4x - 2 \\ x^2 + 4x + 4 &= 0 \\ (x + 2)(x + 2) &= 0 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

حل النظام هو

$(-2, -6)$

2)

$$\begin{aligned} y &= 2x - 3 \\ 2x - 3 &= x^2 + 6x - 3 \\ x^2 + 4x &= 0 \\ x(x + 4) &= 0 \\ x &= 0, \quad x = -4 \end{aligned}$$

عندما $x = 0$

$y = 2 \times 0 - 3 = -3$

عندما $x = -4$

$y = 2 \times -4 - 3 = -11$

إذن حل النظام هو

$(0, -3), \quad (-4, -11)$

3) $y = x + 1$

$$x + 1 = x^2 + 4$$

$$x^2 - x + 3 = 0$$

المميز سالب بالتالي لا يوجد حل للنظام

4) $2x + 3y = 1$

$$3y = 1 - 2x$$

$$y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x$$

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3}x = x^2 + 5x - 1$$

$$1 - 2x = 3x^2 + 15x - 3$$

$$3x^2 + 17x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-17 + \sqrt{289 - 4 \times 3 \times -4}}{2 \times 3}$$

$$x_1 = \frac{-17 + \sqrt{337}}{6}, \quad x_2 = \frac{-17 - \sqrt{337}}{6}$$

عندما $x = \frac{-17 + \sqrt{337}}{6}$

$$y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{-17 + \sqrt{337}}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{3} - \frac{-34 + 2\sqrt{337}}{18}$$

عندما $x = \frac{-17 - \sqrt{337}}{6}$

$$y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{-17 - \sqrt{337}}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{3} - \frac{-34 - 2\sqrt{337}}{18}$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{-17 + \sqrt{337}}{6}, \frac{1}{3} - \frac{-34 + 2\sqrt{337}}{18} \right), \left(\frac{-17 - \sqrt{337}}{6}, \frac{1}{3} - \frac{-34 - 2\sqrt{337}}{18} \right)$$

5) $y = 3$

$$3 = x^2 + 4x + 7$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)(x + 2) = 0$$

$$x = -2$$

إذن حل النظام هو

$(-2, 3)$

6) $y = x$

$$x = x^2 - 2x + 4$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

لا يوجد تحليل لأن المميز سالب

7) $2x + 3y = 7$

$$y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + \left(\frac{7}{3} - \frac{2}{3}x\right)^2 = 8$$

$$x^2 + \frac{49}{9} - \frac{28}{9}x + \frac{4}{9}x^2 = 8$$

$$9x^2 + 49 - 28x + 4x^2 = 72$$

$$13x^2 - 28x + 49 - 72 = 0$$

$$13x^2 - 28x - 23 = 0$$

$$28^2 - 4 \times 13 \times -23$$

$$= 1980$$

$$x_1 = \frac{28 + \sqrt{1980}}{2 \times 13} = \frac{28 + \sqrt{1980}}{26}$$

$$x_2 = \frac{28 - \sqrt{1980}}{2 \times 13} = \frac{28 - \sqrt{1980}}{26}$$

المميز:

$$x = \frac{28 + \sqrt{1980}}{26} \text{ عندما}$$

$$y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{28 + \sqrt{1980}}{26} \Rightarrow y = \frac{7}{3} - \frac{56 + 2\sqrt{1980}}{78}$$

$$x = \frac{28 - \sqrt{1980}}{26} \text{ عندما}$$

$$y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{28 - \sqrt{1980}}{26} \Rightarrow y = \frac{7}{3} - \frac{56 - 2\sqrt{1980}}{78}$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{28 + \sqrt{1980}}{26}, \frac{7}{3} - \frac{56 + 2\sqrt{1980}}{78} \right), \left(\frac{28 - \sqrt{1980}}{26}, \frac{7}{3} - \frac{56 - 2\sqrt{1980}}{78} \right)$$

كتاب الطالب صفحة (15)

8) $y = 0$

$$\begin{aligned}0 &= x^2 + 2x + 1 \\x^2 + 2x + 1 &= 0 \\(x + 1)(x + 1) &= 0 \\x &= -1\end{aligned}$$

حل النظام هو

$$(-1, 0)$$

9) $y = 5 - x$

$$\begin{aligned}x^2 + (5 - x)^2 &= 4 \\x^2 + 25 - 10x + x^2 &= 4 \\2x^2 - 10x + 21 &= 0\end{aligned}$$

لا يوجد تحليل لأن المميز سالب إذن لا يوجد حل للنظام.

كتاب الطالب صفحة (15)

10) $y = x - 2$

$$\begin{aligned}x^2 + (x - 2)^2 &= 10 \\x^2 + x^2 - 4x + 4 &= 10 \\2x^2 - 4x - 6 &= 0 \\2(x^2 - 2x - 3) &= 0 \\2(x - 3)(x + 1) &= 0 \\x = 3, \quad x = -1\end{aligned}$$

عندما $x = 3$

$$y = 3 - 2 = 1$$

عندما $x = -1$

$$y = -1 - 2 = -3$$

إذن حل النظام هو

$$(3, 1), \quad (-1, -3)$$

كتاب الطالب صفحة (15)

11) $x = 1$

$$1 + (y - 1)^2 = 17$$

$$1 + y^2 - 2y + 1 = 17$$

$$y^2 - 2y + 2 - 17 = 0$$

$$y^2 - 2y - 15 = 0$$

$$(y - 5)(y + 3) = 0$$

$$y = 5, y = -3$$

إذن حل النظام هو

$$(1, 5), (1, -3)$$

$$12) \quad y = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}x$$

$$2\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x\right)^2 + x\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x\right) = 12$$

$$2\left(\frac{25}{9} - \frac{20}{9}x + \frac{4}{9}x^2\right) + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}x^2 = 12$$

$$\frac{50}{9} - \frac{40}{9}x + \frac{8}{9}x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}x^2 - 12 = 0$$

$$\frac{50}{9} - \frac{40}{9}x + \frac{8}{9}x^2 + \frac{15}{9}x - \frac{6}{9}x^2 - \frac{108}{9} = 0$$

$$\frac{2}{9}x^2 - \frac{25}{9}x - \frac{58}{9} = 0$$

$$2x^2 - 25x - 58 = 0$$

$$b^2 - 4ac$$

$$25^2 - 4 \times 2 \times -58$$

$$= 625 + 464$$

$$= 1089$$

$$x_1 = \frac{25 + \sqrt{1089}}{2 \times 2} = \frac{25 + 33}{4} = \frac{58}{4} = 14.5$$

$$x_2 = \frac{25 - \sqrt{1089}}{2 \times 2} = \frac{25 - 33}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$x = \frac{58}{4} \text{ عندما}$$

$$y = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{58}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{3} - \frac{58}{6} = \frac{10}{6} - \frac{58}{6} = \frac{-48}{6} = -8$$

$$x = -2 \text{ عندما}$$

$$y = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times -2 \Rightarrow y = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

إذن حل النظام هو

$$\left(\frac{58}{4}, -8\right), \quad (-2, 3)$$

كتاب الطالب صفحة (15)

13 بركة: بركة ماء قاعدتها مستطيلة الشكل، ومحيطها 16 m، والفرق بين مربعي بُعديها 16 m^2 . أجد بُعديها.

الحل: الطول $x =$ العرض $y =$

$$2x + 2y = 16$$

$$x^2 - y^2 = 16$$

$$x + y = 8$$

$$y = 8 - x$$

$$x^2 - (8 - x)^2 = 16$$

$$x^2 - (64 - 16x + x^2) = 16$$

$$x^2 - 64 + 16x - x^2 = 16$$

$$16x - 64 = 16$$

$$16x = 16 + 64$$

$$16x = 80$$

$$x = 5$$

$$y = 8 - 5$$

$$y = 3$$

الطول $5 \text{ m} =$ العرض $3 \text{ m} =$

كتاب الطالب صفحة (15)

14 أعداد: أجد العددين الموجبين اللذين مجموعهما 12، والفرق بين مربعيهما 24

الحل:

العدد الأول = x ، العدد الثاني = y

$$x + y = 12$$

$$x^2 - y^2 = 24$$

الآن

$$y = 12 - x$$

$$x^2 - (12 - x)^2 = 24$$

$$x^2 - (144 - 24x + x^2) = 24$$

$$x^2 - 144 + 24x - x^2 = 24$$

$$24x - 144 = 24$$

$$24x = 24 + 144$$

$$24x = 168$$

$$x = \frac{168}{24} = 7$$

$$y = 12 - 7$$

$$y = 5$$

كتاب الطالب صفحة (15)

15 هندسة: دائرتان مجموع محيطيهما $12\pi \text{ cm}$ ، ومجموع مساحتيهما $20\pi \text{ cm}^2$. أجد قطر كل منهما.

الحل:

نصف قطر الدائرة الأولى = r_1 ، نصف قطر الدائرة الثانية = r_2

محيط الدائرة الأولى = l_1 ، محيط الدائرة الثانية = l_2

مساحة الدائرة الأولى = A_1 ، مساحة الدائرة الثانية = A_2

$$l_1 + l_2 = 12\pi$$

$$2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 12\pi$$

$$2\pi(r_1 + r_2) = 12\pi$$

$$\frac{2\pi}{2\pi}(r_1 + r_2) = \frac{12\pi}{2\pi}$$

$$r_1 + r_2 = 6$$

$$A_1 + A_2 = 20\pi$$

$$\pi(r_1)^2 + \pi(r_2)^2 = 20\pi$$

$$\pi((r_1)^2 + (r_2)^2) = 20\pi$$

$$\frac{\pi}{\pi}((r_1)^2 + (r_2)^2) = \frac{20\pi}{\pi}$$

$$(r_1)^2 + (r_2)^2 = 20$$

$$r_2 = 6 - r_1$$

الآن

$$(r_1)^2 + (6 - r_1)^2 = 20$$

$$(r_1)^2 + 36 - 12r_1 + (r_1)^2 = 20$$

$$2(r_1)^2 - 12r_1 + 36 = 20$$

$$2(r_1)^2 - 12r_1 + 36 - 20 = 0$$

$$2(r_1)^2 - 12r_1 + 16 = 0$$

$$2((r_1)^2 - 6r_1 + 8) = 0$$

$$2(r_1 - 4)(r_1 - 2) = 0$$

$$r_1 = 4, \quad r_1 = 2$$

عندما $r_1 = 4$ فإن $r_2 = 2$

عندما $r_1 = 2$ فإن $r_2 = 4$

لتكن الدائرة الأولى هي الأكبر إذن $r_1 = 4$ وقطرها هو $2r_1$ ويساوي $2 \times 4 = 8$

لتكن الدائرة الثانية هي الأصغر إذن $r_2 = 2$ وقطرها هو $2r_2$ ويساوي $2 \times 2 = 4$

كتاب الطالب صفحة (16)

16 أعمار: قالت شيماء: «عُمري أكبر بأربع سنواتٍ من عُمري أخِي رِيَّانَ، ومجموعُ مُربَّعَي عُمَرَيْنَا هو 346 عامًا». ما عُمُرُ شيماء؟

عمر شيماء = x ، عمر ريان = y

$$\begin{aligned}x - 4 &= y \\x^2 + y^2 &= 346 \\x^2 + (x - 4)^2 &= 346 \\x^2 + x^2 - 8x + 16 &= 346 \\2x^2 - 8x + 16 - 346 &= 0 \\2x^2 - 8x - 330 &= 0 \\2(x^2 - 4x - 165) &= 0 \\16 - 4 \times 1 \times -165 &\text{ المميز} \\&= 16 - 4 \times 1 \times -165 \\&= 16 + 660 \\&= 676 \\x_1 &= \frac{4 + \sqrt{676}}{2 \times 1} = \frac{4 + 26}{2} = \frac{30}{2} = 15\end{aligned}$$

$$x_2 = \frac{4 - \sqrt{676}}{2 \times 1} = \frac{4 - 26}{2} = \frac{-22}{2} = -11 \quad \text{مرفوضة لأن العمر موجب}$$

إذن عمر شيماء 15 ، وعمر ريان $15 - 4$ ، ويساوي 11

كتاب الطالب صفحة (16)



17 لوحة: لوحة مستطيلة الشكل، طولها يساوي مثلثي عرضها، وطول قُطْرِها $\sqrt{1.25}$ m ، أحيطَ بها إطارٌ، تكلفة المتر الطولي الواحد منه بالدينار 2.25 . أجدُ تكلفة الإطار.

الحل:

المعطيات: اللوحة مستطيلة ، الطول يساوي مثلثي العرض ، طول القطر $= \sqrt{1.25}$ ، تكلفة متر الإطار 2.25

المطلوب: كلفة الإطار

الحل: الطول x العرض y

$$\begin{aligned}x &= 2y \\x^2 + y^2 &= 1.25 \\(2y)^2 + y^2 &= 1.25 \\4y^2 + y^2 &= 1.25 \\5y^2 &= 1.25 \\y^2 &= \frac{1.25}{5} = \frac{125}{500} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \pm \frac{1}{2} \\y &= \frac{1}{2} \\x &= 2 \times \frac{1}{2} = 1\end{aligned}$$

محيط اللوحة $\times$ سعر المتر = تكلفة الإطار

$$\begin{aligned}&= 2.25 \times (2 \times 1 + 2 \times \frac{1}{2}) \\&= 2.25 \times (2 + 1) \\&= 2.25 \times (3) \\&= 6.75\end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة (16)

18 زراعة: قسّم فيصل $41m^2$ من مزرعته إلى منطقتين مربعتي الشكل، ثم زرعتهما بمحصولي الطماطم والبطاطا. إذا زاد بُعد المنطقة المزروعة بالطماطم مترًا واحدًا على بُعد المنطقة المزروعة بالبطاطا، فما مساحة المنطقة المزروعة بكل محصول؟

y	x
منطقة البطاطا	منطقة الطماطم

الحل:

مجموع المنطقتين وكتاهما مربع يساوي 41
نفرض أن ضلع منطقة الطماطم هو x
نفرض أن ضلع منطقة البطاطا هو y

بالتالي حسب المعطيات $x^2 + y^2 = 41$

بعد منطقة الطماطم x أكبر من بعد منطقة البطاطا y بمقدار 1 بالتالي:

$$x - 1 = y$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned} x^2 + (x - 1)^2 &= 41 \\ x^2 + x^2 - 2x + 1 &= 41 \\ 2x^2 - 2x + 1 - 41 &= 0 \\ 2x^2 - 2x - 40 &= 0 \\ 2(x^2 - x - 20) &= 0 \\ 2(x - 5)(x + 4) &= 0 \\ x = 5, \quad x &= -4 \end{aligned}$$

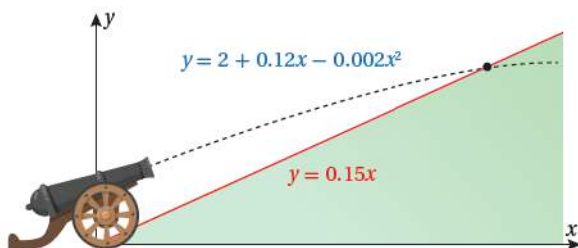
إذن $x = 5$ لأن $x = -4$ مرفوضة

بالتالي $y = 5 - 1 = 4$

مساحة منطقة الطماطم تساوي 5×5 وتساوي $25 m^2$

مساحة منطقة البطاطا تساوي 4×4 وتساوي $16 m^2$

كتاب الطالب صفحة (16)



19 تمثّل المعادلة $y = 2 + 0.12x - 0.002x^2$ مسار قذيفة مدفع تم إطلاقها نحو تلة. أجد إحداثيات النقطة التي اصطدمت عندها القذيفة بسفح التلة؛ إذا علمت أنه مستقيم ومعادلته $y = 0.15x$.

الحل:

$$\begin{aligned} 0.15x &= 2 + 0.12x - 0.002x^2 \\ 0.002x^2 + 0.15x - 0.12x - 2 &= 0 \\ \frac{2}{1000}x^2 + \frac{30}{1000}x - \frac{2000}{1000} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 30x - 2000 &= 0 \\ 2(x^2 + 15x - 1000) &= 0 \\ 2(x - 40)(x + 25) &= 0 \\ x &= 40 \\ x &= -25 \quad \text{مرفوضة} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{15}{100} \times 40 = 6 \\ (40, 6) & \quad \text{احداثيات نقطة الاصطدام} \end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة (16)

20 تبرير: صُمِّمَتْ نافورةٌ بصورةٍ يخرجُ منها الماءُ بحسبِ العلاقة: $y + x^2 = 10$ ، إذا وُضِعَتْ وحدةُ إنارةٍ على المستقيم الذي معادلته: $y = 12 + x$ ، فهل يصلُ ماءُ النافورةِ إلى وحدةِ الإنارةِ؟

الحل:

$$\begin{aligned}12 + x + x^2 &= 10 \\x^2 + x + 12 - 10 &= 0 \\x^2 + x + 2 &= 0\end{aligned}$$

لا يوجد حل للمعادلة لأن المميز سالب إذن لن يصل ماء النافورة إلى وحدة الإنارة

كتاب الطالب صفحة (16)

21 تحدُّ: إذا علمتُ أنَّ المعادلةَ الخطيَّةَ: $y = 3x + p$ تقطعُ المنحنى: $y = 2x^2 + 3x - 5$ في نقطةٍ واحدةٍ فقط، فما قيمةُ p ؟

الحل:

$$3x + p = 2x^2 + 3x - 5$$

$$2x^2 - 5 - p = 0$$

$$2x^2 - (5 + p) = 0$$

بما أنه يوجد لدينا نقطة تقاطع وحيدة إذن يوجد حل وحيد بالتالي المميز يساوي صفر

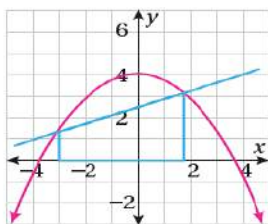
إذن

$$\begin{aligned}0 - 4 \times 2 \times -(5 + p) &= 0 \\8(5 + p) &= 0\end{aligned}$$

$$5 + p = 0$$

$$p = -5$$

كتاب الطالب صفحة (16)



22 تحدّد: أجد مساحة شبه المنحرف المرسوم باللون الأزرق
أسفل منحنى الاقتراح $y = -0.3x^2 + 4$ في الشكل المجاور.

الحل: نجد صورة 3-

$$y = \frac{-3}{10} \times 9 + 4 = -2.7 + 4 = 1.3$$

في البداية يجب إيجاد معادلة المستقيم الأزرق حيث أنه يمر بالنقطتين $(-3, 1.3)$ و $(4, 4)$

$$m = \frac{4 - 1.3}{4 - (-3)} = \frac{2.7}{7} \approx 0.4$$

$$y - 4 = 0.4(x - 4) \Rightarrow y = 0.4x - 1.6 + 4$$

$$y = 0.4x + 2.4$$

$$0.4x + 2.4 = \frac{-3}{10}x^2 + 4$$

$$\frac{3}{10}x^2 + \frac{4}{10}x + \frac{24}{10} - \frac{40}{10} = 0 \Rightarrow \frac{3}{10}x^2 + \frac{4}{10}x - \frac{16}{10} = 0$$

$$3x^2 + 4x - 16 = 0$$

$$16 - 4 \times 3 \times -16 = 16 + 192 = 208$$

المميز

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{193}}{2 \times 3} = \frac{-4 + 14.4}{6} = \frac{10.4}{6} = 1.7$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{208}}{2 \times 3} = \frac{-4 - 14.4}{6} = \frac{-18.4}{6} \approx -3$$

نجد صورة 1.7

$$y = \frac{-3}{10} \times 1.7^2 + 4 = -0.867 + 4 = 3.133$$

مساحة شبه المنحرف =

$$\frac{\text{مجموع القاعدتين}}{2} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{((1.3 - 0) + (3.133 - 0))}{2} \times (1.7 - -3)$$

$$= \frac{1.3 + 3.133}{2} \times (4.7) = \frac{4.433}{2} \times (4.7) = 2.2165 \times (4.7) = 10.42$$

كتاب الطالب صفحة 18

أتحقق من فهمي 

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي، ثمَّ أتحقِّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

$$y = -x^2 - 2x + 3$$

$$y = x^2 + 2x - 3$$

الحل:

$$x^2 + 2x - 3 = -x^2 - 2x + 3$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$2(x^2 + 2x - 3) = 0$$

$$2(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3, \quad x = 1$$

عندما $x = -3$

$$y = (-3)^2 + 2(-3) - 3$$

$$= 9 - 6 - 3$$

$$= 3 - 3 = 0$$

عندما $x = 1$

$$y = (1)^2 + 2(1) - 3$$

$$= 1 + 2 - 3$$

$$= 3 - 3 = 0$$

حل النظام

$$(-3, 0), \quad (1, 0)$$

كتاب الطالب صفحة 19

أتحقق من فهمي 

تُمثِّلُ المعادلةُ: $y = x^2 + 2x$ مسارَ مُتزلِّجٍ على الجليدِ، في حينِ تُمثِّلُ المعادلةُ: $y = x^2 - x + 5$ مسارَ مُتزلِّجٍ آخرَ. أبحثُ عن جميعِ النقاطِ التي قد يصطدمُ عندها المُتزلِّجانِ إذا لم يكونا حذرينِ.

الحل:

$$\begin{aligned}x^2 + 2x &= x^2 - x + 5 \\2x &= -x + 5 \\2x + x &= 5 \\3x &= 5 \\x &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

الآن

$$\begin{aligned}y &= \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{5}{3} \\y &= \frac{25}{9} + \frac{10}{3} \\y &= \frac{25}{9} + \frac{30}{9} = \frac{55}{9}\end{aligned}$$

نقطة الاصطدام هي $\left(\frac{5}{3}, \frac{55}{9}\right)$

كتاب الطالب صفحة 20

أتحقق من فهمي 

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي:

$$y = x^2 + 4$$

$$y = -x^2 + 2$$

الحل:

$$x^2 + 4 = -x^2 + 2$$

$$2x^2 = -2$$

$$x^2 = \frac{-2}{2}$$

$$x^2 = -1$$

لا يوجد حل لأنه لا يوجد عدد حقيقي تربيعه عدد سالب

كتاب الطالب صفحة 21

أتحقق من فهمي 

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتي، ثمَّ أتحقِّقُ من صِحَّةِ الحلِّ:

$$x^2 + y^2 = 16$$

$$3y - x^2 = -12$$

الحل:

$$x^2 = 3y + 12$$

$$3y + 12 + y^2 = 16$$

$$y^2 + 3y + 12 - 16 = 0$$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

$$(y + 4)(y - 1) = 0$$

$$y = -4, y = 1$$

عندما $y = -4$

$$x^2 + 16 = 16$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

عندما $y = 1$

$$x^2 + 1 = 16$$

$$x^2 = 15$$

$$x = \pm\sqrt{15}$$

الحلول:

$$(0, -4), (\sqrt{15}, 1), (-\sqrt{15}, 1)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمتي المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ اتَّحَقَّقْ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ:

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} y &= 2x^2 + x - 5 \\ y &= -x^2 - 2x - 5 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} -x^2 - 2x - 5 &= 2x^2 + x - 5 \\ 0 &= 3x^2 + 3x \\ 0 &= 3x(x + 1) \\ x &= 0, x = -1 \end{aligned}$$

عندما $x = 0$

$$\begin{aligned} y &= 2(0)^2 + 0 - 5 \\ y &= -5 \end{aligned}$$

عندما $x = -1$

$$\begin{aligned} y &= 2(-1)^2 - 1 - 5 \\ y &= 2 - 6 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

الحلول

$$(0, -5), (-1, -4)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمتي المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ أتحقِّق من صِحَّة الحلِّ:

$$2 \quad y = x^2 - 4x + 1$$

$$y = -2x^2 - 4$$

الحل:

$$x^2 - 4x + 1 = -2x^2 - 4$$

$$3x^2 - 4x + 5 = 0$$

لا يوجد حل حقيقي لأن المميز سالب وبالتالي لا يوجد حل للنظام

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمتي المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ اتَّحَقَّقْ من صِحَّةِ الحَلِّ:

$$\begin{aligned} 3 \quad y &= x^2 + 1 \\ y &= 2x^2 - 3 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3 &= x^2 + 1 \\ 2x^2 - x^2 &= 1 + 3 \\ x^2 &= 4 \\ x &= 2, x = -2 \end{aligned}$$

عندما $x = 2$

$$\begin{aligned} y &= (2)^2 + 1 \\ y &= 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

عندما $x = -2$

$$\begin{aligned} y &= (-2)^2 + 1 \\ y &= 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

الحلول

$$(2, 5), (-2, 5)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ اتَّحَقَّقْ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ:

$$\textcircled{4} \quad \begin{aligned} y &= x^2 + x + 1 \\ y &= -x^2 + x - 2 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} x^2 + x + 1 &= -x^2 + x - 2 \\ 2x^2 &= -3 \\ x^2 &= \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

لا يوجد حل لأنه لا يوجد عدد حقيقي تربيعه عدد سالب

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ أتحقِّق من صحَّة الحلِّ:

$$\textcircled{5} \quad \begin{aligned} y &= -x^2 + 5x \\ y &= x^2 - 5x \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} x^2 - 5x &= -x^2 + 5 \\ 2x^2 - 5x - 5 &= 0 \\ 5^2 - 4 \times 2 \times -5 & \\ &= 25 - -40 = 25 + 40 = 65 \\ x_1 &= \frac{5 + \sqrt{65}}{2 \times 2} = \frac{5 + \sqrt{65}}{4} \approx 3.27 \\ x_2 &= \frac{5 - \sqrt{65}}{2 \times 2} = \frac{5 - \sqrt{65}}{4} \approx -0.77 \end{aligned}$$

المميز:

$$\text{عندما } x_1 = 3.27$$

$$y = (3.27)^2 - 5 \times 3.27 \approx -5.66$$

$$\text{عندما } x_2 = -0.77$$

$$y = (-0.77)^2 - 5 \times -0.77 \approx 4.44$$

إذن حل النظام هو

$$(3.27, -5.66), \quad (-0.77, 4.44)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ اتَّحَقِّقْ من صِحَّةِ الحَلِّ:

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad y &= x^2 \\ y &= x^2 + x + 6 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} x^2 &= x^2 + x + 6 \\ 0 &= x + 6 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

إذن

$$y = 36$$

حل النظام

$$(-6, 36)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمتي المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ أتحرَّق من صحَّة الحلِّ:

$$7 \quad y = -x^2 + 6x + 8$$

$$y = -x^2 - 6x + 8$$

الحل:

$$\begin{aligned} -x^2 + 6x + 8 &= -x^2 - 6x + 8 \\ -x^2 + x^2 + 6x + 6x + 8 - 8 &= 0 \\ 12x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

إذن

$$y = 8$$

حل النظام

$$(0, 8)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ أتحقِّق من صِحَّة الحلِّ:

$$\textcircled{8} \quad \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 16 \\ y &= x^2 - 5 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 16 \\ x^2 &= 16 - y^2 \\ y &= 16 - y^2 - 5 \\ y^2 + y - 11 &= 0 \\ 1^2 - 4 \times 1 \times -11 & \\ &= 1 - -44 = 1 + 44 = 45 \\ y_1 &= \frac{-1 + \sqrt{45}}{2 \times 1} = \frac{-1 + \sqrt{45}}{2} \approx 2.58 \\ y_2 &= \frac{-1 - \sqrt{45}}{2 \times 1} = \frac{-1 - \sqrt{45}}{2} \approx -3.58 \end{aligned}$$

المميز:

عندما $y_1 = 2.58$

$$\begin{aligned} 2.58 &= x^2 - 5 \\ x^2 &= 2.58 + 5 = 7.58 \\ x &= \pm\sqrt{7.58} \approx \pm 2.75 \end{aligned}$$

عندما $y_2 = -3.58$

$$\begin{aligned} -3.58 &= x^2 - 5 \\ x^2 &= -3.58 + 5 = 1.42 \\ x &= \pm\sqrt{1.42} \approx \pm 1.19 \end{aligned}$$

حل النظام

$$(2.75, 2.58), (-2.75, 2.58), (1.19, -3.58), (-1.19, -3.58)$$

كتاب الطالب صفحة 21

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ اتَّحَقَّقْ من صِحَّةِ الحَلِّ:

9 $5x^2 - 2y^2 = 18$

$3x^2 + 5y^2 = 17$

الحل: نستخدم طريقة الحذف

$\times 3 \quad 5x^2 - 2y^2 = 18$

$\times 5 \quad 3x^2 + 5y^2 = 17$

$15x^2 - 6y^2 = 54$

$15x^2 + 25y^2 = 85$

نطرح المعادلتين

$15x^2 - 6y^2 = 54$

$15x^2 + 25y^2 = 85$

—

$-31y^2 = -31$

$y^2 = 1$

$y = \pm 1$

$5x^2 - 2 = 18$

$5x^2 = 20$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

حل النظام

$(2,1), (2,-1), (-2,1), (-2,-1)$

كتاب الطالب صفحة 21

10 أجد نقاط التقاطع بين الدائرتين:

$$x^2 + (y - 2)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

الحل: يمكن استخدام طريقة الحذف

$$\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 9 \\ - \quad x^2 + (y - 2)^2 = 4 \\ \hline \end{array}$$

نطرح المعادلتين

$$\begin{aligned} y^2 - (y - 2)^2 &= 5 \\ y^2 - (y^2 - 4y + 4) &= 5 \\ y^2 - y^2 + 4y - 4 &= 5 \end{aligned}$$

$$4y = 9$$

$$y = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$x^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 9$$

$$x^2 + \frac{81}{16} = 9$$

$$x^2 = 9 - \frac{81}{16}$$

$$x^2 = \frac{144}{16} - \frac{81}{16}$$

$$x^2 = \frac{63}{16}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{63}{16}} \approx \pm 1.97$$

نقاط التقاطع هي

$$(1.97, 2.25), (-1.97, 2.25)$$

كتاب الطالب صفحة 21

11 عددان، مجموع مربعيهما 89، والفرق بين مربعيهما 39، ما هذان العددان؟

الحل:

العدد الأول x ، العدد الثاني y

$$x^2 + y^2 = 89$$

$$x^2 - y^2 = 39$$

بالحذف نجمع المعادلتين

$$\begin{array}{r} x^2 - y^2 = 89 \\ + \quad x^2 + y^2 = 39 \\ \hline \end{array}$$

$$2x^2 = 128$$

$$x^2 = \frac{128}{2} = 64$$

$$x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$

$$64 + y^2 = 89$$

$$y^2 = 89 - 64$$

$$y^2 = 25$$

$$y = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

الحل:

$$x = 8 , y = 5$$

$$x = 8 , y = -5$$

$$x = -8 , y = 5$$

$$x = -8 , y = -5$$

كتاب الطالب صفحة 22

12 فيزياء: قُذِفَتْ كرتانِ رأسياً في الوقتِ نفسه من موقعين مختلفين. إذا كانتِ المعادلةُ: $y = -2t^2 + 12t + 10$ تُمثِّل ارتفاعَ الكرة الأولى بالأمتار بعدَ مرورِ t ثانية، وكانتِ المعادلةُ: $y = -2t^2 + 4t + 42$ تُمثِّل ارتفاعَ الكرة الثانية، فأجدُ الزمنَ الذي يتساوى عندهُ ارتفاعُ كلِّ من الكرتين، ثمَّ أجدُ ارتفاعَ كلِّ كرة في تلك اللحظة.

الحل:

$$-2t^2 + 12t + 10 = -2t^2 + 4t + 42$$

$$8t = 42 - 10$$

$$8t = 32$$

$$t = \frac{32}{8}$$

$$t = 4$$

$$y = -2 \times 4^2 + 12 \times 4 + 10$$

$$y = -2 \times 16 + 48 + 10$$

$$y = -32 + 48 + 10$$

$$y = 26$$

كتاب الطالب صفحة 22

13 ثقافة مالية: بالعودة إلى مقدمة الدرس، أستمع لنظام المعادلات المعطى لإيجاد نقاط التوازن التي يتساوى عندها العرض والطلب.

مسألة اليوم أستمع لخبر تسويق المعادلتين التربيعيتين الآتيتين لتمثيل مقدار كل من العرض والطلب لسلعة تجارية؛ بغية تحديد نقاط التوازن التي يتساوى عندها العرض مع الطلب في السوق، حيث يمثل x سعر الوحدة، ويمثل y عدد الوحدات المباعة. هل يمكنني مساعدة الخبير على تحديد نقاط التوازن؟

$$y = x^2 + 6x$$

$$y = -x^2 + 24x$$

الحل:

$$x^2 + 6x = -x^2 + 24x$$

$$2x^2 - 18x = 0$$

$$2x(x - 9) = 0$$

$$x = 0, x = 9$$

$x = 0$ تهمل
بالتالي $x = 9$ وعندها $y = 135$

كتاب الطالب صفحة 22

14 أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي:

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$x^2 + xy = 6$$

الحل:

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - 2y)(x - y) = 0$$

$$x = 2y, \quad x = y$$

عندما $x = y$

$$x^2 + xx = 6$$

$$2x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

بالتالي

$$y = \pm\sqrt{3}$$

عندما $x = 2y$ فإن $y = \frac{x}{2}$

$$x^2 + x \frac{x}{2} = 6 \Rightarrow x^2 + \frac{x^2}{2} = 6 \Rightarrow \frac{3x^2}{2} = 6$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

بالتالي

$$y = \pm 1$$

الحل: $(\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (2, 1), (-2, -1)$

كتاب الطالب صفحة 22

15 تبرير: قالت زينب إنه لا يوجد حل لنظام المعادلات الآتي:

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

هل قول زينب صحيح؟ أبرر إجابتي.

الحل:

نعم قول زينب صحيح

التبرير

لنفرض أن $z = x^2 + y^2$

بالتالي

$$z = 4$$

وبنفس الوقت

$$z = 9$$

وهذا تناقض

أي أنه لا يمكن أن يكون نفس العدد وله قيمتان مختلفتان.

كتاب الطالب صفحة 22

16 مسألة مفتوحة: أكتب نظامًا مُكوَّنًا من معادلتين تربيعيتين ليس له حلٌّ.

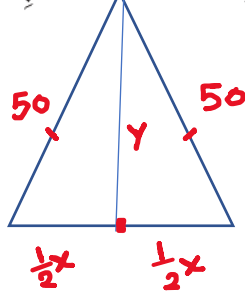
الحل:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 33 \\x^2 + y^2 &= 7\end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة 22

الحل:

17 تحدّ: قطعة أرض على شكل مثلث متطابق الضلعين، طول ضلعيه المتطابقين 50 m، ومساحته 1200 m^2 . أجد طول قاعدته، وارتفاعه.



القاعدة x الارتفاع y
مساحة المثلث = الارتفاع $\times$ القاعدة $\times \frac{1}{2}$

$$1200 = \frac{1}{2} \times x \times y$$

$$1200 = \frac{1}{2} xy$$

$$\frac{1200}{y} = \frac{1}{2} x$$

من فيثاغورس

$$50^2 = y^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2$$

$$2500 = y^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2$$

بالتالي:

$$2500 = y^2 + \left(\frac{1200}{y}\right)^2$$

$$2500 = y^2 + \frac{1440000}{y^2}$$

$$2500y^2 = y^4 + 1440000$$

$$0 = y^4 - 2500y^2 + 1440000$$

$$0 = (y^2 - 900)(y^2 - 1600)$$

$$y^2 = 900, \quad y^2 = 1600$$

$$y = 30, \quad y = 40$$

القيم السالبة ل y مرفوضة لأننا نتعامل مع أبعاد مثلث

$$y = 30 \Rightarrow \frac{1200}{30} = \frac{1}{2}x \Rightarrow 40 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 80$$

$$y = 40 \Rightarrow \frac{1200}{40} = \frac{1}{2}x \Rightarrow 30 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 60$$

كتاب الطالب صفحة 22

18 مسألة مفتوحة: أكتب نظامًا من معادلتين تربيعيتين؛ على أن تكون النقطة (3, 5) أحد حلوله.

الحل:

$$x^2 + y^2 = 34$$

$$x^2 - y^2 = 16$$

كتاب الطالب صفحة 22



19 تحدّد: قطعة من ورق مَقَوَّى مستطيّلة الشكل، مساحتها 216 cm^2 ، ثُنِّي طولها، ولصِّقاً معاً، فتشكّل أنبوب أسطوانيّ حجمه 224 cm^3 . أجد بُعْدَي قطعة الورق.

الحل:

$$\begin{aligned} xy &= 216 \\ v &= \pi r^2 \times x \\ 224 &= \pi \left(\frac{y}{2\pi}\right)^2 \times x \end{aligned}$$

نفرض أن طول القطعة المستطيلة هو x والعرض هو y
 حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع
 ارتفاع الأسطوانة هو x
 قاعدة الأسطوانة دائرة ومحيطها هو y
 أيضا محيط الدائرة هو $2\pi r$
 بالتالي

$$\begin{aligned} 2\pi r &= y \\ r &= \frac{y}{2\pi} \end{aligned}$$

بالتالي لدينا

$$\begin{aligned} xy &= 216 \\ 224 &= \frac{y^2}{4\pi} \times x \\ x &= \frac{216}{y} \\ 224 &= \frac{y^2}{4\pi} \times \frac{216}{y} \\ 4\pi \times 224y &= 216y^2 \\ 216y^2 - 4 \times 224\pi y &= 0 \\ 8y(27y - 112\pi) &= 0 \\ y &= 0 \\ y = \frac{112\pi}{27} \Rightarrow x &= \frac{216}{\frac{112\pi}{27}} = \frac{216 \times 27}{112\pi} \end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة 24

أتحقق من فهمي 

أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

a) $32^{\frac{1}{5}}$

b) $9^{\frac{5}{2}}$

c) $(16)^{-\frac{5}{4}}$

الحل:

a) $\sqrt[5]{32} = 2$

b) $\sqrt[2]{9^5} = 3^5 = 243$

c) $\frac{1}{16^{\frac{5}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{16^5}} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

كتاب الطالب صفحة 26

أتحقق من فهمي 

أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

a) $a^{\frac{2}{3}} \times a^{-\frac{3}{7}}$

b) $\left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{-\frac{7}{5}}$

c) $(y \times z)^{\frac{5}{4}}$

d) $\frac{x^{\frac{9}{2}}}{x^{\frac{8}{5}}}$

e) $\left(\frac{x}{y^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$

f) $\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[7]{x^3}}$

الحل:

a) $a^{\frac{2}{3} + \frac{-3}{7}} = a^{\frac{14 + (-9)}{21}} = a^{\frac{5}{21}}$ b) $x^{\frac{5}{2} \times \frac{-7}{5}} = x^{\frac{-7}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{x^7}}$

c) $y^{\frac{5}{4}} \times z^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{y^5} \sqrt[4]{z^5}$ d) $x^{\frac{9}{2} - \frac{8}{5}} = x^{\frac{45 - 16}{10}} = x^{\frac{29}{10}} = \sqrt[10]{x^{29}}$

e) $\frac{x^{\frac{-3}{2}}}{y^{2 \times \frac{-3}{2}}} = \frac{y^3}{x^2} = \frac{y^3}{\sqrt{x^3}}$

f) $\frac{x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{3}{7}}} = x^{\frac{2}{5} - \frac{3}{7}} = x^{\frac{14 - 15}{35}} = x^{\frac{-1}{35}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{35}}} = \frac{1}{\sqrt[35]{x}}$

كتاب الطالب صفحة 27

أتحقق من فهمي 

اكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة، علماً بأن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$\text{a) } \frac{9x^{-\frac{3}{4}}y}{3x^{\frac{7}{2}}y^{-\frac{5}{3}}}$$

الحل:

$$= 3x^{\frac{-3}{4} - \frac{7}{2}}y^{1 - \frac{-5}{3}}$$

$$= 3x^{\frac{-6-28}{8}}y^{\frac{8}{3}}$$

$$= 3x^{\frac{-34}{8}}y^{\frac{8}{3}}$$

$$= 3x^{\frac{-17}{4}}y^{\frac{8}{3}}$$

$$= \frac{3y^{\frac{8}{3}}}{x^{\frac{17}{4}}} = \frac{3\sqrt[3]{y^8}}{\sqrt[4]{x^{17}}}$$

كتاب الطالب صفحة 27

أتحقق من فهمي 

اكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة، علماً بأن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

b)
$$\frac{(125y^{-\frac{9}{2}})(10xy^{\frac{10}{3}})}{(5x^{\frac{5}{2}}y)(y^{-\frac{3}{7}})}$$

الحل:

$$= 25 \times 10 y^{\frac{-9}{2} + \frac{10}{3} - 1 - \frac{-3}{7}} x^{1 - \frac{5}{2}}$$

$$= 250 y^{\frac{-27+20}{2} - 1 - \frac{-3}{7}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250 y^{\frac{-7}{2} - 1 + \frac{3}{7}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250 y^{\frac{-9}{2} + \frac{3}{7}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250 y^{\frac{-63+6}{14}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= 250 y^{\frac{-57}{14}} x^{\frac{-3}{2}}$$

$$= \frac{250}{y^{\frac{57}{14}} x^{\frac{3}{2}}} = \frac{250}{\sqrt[14]{y^{57}} \sqrt[2]{y^3}}$$

كتاب الطالب صفحة 27

أتحقق من فهمي 

أكتب كلاً ممّا يأتي في أبسط صورة، علماً بأنّ أيّاً من المتغيّرات لا يساوي صفراً:

c) $\sqrt[4]{16x^{18}y^{22}}$

الحل:

$$= (16 \times x^{18} \times y^{22})^{\frac{1}{4}}$$

$$= 16^{\frac{1}{4}} \times x^{18 \times \frac{1}{4}} \times y^{22 \times \frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt[4]{16} \times x^{\frac{9}{2}} \times y^{\frac{11}{2}}$$

$$= 2 \times \sqrt{x^9} \times \sqrt{y^{11}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أَجِدْ قيمة كلِّ ممَّا يأتي في أبسط صورة:

1) $512^{\frac{1}{9}}$

2) $125^{\frac{2}{3}}$

3) $36^{-\frac{1}{2}}$

4) $(-243)^{\frac{6}{5}}$

5) $(25)^{\frac{3}{2}}$

6) $(-8)^{\frac{7}{3}}$

الحل:

1) $\sqrt[9]{512} = 2$ 2) $\sqrt[3]{125^2} = 5^2 = 25$ 3) $= \frac{1}{36^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$

4) $\sqrt[5]{-243^6} = (-3)^6 = 729$ 5) $\sqrt[2]{25^3} = 5^3 = 125$

6) $\sqrt[3]{(-8)^7} = (-2)^7 = -128$

كتاب الطالب صفحة 28

أَجِدْ قِيَمَةَ كُلِّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

7) $z^{-\frac{4}{2}} \times z$

8) $(x^{\frac{3}{5}})^{\frac{5}{7}}$

9) $(a^3 \times b)^{\frac{2}{3}}$

10) $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{7}{2}}}$

11) $\frac{\sqrt{y^3}}{\sqrt[6]{y^9}}$

12) $\frac{k^{\frac{1}{2}} \times k^{\frac{3}{2}}}{k^2}$

الحل:

7) $= z^{-\frac{2}{4}+1} = z^{\frac{2}{4}} = z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{z}$

8) $x^{\frac{3}{5} \times \frac{5}{7}} = x^{\frac{3}{7}} = \sqrt[7]{x^3}$

9) $a^{3 \times \frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} = a^2 b^{\frac{2}{3}} = a^2 \sqrt[3]{b^2}$ 10) $= x^{\frac{2}{3} - \frac{7}{2}} = x^{\frac{4-21}{6}} = x^{\frac{-17}{6}} = \frac{1}{x^{\frac{17}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x^{17}}}$

11) $\frac{y^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{6}{9}}} = y^{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}} = y^{\frac{1-2}{3}} = y^{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{y^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{y}}$ 12) $\frac{k^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}}{k^2} = \frac{k^2}{k^2} = 1$

كتاب الطالب صفحة 28

أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علمًا بأنَّ أيًّا من المتغيّرات لا يساوي صفرًا:

$$13 \quad \left(\frac{40x^{\frac{3}{4}}y^{-\frac{7}{3}}}{5x^{-\frac{3}{2}}y^{-\frac{16}{3}}} \right)^{-\frac{2}{5}}$$

الحل:

$$\begin{aligned} & (8 \times x^{\frac{3}{4} - \frac{-3}{2}} \times y^{\frac{-7}{3} - \frac{-16}{3}})^{\frac{-2}{5}} \\ &= (8 \times x^{\frac{3}{4} + \frac{6}{4}} \times y^{\frac{-7}{3} + \frac{16}{3}})^{\frac{-2}{5}} \\ &= (8 \times x^{\frac{9}{4}} \times y^{\frac{9}{3}})^{\frac{-2}{5}} \\ &= (8 \times x^{\frac{9}{4}} \times y^3)^{\frac{-2}{5}} \\ &= 8^{\frac{-2}{5}} \times x^{\frac{9}{4} \times \frac{-2}{5}} \times y^{3 \times \frac{-2}{5}} \\ &= 8^{\frac{-2}{5}} \times x^{\frac{-9}{10}} \times y^{\frac{-6}{5}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[5]{8^2} \times \sqrt[10]{x^9} \times \sqrt[5]{y^6}} \end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علماً بأن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$14 \quad \frac{27x^{\frac{7}{3}}y^{-\frac{4}{2}}xz^2}{(3x^2y^{\frac{5}{2}})(3x^{\frac{5}{3}}y^{-5})}$$

الحل:

$$\begin{aligned} & \frac{27 \times x^{\frac{7}{3}+1} \times y^{-2} \times z^2}{9 \times x^{2+\frac{5}{3}} \times y^{\frac{5}{2}+ -5}} \\ &= \frac{3 \times x^{\frac{10}{3}} \times y^{-2} \times z^2}{x^{\frac{11}{3}} \times y^{\frac{-5}{2}}} \\ &= 3 \times x^{\frac{10}{3}-\frac{11}{3}} \times y^{-2-\frac{-5}{2}} \times z^2 \\ &= 3 \times x^{\frac{-1}{3}} \times y^{\frac{1}{2}} \times z^2 \\ &= \frac{3z^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{x}} \end{aligned}$$

أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علمًا بأنَّ أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

$$15 \frac{(a^2b^3)^{-2} \times ab^4}{a^{-1}b^2}$$

الحل:

$$= \frac{a^{2 \times -2} \times b^{3 \times -2} \times a \times b^4}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= \frac{a^{-4} \times b^{-6} \times a \times b^4}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= \frac{a^{-4+1} \times b^{-6+4}}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= \frac{a^{-3} \times b^{-2}}{a^{-1} \times b^2}$$

$$= a^{-3} \times b^{-2} \times a^1 \times b^{-2}$$

$$= a^{-3+1} \times b^{-2+ -2}$$

$$= a^{-2} \times b^{-4}$$

$$= \frac{1}{a^2 \times b^4}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علماً بأن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$16 \frac{(8p^{-6}q^3)^{\frac{2}{3}}}{(27p^3q)^{-\frac{1}{3}}}$$

الحل:

$$\begin{aligned} &= \frac{8^{\frac{2}{3}} \times p^{-6 \times \frac{2}{3}} \times q^{3 \times \frac{2}{3}}}{27^{\frac{-1}{3}} \times p^{3 \times \frac{-1}{3}} \times q^{\frac{-1}{3}}} \\ &= \frac{8^{\frac{2}{3}} \times p^{-4} \times q^2}{27^{\frac{-1}{3}} \times p^{-1} \times q^{\frac{-1}{3}}} \\ &= 8^{\frac{2}{3}} \times p^{-4 - -1} \times q^{2 - \frac{-1}{3}} \times 27^{\frac{1}{3}} \\ &= \sqrt[3]{8^2} \times p^{-3} \times q^{\frac{7}{3}} \times \sqrt[3]{27} \\ &= \frac{4 \times \sqrt[3]{q^7} \times 3}{p^3} \\ &= \frac{12 \sqrt[3]{q^7}}{p^3} \end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علماً بأنَّ أيًّا من المتغيّرات لا يساوي صفراً:

$$17 \quad \frac{(x^2y)^{\frac{1}{3}}(xy^2)^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}}$$

الحل:

$$= \frac{x^{2 \times \frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}} y^{2 \times \frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}}$$

$$= x^{\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3} + \frac{4}{3} - \frac{2}{3}}$$

$$= x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{3}{3}}$$

$$= y \sqrt[3]{x^2}$$

كتاب الطالب صفحة 28

أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علماً بأن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$18 \frac{(4x^{-1}y^{\frac{1}{3}})^{\frac{3}{2}}}{(xy)^{\frac{3}{2}}}$$

الحل:

$$\begin{aligned} &= \frac{4^{\frac{3}{2}} x^{-1 \times \frac{3}{2}} y^{\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{4^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2}}} \\ &= 4^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}} \\ &= 4^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{6}{2}} y^{-\frac{2}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} x^{-3} y^{-1} \\ &= \frac{\sqrt{4^3}}{x^3 y} = \frac{8}{x^3 y} \end{aligned}$$

كتاب الطالب صفحة 28

19 تحدّد: أجد قيمة المقدار الأسّي الآتي:

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43}$$

الحل:

في البداية إن $(-1)^{43}$ يساوي -1 لأن الأس فردي

إن $(-5)^{43}$ هو معكوس $(5)^{43}$ وبالتالي مجموعهما يساوي صفر

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43} = (-5)^{43} + (5)^{43} + (-1)^{43}$$

$$= 0 + (-1)$$

$$= -1$$

كتاب الطالب صفحة 28

20 تبيّر: تتضاعف عيّنة في المختبر 3 مرّات كلّ أسبوع. إذا علمتُ أنّ فيها 7300 خلية بكتيرية، فكمّ خلية سيصبح فيها بعد مرور 5 أسابيع؟ أبرّر إجابتي.

الحل:

x : عدد الأسابيع

$$\text{عدد الخلايا} = 7300 \times (3)^x$$

$$= 7300 \times (3)^5$$

$$= 7300 \times 243$$

$$= 1773900$$

كتاب الطالب صفحة 28

تحدّ: أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علماً بأنّ أيّاً من المتغيّرات لا يساوي صفراً:

$$21 \quad \frac{r^{\frac{3}{2}} + r^{\frac{5}{2}}}{r^2 + r^3}$$

الحل:

$$= \frac{r^{\frac{3}{2}}(1 + r^{\frac{2}{2}})}{r^2(1 + r)}$$

$$= \frac{r^{\frac{3}{2}}(1 + r)}{r^2(1 + r)}$$

$$= \frac{r^{\frac{3}{2}}}{r^2}$$

$$= r^{\frac{3}{2} - 2}$$

$$= r^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

تحدّ: أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علماً بأنّ أيّاً من المتغيّرات لا يساوي صفراً:

$$22 \quad \frac{y^{-\frac{1}{2}} - 2y^{-\frac{3}{2}}}{y^{\frac{1}{2}} - 2y^{-\frac{1}{2}}}$$

الحل:

$$= \frac{y^{-\frac{1}{2}}(1 - y^{-1})}{y^{\frac{1}{2}}(1 - y^{-1})}$$

$$= \frac{y^{-\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}}$$

$$= y^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}$$

$$= y^{-1}$$

$$= \frac{1}{y}$$

كتاب الطالب صفحة 28

تحدّ: أكتب ما يأتي في أبسط صورة، علماً بأن أيّاً من المتغيّرات لا يساوي صفراً:

$$23 \quad \frac{1+x}{2x^{\frac{1}{2}}} + x^{\frac{1}{2}}$$

الحل:
نوجد المقامات

$$= \frac{1+x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1} \times \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1+x}{2\sqrt{x}} + \frac{2x}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1+3x}{2\sqrt{x}}$$

كتاب الطالب صفحة 28

24 تبرير: أقرن بين العددين: 2^{175} و 5^{75} اعتماداً على خصائص الأسس، من دون استعمال الآلة الحاسبة. أبرر إجابتي.

الحل:

$$5^{75} < 2^{175}$$

كتاب الطالب صفحة 30

أتحقق من فهمي 

أحلُّ المعادلات الأسِّيَّة الآتية:

a) $4^{x-5} = 32^{2x+1}$

b) $9^x = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x$

c) $625^{2x+1} = \frac{5}{\sqrt{5}}$

الحل:

a) $(2^2)^{x-5} = (2^5)^{2x+1} \rightarrow (2)^{2x-10} = (2)^{10x+5}$

$$\rightarrow 2x - 10 = 10x + 5$$

$$\rightarrow -10 - 5 = 8x$$

$$\rightarrow -15 = 8x$$

$$\rightarrow \frac{-15}{8} = x$$

b) $(3^2)^x = 3^1 \times 3^{-x} \rightarrow 3^{2x} = 3^{1-x}$

$$\rightarrow 2x = 1 - x$$

$$\rightarrow 3x = 1$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{3}$$

c) $(5^4)^{2x+1} = 5^1 \times 5^{\frac{-1}{2}} \rightarrow (5)^{8x+4} = (5)^{\frac{1}{2}}$

$$\rightarrow 8x + 4 = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 16x + 8 = 1$$

$$\rightarrow 16x = -7$$

$$\rightarrow x = \frac{-7}{16}$$

أتحقق من فهمي 

تعليم: يزداد عدد المشتركين في موقع تعليمي على الإنترنت عامًا بعد عام، وتُستعمل المعادلة $y = 2(3^{2x-6})$ لحساب عدد المشتركين y بالآلاف بعد مرور x عامًا من إطلاق الموقع. ما الزمن اللازم ليصبح عدد المشتركين في الموقع 162 ألف مشترك؟

الحل:

$$162 = 2(3^{2x-6})$$

$$81 = 3^{2x-6}$$

$$3^4 = 3^{2x-6}$$

$$2x - 6 = 4$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

أتحقق من فهمي 

$$\frac{4^x}{256^y} = 64$$

$$3^{2x} \times 9^y = 243$$

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ المجاورِ:

الحل:

$$4^x \times 256^{-y} = 64$$

$$4^x \times ((4)^4)^{-y} = 4^3$$

$$4^x \times 4^{-4y} = 4^3$$

$$4^{x-4y} = 4^3 \rightarrow x - 4y = 3$$

$$3^{2x} \times (3^2)^y = 3^5 \rightarrow 3^{2x} \times 3^{2y} = 3^5$$

$$3^{2x+2y} = 3^5 \rightarrow 2x + 2y = 5$$

$$\begin{array}{r} x - 4y = 3 \\ \times 2 \quad 2x + 2y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - 4y = 3 \\ + \quad 4x + 4y = 10 \end{array}$$

$$5x = 13$$

$$\rightarrow x = \frac{13}{5}$$

$$\frac{13}{5} - 4y = 3 \rightarrow \frac{13}{5} - 3 = 4y \rightarrow \frac{13}{5} - \frac{15}{3} = 4y$$

$$\frac{-2}{3} = 4y$$

$$-2 = 12y \rightarrow y = \frac{-1}{6}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أتحقق من فهمي

أحلُّ كلاً من المعادلتين الأسيتين الآتيتين بياناً:

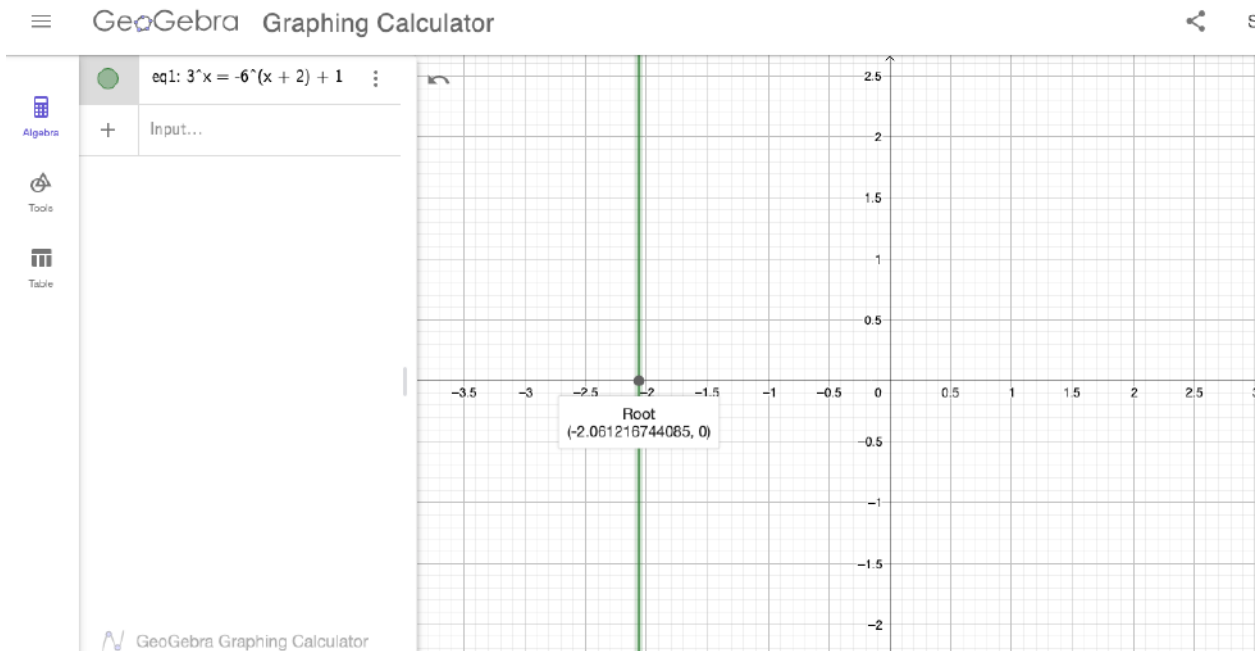
a) $3^x = -6^{x+2} + 1$

b) $5 = 4^{x+1}$

الحل:

a) $3^x = -(3 \times 2)^{x+2} + 1$

لا يمكن حل المعادلة بطريقة كتابة طرفي المعادلة بنفس الأساس
لذلك نحل بياناً
نستخدم جيوجبرا



$x \approx -2.06$

كتاب الطالب صفحة 32

أتحقق من فهمي

أحلُّ كلاً من المعادلتين الأسيتين الآتيتين بيانياً:

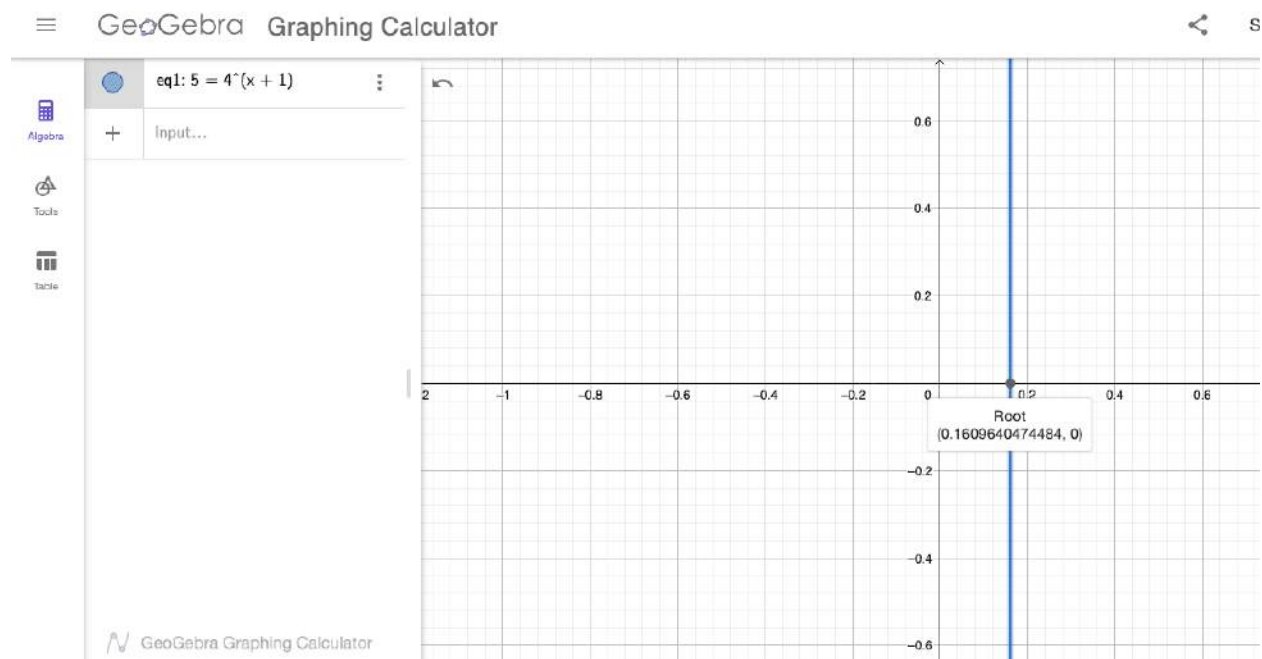
a) $3^x = -6^{x+2} + 1$

b) $5 = 4^{x+1}$

الحل:

b) $5 = 4^{x+1}$

لا يمكن حل المعادلة بطريقة كتابة طرفي المعادلة بنفس الأساس
لذلك نحل بيانياً
نستخدم جيو جيبرا



$x \approx 0.16$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتية:

1 $64 = (32)^{3-x}$

الحل:

$$2^6 = (2^5)^{3-x}$$

$$2^6 = 2^{15-5x}$$

$$6 = 15 - 5x$$

$$5x = 15 - 6$$

$$5x = 9$$

$$x = \frac{9}{5}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أَحْلُ المَعَادَلَاتِ الْأُسِّيَّةَ الْآتِيَةَ:

$$2 \quad 81^{5x+1} = 27^{4x-3}$$

الحل:

$$(3^4)^{5x+1} = (3^3)^{4x-3}$$

$$3^{20x+4} = 3^{12x-9}$$

$$20x + 4 = 12x - 9$$

$$20x - 12x = -9 - 4$$

$$8x = -13$$

$$x = \frac{-13}{8}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتية:

$$3 \quad 128^{x-5} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

الحل:

$$(2^7)^{x-5} = 2^1 \times 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$2^{7x-35} = 2^{1+\frac{-1}{2}}$$

$$2^{7x-35} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$7x - 35 = \frac{1}{2}$$

$$14x - 70 = 1$$

$$14x = 71$$

$$x = \frac{71}{14}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتيةَ:

$$4 \quad 64^{7x+1} = \frac{2}{16^{4x-3}}$$

الحل:

$$(2^6)^{7x+1} = \frac{2^1}{(2^4)^{4x-3}}$$

$$2^{42x+7} = \frac{2^1}{2^{16x-12}}$$

$$2^{42x+7} = 2^1 \times 2^{16x-12}$$

$$2^{42x+7} = 2^{16x-11}$$

$$42x + 7 = 16x - 11$$

$$42x - 16x = -11 - 7$$

$$26x = -18$$

$$x = \frac{-18}{26} = \frac{-9}{13}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتيةَ:

$$5 \left(\frac{11}{\sqrt{11}} \right)^{3x+1} = (11)^{x+7}$$

الحل:

$$\left(\frac{11^1}{11^{\frac{1}{2}}} \right)^{3x+1} = 11^{x+7}$$

$$(11^{1-\frac{1}{2}})^{3x+1} = 11^{x+7}$$

$$(11^{\frac{1}{2}})^{3x+1} = 11^{x+7}$$

$$11^{\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}} = 11^{x+7}$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = x + 7$$

$$3x + 1 = 2x + 14$$

$$3x - 2x = 14 - 1$$

$$x = 13$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ المعادلاتِ الأسِّيَّة الآتية:

$$6 \quad (\sqrt{7})^{4x+5} = \left(\frac{\sqrt{28}}{2}\right)^{7x-2}$$

الحل:

$$\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{4x+5} = \left(\frac{\sqrt{7} \times 4}{2}\right)^{7x-2}$$

$$7^{2x+\frac{5}{2}} = \left(\frac{7^{\frac{1}{2}} \times 2}{2}\right)^{7x-2}$$

$$7^{2x+\frac{5}{2}} = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{7x-2}$$

$$7^{2x+\frac{5}{2}} = 7^{\frac{7}{2}x-1}$$

$$2x + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}x - 1$$

$$4x + 5 = 7x - 2$$

$$5 + 2 = 7x - 4x$$

$$7 = 3x$$

$$x = \frac{7}{3}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلّ المعادلات الأسّيّة الآتية:

$$7 \quad 9^{x^2} \times 27^{x^2} = 243$$

الحل:

$$3^{2x^2} \times 3^{3x^2} = 3^5$$

$$3^{2x^2} \times 3^{3x^2} = 3^5$$

$$3^{2x^2+3x^2} = 3^5$$

$$3^{5x^2} = 3^5$$

$$5x^2 = 5$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتيةَ:

$$8 \quad 5^{2x} \times 25^x = 125$$

الحل:

$$5^{2x} \times 5^{2x} = 5^3$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتية:

$$9 \quad 2^{x^2} \times 2^{6x} = \frac{1}{32}$$

الحل:

$$x^2 + 6x = -5$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x + 5)(x + 1) = 0$$

$$x = -5, x = -1$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ أنظمة المعادلات الآتية:

$$10 \quad 5^y = 25^{x-3}$$

$$125^y = 25^{x-1}$$

الحل:

$$5^y = (5^2)^{x-3}$$

$$5^y = 5^{2x-6}$$

$$(5^3)^y = (5^2)^{x-1}$$

$$5^{3y} = 5^{2x-2}$$

$$y = 2x - 6$$

$$3y = 2x - 2$$

$$\times 3 \quad y = 2x - 6$$

$$3y = 2x - 2$$

$$3y = 6x - 18$$

$$3y = 2x - 2$$

$$6x - 18 = 2x - 2$$

$$6x - 2x = 18 - 2$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

$$y = 2 \times 4 - 6 = 8 - 6 = 2$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ أنظمة المعادلات الآتية:

$$11 \quad 3^y = 3^{2x+y}$$

$$27^y = 27^{x+3}$$

الحل:

$$3^y = 3^{2x+y}$$

$$(3^3)^y = (3^3)^{x+3}$$

$$3^{3y} = 3^{3x+9}$$

$$y = 2x + y \dots \dots \dots (1)$$

$$3y = 3x + 9 \dots \dots \dots (2)$$

من المعادلة الأولى

$$y - y = 2x$$

$$0 = 2x$$

$$x = 0$$

من المعادلة الثانية

$$3y = 0 + 9$$

$$3y = 9$$

$$y = 3$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ أنظمة المعادلات الآتية:

12 $5^{2x} \times 25^y = 125$

$$\frac{8^x}{2^y} = 16$$

الحل:

$$5^{2x} \times (5^2)^y = 5^3 \rightarrow 5^{2x} \times 5^{2y} = 5^3 \rightarrow 5^{2x+2y} = 5^3$$

$$\frac{(2^3)^x}{2^y} = 2^4 \rightarrow 2^{3x-y} = 2^4$$

$$2x + 2y = 3 \dots \dots \dots (1)$$

$$3x - y = 4 \dots \dots \dots (2)$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 3 \\ \times 2 \quad 3x - y = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 3 \\ 6x - 2y = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 3 \\ + \quad 6x - 2y = 8 \\ \hline 8x = 11 \end{array}$$

$$x = \frac{11}{8}$$

$$3 \times \frac{11}{8} - y = 4$$

$$\frac{33}{8} - y = 4$$

$$\frac{33}{8} - 4 = y$$

$$\frac{33}{8} - \frac{16}{4} = y$$

$$y = \frac{17}{4}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ أنظمة المعادلات الآتية:

$$13 \quad 9^{2-x} = 81^{6y}$$

$$\left(\frac{1}{216}\right)^{-2x-3} = 36^{3y}$$

الحل:

$$(3^2)^{2-x} = (3^4)^{6y} \rightarrow 3^{4-2x} = 3^{24y}$$

$$\frac{1^{-2x-3}}{(6^3)^{-2x-3}} = (6^2)^{3y} \rightarrow \frac{1}{6^{-6x-9}} = 6^{6y} \rightarrow 6^{6x+9} = 6^{6y}$$

$$4 - 2x = 24y$$

$$6x + 9 = 6y$$

$$-2x - 24y = -4$$

$$6x - 6y = 9$$

$$\div -1 \quad -2x - 24y = -4$$

$$\div 3 \quad 6x - 6y = 9$$

$$2x + 24y = 4 \dots \dots \dots (1)$$

$$2x - 2y = 3 \dots \dots \dots (2)$$

$$\begin{array}{r} 2x + 24y = 4 \\ - \quad 2x - 2y = 3 \\ \hline 26y = 1 \\ y = \frac{1}{26} \end{array}$$

$$2x - 2y = 3 \rightarrow 2x - 2 \times \frac{1}{26} = 3 \rightarrow 2x - \frac{1}{13} = 3 \rightarrow 2x = 3 + \frac{1}{13}$$

$$2x = \frac{40}{13} \rightarrow x = \frac{20}{13}$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ أنظمة المعادلات الآتية:

$$14 \quad \frac{16^{-x}}{64^{-3x}} = 16^{-3y-3}$$

$$8^{x^2} = \left(\frac{1}{2^{y+1}}\right)^2$$

الحل:

$$\frac{(2^4)^{-x}}{(2^6)^{-3x}} = (2^4)^{-3y-3} \rightarrow \frac{2^{-4x}}{2^{-18x}} = 2^{-12y-12} \rightarrow 2^{-4x-(-18x)} = 2^{-12y-12}$$

$$2^{14x} = 2^{-12y-12}$$

$$(2^3)^{x^2} = (2^{-y-1})^2 \rightarrow 2^{3x^2} = 2^{-2y-2}$$

$$14x = -12y - 12$$

$$3x^2 = -2y - 2$$

سنحذف y

$$\begin{array}{rcl} 14x = -12y - 12 & & 14x = -12y - 12 \\ \times 6 & \rightarrow & 18x^2 = -12y - 12 \\ 3x^2 = -2y - 2 & & \end{array}$$

نطرح المعادلتين

$$\begin{array}{r} 14x = -12y - 12 \\ - \quad 18x^2 = -12y - 12 \\ \hline 14x - 18x^2 = 0 \end{array}$$

$$2x(7 - 9x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{7}{9}$$

$$14x = -12y - 12$$

$$x = 0 \quad 0 = -12y - 12 \rightarrow 12 = -12y \rightarrow y = -1$$

الحل الأول (0, -1)

$$x = \frac{7}{9} \rightarrow 14 \times \frac{7}{9} = -12y - 12$$

$$14 \times \frac{7}{9} + 12 = -12y \rightarrow \frac{98}{9} + \frac{108}{9} = -12y$$

$$\frac{206}{9} = -12y \rightarrow \frac{206}{9} \div -12 = y \rightarrow \frac{206}{9} \times \frac{-1}{12} = y \rightarrow y = \frac{-206}{108} = \frac{-103}{54}$$

الحل الثاني $(\frac{7}{9}, \frac{-103}{54})$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ أنظمة المعادلات الآتية:

$$15 \quad \frac{1}{27} \times 9^{2-n} = 3^{m^2-2}$$

$$2^{m^2} \times 2^n = 64$$

الحل:

$$\frac{1}{3^3} \times (3^2)^{2-n} = 3^{m^2-2} \rightarrow 3^{-3} \times 3^{4-2n} = 3^{m^2-2} \rightarrow 3^{1-2n} = 3^{m^2-2}$$

$$2^{m^2} \times 2^n = 2^6 \rightarrow 2^{m^2+n} = 2^6$$

$$\begin{aligned} m^2 - 2 &= 1 - 2n \\ m^2 + n &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= 3 - 2n \\ - \quad m^2 &= 6 - n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -3 - n \\ -3 &= n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= 3 - 2 \times -3 \\ m^2 &= 3 + 6 \\ m^2 &= 9 \\ m &= \pm 3 \end{aligned}$$

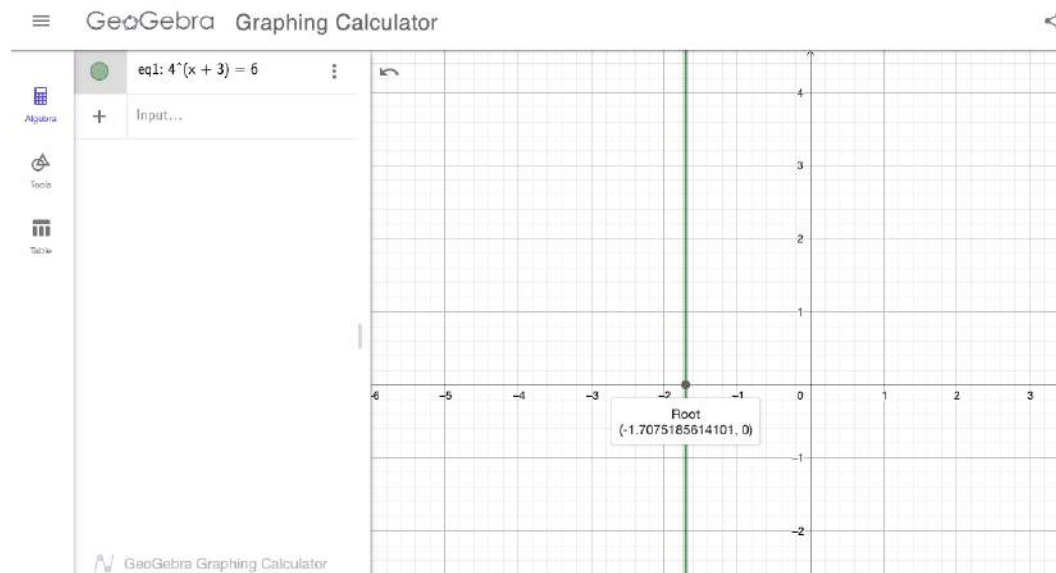
الحل: $(n, m) = (3, 3), (3, -3)$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلاً مِنَ المعادلاتِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ بيانياً:

16 $4^{x+3} = 6$

الحل:



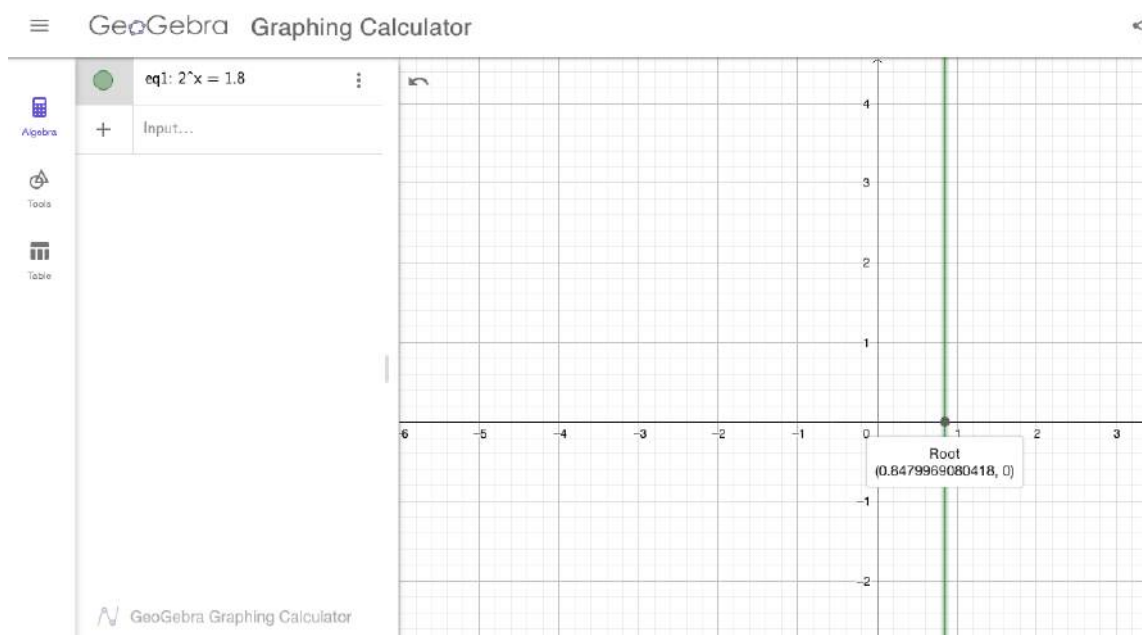
$x \approx -1.71$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلاً من المعادلات الأسية الآتية بيانياً:

17 $2^x = 1.8$

الحل:



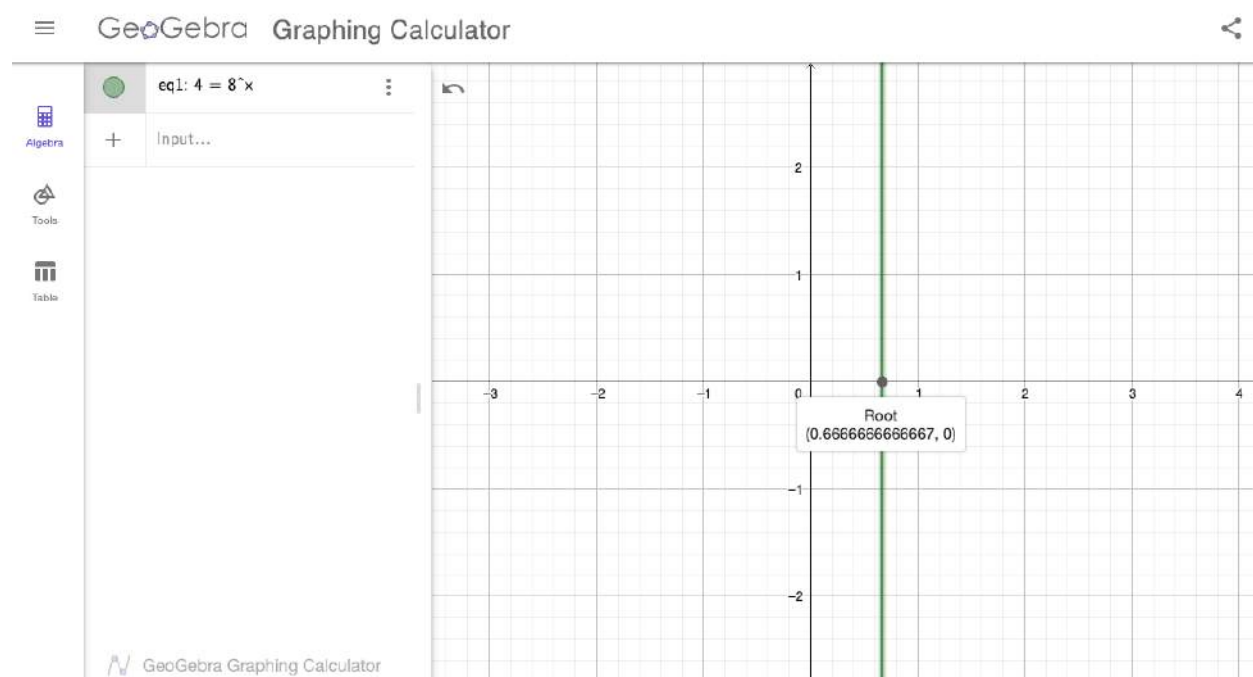
$x \approx 0.85$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلاً مِنَ المعادلاتِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ بيانياً:

18 $4 = 8^x$

الحل:



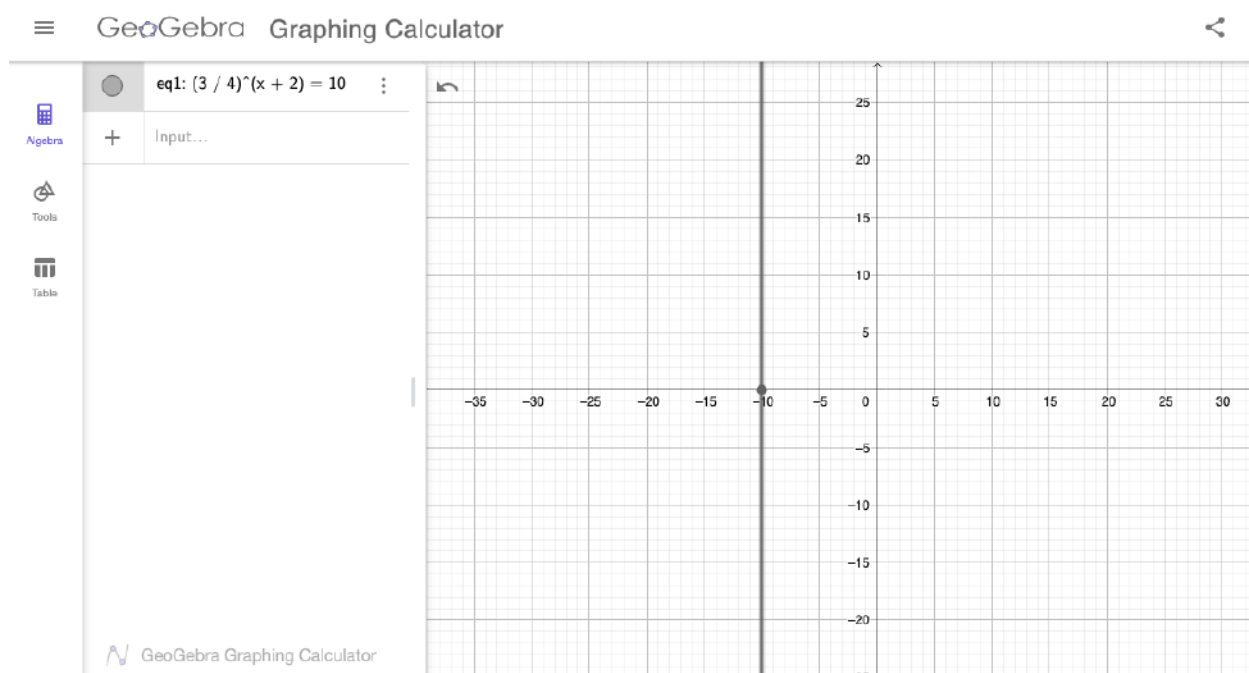
$x \approx 0.\bar{6}$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلاً مِنَ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتيةِ بيانياً:

$$19 \left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} = 10$$

الحل:



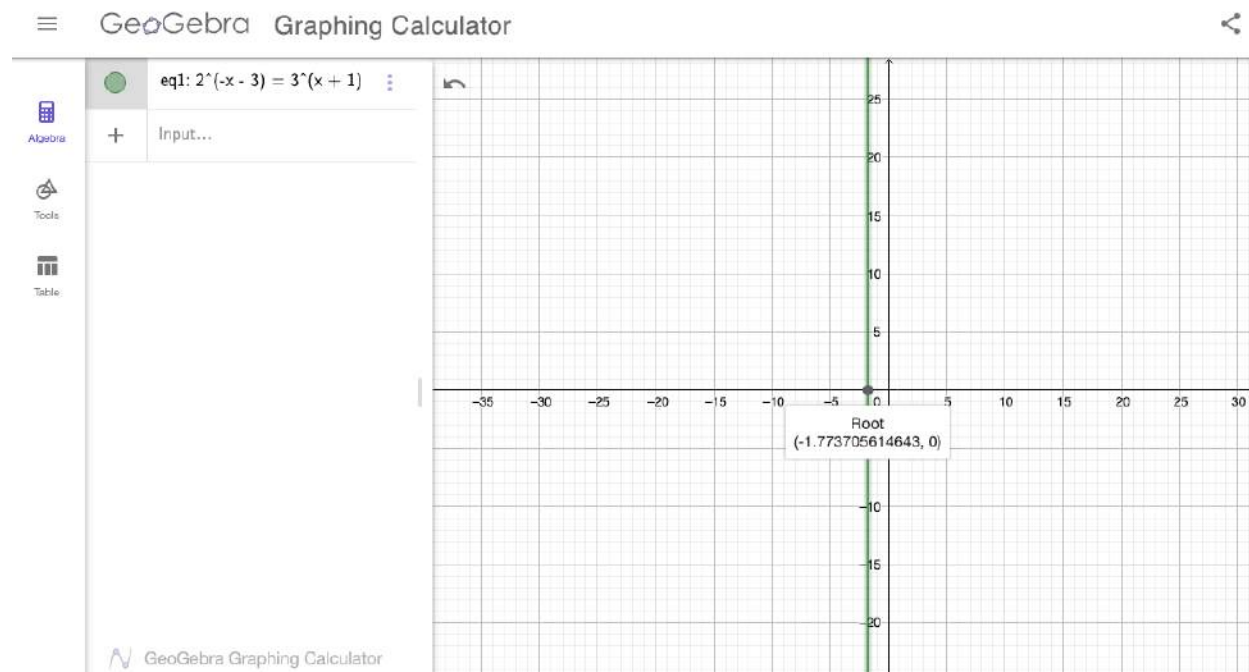
$$x \approx -10$$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلُّ كلاً مِنَ المعادلاتِ الأسِّيَّةِ الآتيةِ بيانياً:

20 $2^{-x-3} = 3^{x+1}$

الحل:



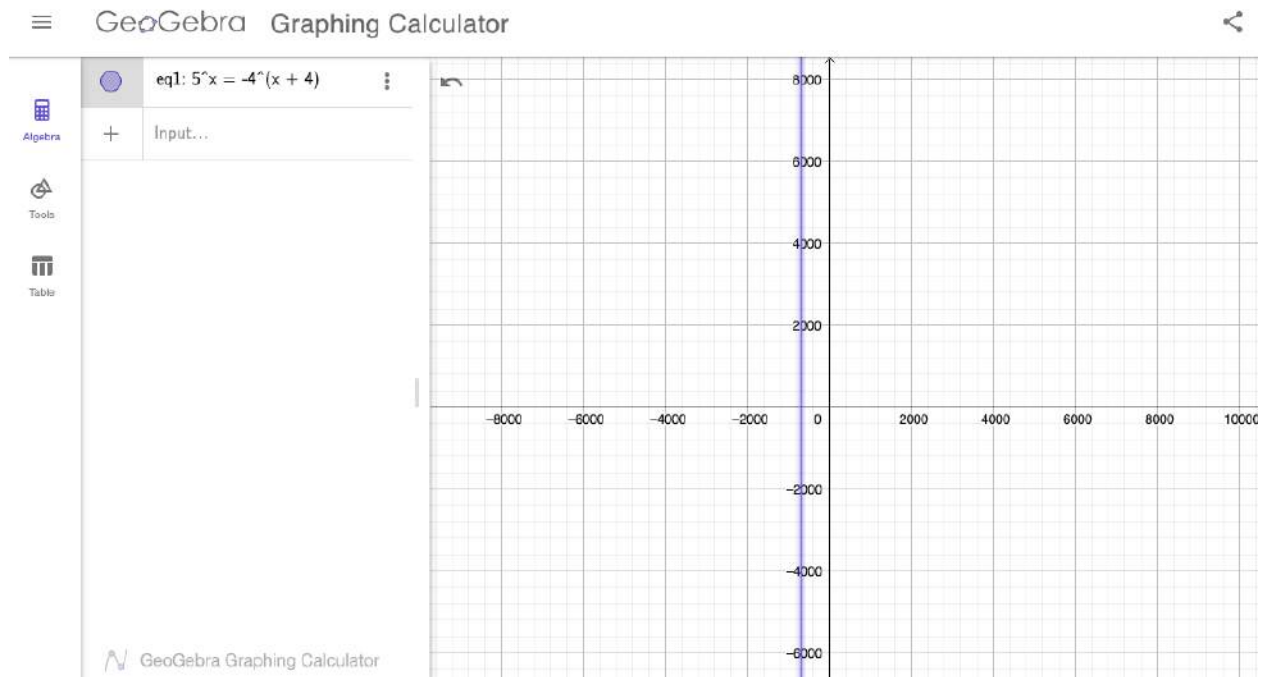
$x \approx -1.77$

كتاب الطالب صفحة 32

أحلّ كلّاً من المعادلات الأسية الآتية بيانياً:

21 $5^x = -4^{x+4}$

الحل:



$$x \approx -650$$

$$x \approx -700$$

$$x \approx -750$$

كتاب الطالب صفحة 32

22 تصوير: تُستعمل المعادلة $y = 2^{x+2}$ لحسابِ مقاسِ ورقة y بعدَ تكبيرِها بنسبة 100% عدد x من المرات، مقارنةً بمقاسِها الأصلي، باستعمالِ آلةِ ناسخة. كم مرةً يجبُ تكبيرُ صورةٍ ليصبحَ مقاسُها 32 ضعفَ مقاسِها الأصلي؟

الحل:

$$2^{32} = 2^{x+2}$$

$$x + 2 = 32$$

$$x = 30$$

كتاب الطالب صفحة 32

23 بكتيريا: يُمثَّلُ المقدارُ 3^{t-2} عددُ الخلايا البكتيرية في تجربةٍ مخبريةٍ بعدَ مرورِ t من الساعات. ما الزمنُ اللازمُ ليصبحَ عددُ الخلايا البكتيرية 2187 خليةً؟

الحل:

$$2187 = 3^{t-2}$$

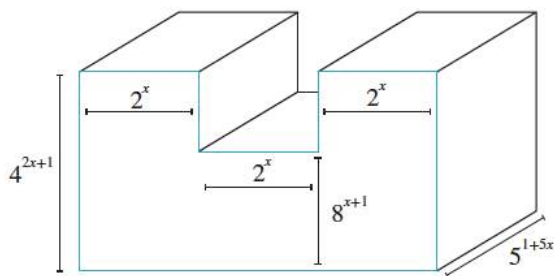
$$3^7 = 3^{t-2}$$

$$t - 2 = 7$$

$$t = 9$$

كتاب الطالب صفحة 32

24 هندسة: اكتب في أبسط صورة عبارة أُسيَّة تُمثِّل حجم الشكل المجاور.



الحل:

$$v = v_1 + v_2 + v_3$$

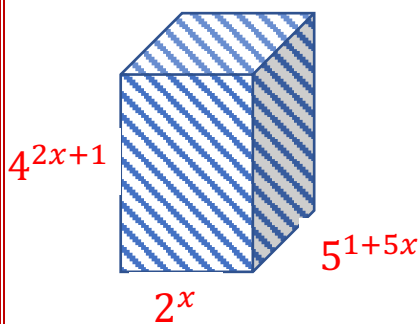
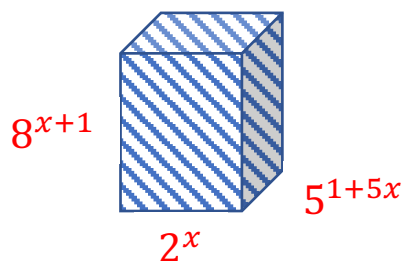
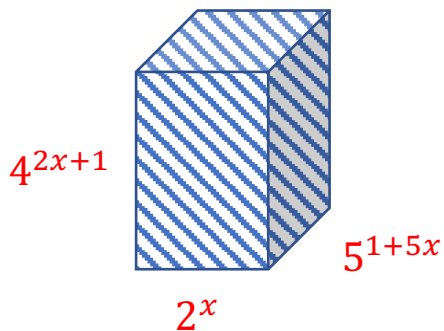
$$v_1 = \text{الارتفاع} \times \text{العرض} \times \text{الطول}$$

$$v_1 = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$

$$v_2 = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$

$$v_3 = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$

$$v = 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1} + 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1} + 5^{1+5x} \times 2^x \times 4^{2x+1}$$



كتاب الطالب صفحة 32

25 تبرير: هل يمكن حل المعادلة الأسية الآتية: $2 + 2^x = 1$ ؟ أبرر إجابتي.

الحل:

$$2^x = 1 - 2$$

$$2^x = -1$$

لا يمكن حل المعادلة لأن مدى الاقتران الأسّي 2^x هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة بالتالي لا يمكن أن يكون $2^x = -1$

كتاب الطالب صفحة 32

26 تبرير: أحل المعادلة: $x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} = 4$ ، مبرراً خطوات الحل.

الحل:

$$x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} - 4 = 0$$

$$\times x^{\frac{1}{2}} \quad x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} - 4 = 0$$

$$x^1 + 3x^0 - 4x^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$x^1 - 4x^{\frac{1}{2}} + 3 = 0$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - 3\right)\left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right) = 0$$

$$\sqrt{x} = 3, \quad \sqrt{x} = 1$$

$$x = 9, \quad x = 1$$

كتاب الطالب صفحة 32

27 تحدّد: ما قيمة كلٍّ من x و y في المعادلة الآتية: $\frac{36^{x-y+1}}{54^{x+y-1}} = 48^{x+y}$

الحل:

$$36^{x-y+1} \times 54^{-x-y+1} = 48^{x+y}$$

$$(2 \times 2 \times 3 \times 3)^{x-y+1} \times (2 \times 3 \times 3 \times 3)^{-x-y+1} = (2 \times 2 \times 2 \times 3)^{x+y}$$

$$(2^2 \times 3^2)^{x-y+1} \times (2 \times 3^3)^{-x-y+1} = (2^4 \times 3)^{x+y}$$

$$(2)^{2x-2y+2} \times (3)^{2x-2y+2} \times (2)^{-x-y+1} \times (3^3)^{-x-y+1} = (2^4)^{x+y} \times (3)^{x+y}$$

$$(2)^{2x-2y+2} \times (3)^{2x-2y+2} \times (2)^{-x-y+1} \times (3)^{-3x-3y+3} = 2^{4x+4y} \times (3)^{x+y}$$

$$(2)^{2x-2y+2-x-y+1} \times (3)^{2x-2y+2-3x-3y+3} = 2^{4x+4y} \times (3)^{x+y}$$

$$(2)^{x-3y+3} \times (3)^{-x-5y+5} = 2^{4x+4y} \times (3)^{x+y}$$

$$x - 3y + 3 = 4x + 4y$$

$$-x - 5y + 5 = x + y$$

$$-3x - 7y = -3$$

$$-2x - 6y = -5$$

$\Rightarrow$

$$3x + 7y = 3$$

$$6y + 2x = 5$$

$$\times 2 \quad 7y + 3x = 3$$

$$\times 3 \quad 6y + 2x = 5$$

$\Rightarrow$

$$14y + 6x = 6$$

$$- \quad 18y + 6x = 15$$

$$\hline -4y = -11$$

$$y = \frac{11}{4}$$

$$3x + \frac{77}{4} = 3 \Rightarrow$$

$$3x = 3 - \frac{77}{4}$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{12}{4} - \frac{77}{4}$$

$$3x = \frac{-65}{4}$$

$$x = \frac{-65}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{-65}{12}$$

كتاب الطالب صفحة 32

28 تحدّد: أحلّ نظام المعادلات الأسّيّة الآتي:

$$2^x + 3^y = 10$$

$$2^{x+1} + 3^{y+1} = 29$$

الحل:

$$\begin{aligned} 2^x + 3^y &= 1 + 9 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} &= 2 + 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^x + 3^y &= 2^0 + 3^2 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} &= 2^1 + 3^3 \end{aligned}$$

$$x = 0, \quad y = 2$$

كتاب التمارين صفحة 11

أحلُّ أنظمة المعادلات الآتية:

14 $125^x \times 25^{-y} = 625$

$$4^x \times 2^y = 8$$

الحل:

$$5^{3x} \times 5^{-2y} = 5^4$$

$$2^{2x} \times 2^y = 2^3$$

$$3x - 2y = 4$$

$$2x + y = 3$$

$$3x - 2y = 4$$

$$\times 2 \quad 2x + y = 3$$

$$3x - 2y = 4$$

$$4x + 2y = 3$$

$$3x - 2y = 4$$

$$+ \quad 4x + 2y = 3$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

$$2 \times 1 + y = 3$$

$$2 + y = 3$$

$$y = 1$$

كتاب الطالب صفحة 34

1 أي الأزواج المُرتَّبة الآتية تُمثِّل حلاً لنظام المعادلات:

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$3x + y = 6$$

a) (1, 3)

b) (0, 2)

c) (2, 0)

d) (-2, -2)

الحل:

الجواب c لأن

$$(2)^2 + (0)^2 = 4$$

$$3 \times (2) + (0) = 6$$

كتاب الطالب صفحة 34

2 أي الأزواج المُرتَّبة الآتية يُمثِّل حَلًّا لنظام المعادلات:

$$y = x^2 - 5x + 6$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

a) (0, 3)

b) (1, 2)

c) (2, 0)

d) (3, 0)

الحل:

الجواب d لأن

$$(0) = (3)^2 - 5 \times (3) + 6$$

$$(0) = -(3)^2 + 2 \times (3) + 3$$

كتاب الطالب صفحة 34

3 أي الأزواج المُرتَّبة الآتية يُمثِّل حَلًّا لنظام المعادلات:

$$3^{5x} \times 9^y = 27$$

$$5^{3x} \times 5^y = 25$$

a) $(-1, -1)$

b) $(1, 1)$

c) $(-1, 1)$

d) $(1, -1)$

الجواب d لأن

$$3^{5 \times (1)} \times 9^{(-1)} = 27$$

$$5^{3 \times (1)} \times 5^{(-1)} = 25$$

حيث

$$3^5 \times \frac{1}{3^2} = 27$$

$$5^3 \times \frac{1}{5} = 25$$

كتاب الطالب صفحة 34

4 يمثل $x = -1$ حلاً للمعادلة الأسية:

a) $5^{2x+1} = 25$

b) $3^{1+x} = 81$

c) $7^{3-2x} = 49$

d) $4^{2-x} = 64$

الجواب d لأن

$$4^{2-(-1)} = 64$$

حيث

$$4^3 = 64$$

كتاب الطالب صفحة 34

5 المقدار الجبري الذي يجب وضعه في المربع الفارغ

للمعادلة $\frac{8x^2y^3}{\square} = \left(\frac{2y}{x}\right)^2$ هو:

a) $2x^4y$

b) $4x^4y^2$

c) $2xy$

d) x^2y^2

الجواب a لأن

$$\frac{8x^2y^3}{2x^4y} = \left(\frac{2y}{x}\right)^2$$

حيث

$$\frac{8x^2y^3}{2x^4y} = \frac{4y^2}{x^2}$$

كتاب الطالب صفحة 34

أحل كل نظام معادلات مما يأتي، ثم أتحقق من صحة الحل:

$$\textcircled{6} \quad \begin{aligned} y &= 4x \\ y &= 5 - x^2 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} 4x &= 5 - x^2 \\ x^2 + 4x - 5 &= 0 \\ (x + 5)(x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$x = -5, \quad x = 1$$

$$\begin{aligned} x = -5 &\rightarrow y = 4 \times -5 = -20 \\ x = 1 &\rightarrow y = 4 \times 1 = 4 \end{aligned}$$

حل النظام

$$(-5, -20), (1, 4)$$

كتاب الطالب صفحة 34

أحلّ كلّ نظامٍ معادلاتٍ ممّا يأتي، ثمّ اتّحقّق من صِحّةِ الحلّ:

$$\begin{aligned} 7 \quad y - x &= 15 \\ x^2 + y^2 &= 64 \end{aligned}$$

الحل:

$$y = x + 15$$

$$\begin{aligned} x^2 + (x + 15)^2 &= 64 \\ x^2 + x^2 + 30x + 225 &= 64 \\ 2x^2 + 30x + 225 - 64 &= 0 \\ 2x^2 + 30x + 161 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 900 - 4 \times 2 \times 161 \\ 900 - 1288 \\ -388 \end{aligned}$$

المميز

لا يوجد حل لأنّ المميز سالب

كتاب الطالب صفحة 34

أَحْلُ كُلَّ نِظَامٍ مَعَادَلَاتٍ مِمَّا يَأْتِي، ثُمَّ أَتَحَقَّقُ مِنْ صِحَّةِ الْحَلِّ:

$$8 \quad y = x^2 - 4x + 5$$

$$y = -x^2 + 5$$

الحل:

$$x^2 - 4x + 5 = -x^2 + 5$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$2x(x - 2) = 0$$

$$x = 0, x = 2$$

$$x = 0 \rightarrow y = 0 - 0 + 5 = 5$$

$$x = 2 \rightarrow y = 4 - 8 + 5 = 1$$

حل النظام

$$(0,5), (2,1)$$

كتاب الطالب صفحة 34

أحلّ كلّ نظامٍ معادلاتٍ ممّا يأتي، ثمّ أتحقّق من صحّة الحلّ:

9 $y = -x^2 - x + 12$

$$y = x^2 + 7x + 12$$

الحل:

$$x^2 + 7x + 12 = -x^2 - x + 12$$

$$2x^2 + 8x = 0$$

$$2x(x + 4) = 0$$

$$x = 0, \quad x = -4$$

$$x = 0 \rightarrow y = 0 + 0 + 12 = 12$$

$$x = -4 \rightarrow y = 16 - 28 + 12 = 0$$

حل النظام

$$(0,12), (-4,0)$$

كتاب الطالب صفحة 34

إذا كان c ثابتاً في نظام المعادلات الآتي،

$$3x - 2y = 7$$

$$x^2 - y^2 = c$$

فأجّد:

10 حلّ هذا النظام، علماً بأنّ $c = 8$

الحل:

$$\begin{aligned} 2y &= 3x - 7 \\ y &= \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \\ x^2 - \left(\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}\right)^2 &= 8 \\ x^2 - \left(\frac{9}{4}x^2 - \frac{42}{4}x + \frac{49}{4}\right) &= 8 \\ \times 4 \quad x^2 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{42}{4}x - \frac{49}{4} &= 8 \\ 4x^2 - 9x^2 + 42x - 49 &= 32 \\ -5x^2 + 42x - 49 - 32 &= 0 \\ -5x^2 + 42x - 81 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 42^2 - 4 \times -5 \times -81 \\ 1764 - 1620 \\ 144 \end{aligned}$$

المميز

$$x_1 = \frac{-42 + \sqrt{144}}{2 \times -5} = \frac{-42 + 12}{-10} = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2} \times 3 - \frac{7}{2} = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-42 - \sqrt{144}}{2 \times -5} = \frac{-42 - 12}{-10} = 5.4 \rightarrow y = \frac{3}{2} \times 5.4 - \frac{7}{2} = \frac{16.2}{2} - \frac{7}{2} = \frac{9.2}{2} = 4.6$$

الحل:

$$(3,1)(5.4,4.6)$$

كتاب الطالب صفحة 34

إذا كان c ثابتاً في نظام المعادلات الآتي،

$$3x - 2y = 7$$

$$x^2 - y^2 = c$$

فأجد:

11 جميع قيم c الممكنة التي لا تجعل للنظام أي حل.

الحل:

$$2y = 3x - 7$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$

$$x^2 - \left(\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}\right)^2 = c$$

$$x^2 - \left(\frac{9}{4}x^2 - \frac{42}{4}x + \frac{49}{4}\right) = c$$

$$\times 4 \quad x^2 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{42}{4}x - \frac{49}{4} = c$$

$$4x^2 - 9x^2 + 42x - 49 = 4c$$

$$-5x^2 + 42x - 49 - 4c = 0$$

$$-5x^2 + 42x - (49 + 4c) = 0$$

$$42^2 - 4 \times -5 \times -(49 + c) < 0$$

$$1764 - 20(49 + c) < 0$$

$$1764 < 20(49 + c)$$

$$\frac{1764}{20} < \frac{20(49 + c)}{20}$$

$$88.2 < (49 + c)$$

$$88.2 - 49 < c$$

$$39.2 < c$$

يجب أن يكون المميز سالب

$$c \in (39.2, \infty)$$

كتاب الطالب صفحة 34

12 أجد مجموعة حل المتباينة: $3 - 7x < 6x^2$ بحل نظام

المعادلات الآتي:

$$y = 3 - 7x$$

$$y = 6x^2$$

الحل:

$$6x^2 = 3 - 7x$$

$$6x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{l} 7^2 - 4 \times 6 \times -3 \\ 49 + 72 \\ 121 \end{array}$$

المميز

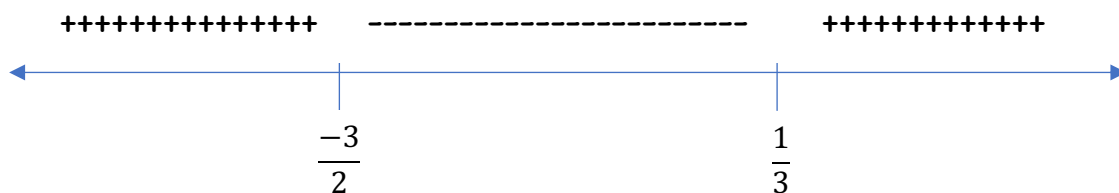
$$x_1 = \frac{-7 + \sqrt{121}}{2 \times 6} = \frac{-7 + 11}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \rightarrow y = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{7}{2} = \frac{1}{2} - \frac{7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{121}}{2 \times 6} = \frac{-7 - 11}{12} = \frac{-18}{12} = \frac{-3}{2} \rightarrow y = \frac{3}{2} \times \frac{-3}{2} - \frac{7}{2} = \frac{-9}{4} - \frac{7}{2} = \frac{-9}{4} - \frac{14}{4} = \frac{-23}{4}$$

حل النظام $\left(\frac{1}{3}, -3\right), \left(\frac{-3}{2}, \frac{-23}{4}\right)$

لكن حل المتباينة

$$6x^2 + 7x - 3 > 0$$



$$\left(-\infty, \frac{-3}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$$

هو

ملاحظة ما بين الصفرين عكس إشارة x^2 ونحن نبحث عن الموجب

كتاب الطالب صفحة 35

أكتبُ كلاً ممّا يأتي في أبسط صورة:

$$13 \quad \frac{2}{2^3 \times 2^{-4}}$$

الحل:

$$\frac{2}{2^{3+ -4}} = \frac{2^1}{2^{-1}} = 2^{1- -1} = 2^2 = 4$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَكْتُبْ كَلَامًا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

14 $\left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$

الحل:

$$\frac{64^{\frac{2}{3}}}{27^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{64^2}}{\sqrt[3]{27^2}} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

كتاب الطالب صفحة 35

اكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

$$15 \frac{(16p^4q^{-2})^{-\frac{3}{2}}}{(64p^2q^{-1})^{-\frac{1}{2}}}$$

الحل:

$$= \frac{16^{\frac{-3}{2}} \times p^{4 \times \frac{-3}{2}} \times q^{-2 \times \frac{-3}{2}}}{64^{\frac{-1}{2}} \times p^{2 \times \frac{-1}{2}} \times q^{-1 \times \frac{-1}{2}}}$$

$$= \frac{16^{\frac{-3}{2}} \times p^{-6} \times q^3}{64^{\frac{-1}{2}} \times p^{-1} \times q^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{64^{\frac{1}{2}} \times p^{-6 - -1} \times q^{3 - \frac{1}{2}}}{16^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{64} \times p^{-5} \times q^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{16^3}}$$

$$= \frac{8 \times q^{\frac{5}{2}}}{64 \times p^5}$$

$$= \frac{q^{\frac{5}{2}}}{8 \times p^5}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أكتبُ كلاً ممّا يأتي في أبسط صورة:

$$16 \quad \frac{(27a^{\frac{3}{2}}b^{-6})^{-\frac{1}{3}}}{(729a^4b^{-2})^{-\frac{1}{2}}}$$

الحل:

$$= \frac{27^{\frac{-1}{3}} \times a^{\frac{3}{2} \times \frac{-1}{3}} \times b^{-6 \times \frac{-1}{3}}}{729^{\frac{-1}{2}} \times a^{4 \times \frac{-1}{2}} \times b^{-2 \times \frac{-1}{2}}}$$

$$= \frac{729^{\frac{1}{2}} a^{\frac{-1}{2}} b^2}{27^{\frac{1}{3}} a^{-2} b^1}$$

$$= \frac{\sqrt{729} a^{\frac{-1}{2} - -2} b^1}{\sqrt[3]{27}}$$

$$= \frac{27 a^{\frac{3}{2}} b^1}{3}$$

$$= 9 a^{\frac{3}{2}} b$$

كتاب الطالب صفحة 35

تحدّد: أجد قيمة كل من a و b في كل مما يأتي:

$$17 \quad 3^a x^b = \frac{27x^{\frac{7}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}$$

الحل:

$$3^a x^b = 3^3 x^{\frac{7}{3} - \frac{1}{2}}$$

$$3^a x^b = 3^3 x^{\frac{11}{6}}$$

$$a = 3 \quad , \quad b = \frac{11}{6}$$

كتاب الطالب صفحة 35

تحدّد: أجد قيمة كل من a و b في كل ممّا يأتي:

$$18 \quad \frac{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}}}{x - x^2} = x^a$$

الحل:

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}(1 - x)}{x(1 - x)} = x^a$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x} = x^a$$

$$x^{\frac{1}{2}-1} = x^a$$

$$x^{\frac{-1}{2}} = x^a$$

$$a = \frac{-1}{2}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحْلُ كُلَّ مِّنَ الْمَعَادِلِ الْأُسِّيَّةِ الْآتِيَةِ:

$$19 \quad 5^{\frac{t}{2}} = 5^{2t-1}$$

الحل:

$$\frac{t}{2} = 2t - 1$$

$$1 = 2t - \frac{1}{2}t$$

$$1 = \frac{3}{2}t$$

$$2 = 3t$$

$$t = \frac{2}{3}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحْلُ كُلَّ مِّنَ الْمَعَادِلَاتِ الْأُسِّيَّةِ الْآتِيَةِ:

$$20 \quad 27^{-\frac{1}{c}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{c-\frac{5}{2}}$$

الحل:

$$3^{3\frac{-1}{c}} = \left(\frac{1}{3^2}\right)^{c-\frac{5}{2}}$$

$$3^{\frac{-3}{c}} = (3^{-2})^{c-\frac{5}{2}}$$

$$3^{\frac{-3}{c}} = 3^{-2c+5}$$

$$\frac{-3}{c} = -2c + 5$$

$$\begin{aligned} -3 &= -2c^2 + 5c \\ 2c^2 - 5c - 3 &= 0 \\ &= 25 - 4 \times 2 \times -3 \\ &= 25 + 24 \\ &= 49 \end{aligned}$$

$$c_1 = \frac{5 + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{5 + 7}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$c_2 = \frac{5 - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{5 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

المميز

كتاب الطالب صفحة 35

أحلُّ كلاً من المعادلات الأسية الآتية:

21 $432 = 3^{x+1} \times 2^{2x}$

الحل:

$$2 \times 216 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 108 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 54 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2^4 \times 3^3 = 2^{2x} \times 3^{x+1}$$

$$2x = 4 \rightarrow x = 2$$

كتاب الطالب صفحة 35

أحلُّ كلاً من المعادلات الأسية الآتية:

$$22 \quad 500 = \frac{2^{\frac{1}{2}-x}}{5^{2x}}$$

الحل:

$$2 \times 250 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2 \times 2 \times 125 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2 \times 2 \times 5 \times 25 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$2^2 \times 5^3 = 2^{\frac{1}{2}-x} \times 5^{-2x}$$

$$\frac{1}{2} - x = 2$$

$$\frac{1}{2} - 2 = x$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

كتاب الطالب صفحة 35

أحلُّ كلِّ نظامٍ معادلاتٍ ممَّا يأتي:

$$\textcircled{23} \quad 36^{x+4} = 6^y$$
$$36^y = 36^{x+6}$$

الحل:

$$(6^2)^{x+4} = 6^y$$
$$6^{2x+8} = 6^y$$

$$(6^2)^y = (6^2)^{x+6}$$
$$6^{2y} = 6^{2x+12}$$

$$2x + 8 = y$$
$$2y = 2x + 12$$

$$2x - y = -8$$
$$2x - 2y = 12$$

$$2x - y = -8$$
$$x - y = 6$$

$$\begin{array}{r} 2x - y = -8 \\ - \quad x - y = 6 \\ \hline x = -14 \end{array}$$

$$x - y = 6$$
$$-14 - y = 6 \rightarrow y = -14 - 6 = -20$$

كتاب الطالب صفحة 35

أَحْلُ كُلَّ نِظَامٍ مَعَادِلَاتٍ مِمَّا يَأْتِي:

$$\textcircled{24} \quad \begin{aligned} 5^{2x+4} &= 5^{y-3} \\ 7^{y-x} &= 49 \end{aligned}$$

الحل:

$$5^{2x+4} = 5^{y-3}$$

$$7^{y-x} = 7^2$$

$$2x + 4 = y - 3$$

$$y - x = 2$$

$$2x - y = -3 - 4$$

$$y - x = 2$$

$$\begin{array}{r} 2x - y = -7 \\ + \quad -x + y = 2 \\ \hline x = -5 \end{array}$$

$$-x + y = 2$$

$$-(-5) + y = 2 \rightarrow y = -5 + 2 = -3$$

كتاب الطالب صفحة 35

25 عددان مجموع مربعيهما 85 ومربع مجموعيهما 121،

ما هُما؟

الحل:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 85 \\(x + y)^2 &= 121 \\(x + y)^2 &= 121 \\ \rightarrow x^2 + 2xy + y^2 &= 121\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rightarrow x^2 + y^2 + 2xy &= 121 \\ \rightarrow 85 + 2xy &= 121 \\ \rightarrow 2xy &= 36 \\ \rightarrow xy &= 18 \\ \rightarrow y &= \frac{18}{x}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 85 \\ \rightarrow x^2 + \left(\frac{18}{x}\right)^2 &= 85 \\ \rightarrow x^2 + \frac{324}{x^2} &= 85 \\ \times x^2 \quad x^2 + \frac{324}{x^2} &= 85 \\ \rightarrow x^4 + 324 &= 85x^2 \\ \rightarrow x^4 - 85x^2 + 324 &= 0 \\ \rightarrow (x^2 - 81)(x^2 - 4) &= 0 \\ (x^2 - 81) = 0 \rightarrow x^2 &= 81 \rightarrow x = \pm 9 \\ (x^2 - 4) = 0 \rightarrow x^2 &= 4 \rightarrow x = \pm 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \frac{18}{x} \\ x = 9 \rightarrow y &= 2 \\ x = -9 \rightarrow y &= -2 \\ x = 2 \rightarrow y &= 9 \\ x = -2 \rightarrow y &= -9 \\ (9, 2), (-9, -2), (2, 9), (-2, -9)\end{aligned}$$

الحلول

كتاب الطالب صفحة 35

26 يمثل كلٌّ من X, Y عددين مفقودين في الرقم السريّ

$XY1290$. إذا كان مجموع العددين المفقودين 12

ومجموع مربعيهما يساوي 90، فأجد قيمة كل منهما.

الحل:

$$x + y = 12 \rightarrow y = (12 - x)$$

$$x^2 + y^2 = 90$$

$$x^2 + (12 - x)^2 = 90$$

$$x^2 + 144 - 24x + x^2 = 90$$

$$2x^2 - 24x + 144 - 90 = 0$$

$$2x^2 - 24x + 54 = 0$$

$$2(x^2 - 12x + 27) = 0$$

$$2(x - 3)(x - 9) = 0$$

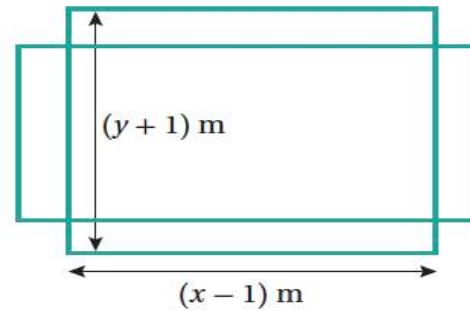
$$x = 3, x = 9$$

$$x = 3 \rightarrow y = 9$$

$$x = 9 \rightarrow y = 3$$

كتاب الطالب صفحة 35

27 تنس: ملعب تنس طوله x مترًا وعرضه y مترًا ومساحته 224 m^2 ، إذا تمّت زيادة عرضه بمقدار 1 m وتقليل طوله بمقدار 1 m فازدادت مساحته بمقدار 1 m^2 كما في الشكل الآتي، فأجد أبعاد ملعب التنس.



الحل:

$$\begin{aligned}
 xy &= 224 \rightarrow y = \frac{224}{x} \\
 (x-1)(y+1) &= 225 \\
 (x-1)\left(\frac{224}{x} + 1\right) &= 225 \\
 224 + x - \frac{224}{x} - 1 &= 225 \\
 224 + x - \frac{224}{x} - 1 &= 225 \\
 224 + x - \frac{224}{x} - 226 &= 0 \\
 \times x \quad 224 + x - \frac{224}{x} - 226 &= 0 \\
 224x + x^2 - 224 - 226x &= 0 \\
 x^2 - 2x - 224 &= 0 \\
 (x-16)(x+14) &= 0 \\
 x = 16 \quad x = -14 \quad \text{مرفوضة} \\
 y &= \frac{224}{16} = 14
 \end{aligned}$$

بالتالي

كتاب الطالب صفحة 35

28 أجد جميع قيم p التي تجعل منحنى المعادلة الخطية

$$y = 2x + p \text{ لا يقطع منحنى المعادلة}$$

$$y = x^2 + 3x - 1.$$

الحل:

$$2x + p = x^2 + 3x - 1$$

$$x^2 + 3x - 2x - 1 - p = 0$$

$$x^2 + x - (1 + p) = 0$$

بما أنه لا يوجد نقط تقاطع يجب أن يكون المميز هنا سالب

$$1 - 4 \times 1 \times -(1 + p) < 0$$

$$1 + 4(1 + p) < 0$$

$$1 + 4 + 4p < 0$$

$$5 + 4p < 0$$

$$4p < -5$$

$$p < \frac{-5}{4}$$

$$p = (-\infty, \frac{-5}{4})$$

كتاب الطالب صفحة 35

29 أجدُ الأعداد الصحيحة الموجبة a, b, c إذا كانَ

$$(ab^c)^3 = 27b^{21}$$

الحل:

$$(ab^c)^3 = 3^3 b^{21}$$

$$(ab^c)^3 = 3^3 b^{21}$$

$$(ab^c)^3 = 3^3 b^{7 \cdot 3}$$

$$(ab^c)^3 = (3b^7)^3$$

$$ab^c = 3b^7$$

$$a = 3$$

$$c = 7$$

b هو أي عدد صحيح موجب

كتاب الطالب صفحة 35

30 أجد العددين اللذين ناتج جمع القوة الخامسة

لأحدهما مع مربع العدد الثاني يساوي 268

الحل:

$$x^5 + y^2 = 268$$

$$x^5 + y^2 = 243 + 25$$

$$x^5 + y^2 = 3^5 + 5^2$$

$$x = 3 , y = 5$$

كتاب الطالب صفحة 35

31 أثبت أنه يمكن كتابة العدد 81 على صورة مجموع

مربع كامل وإحدى قوى العدد 5

الحل:

$$81 = 32 + 49$$

$$81 = 2^5 + 7^2$$